Bogusław GUZIK

Typologia segmentowych modeli ekonometrycznych

1. Segmentowy model ekonometryczny

Oznaczmy przez F model ekonometryczny dla zmiennej objaśnianej y. Jest to pewna funkcja zmiennych objaśniających $X_1,\ldots,X_J$ o parametrach $b_1,\ldots,b_I$ wyznaczonych na podstawie materiału statystycznego, opisującego kształtowanie się zmiennej objaśnianej i zmiennych objaśniających:

(1) $$F=g(X_1,\ldots,X_J;\ b_1,\ldots,b_I).$$

Zbiór numerów obserwacji, na podstawie których wyznacza się parametry modelu, oznaczymy przez L, tzn. $L=\{1,\ldots,n\}$, a związaną z l-tą obserwacją wartość z modelu oznaczymy przez f_l. Wartość ta ogólnie określona jest wzorem

(2) $$f_l=g_l(X(l),\ b(l))$$

gdzie:

- $X(l)$ jest zbiorem zmiennych, które objaśniają zmienną y w l-tej obserwacji (w ogólnym przypadku X (l) jest podzbiorem zbioru $\{X_1,\ldots,X_J\}$),
- $g(l)$ jest postacią przekształcenia wartości zmiennych objaśniających w l-tej obserwacji w wartość z modelu, (ogólnie $g(l)$ jest elementem zbioru przekształceń g),
- $b(l)$ jest wektorem parametrów tego przekształcenia (w ogólnym przypadku $\mathbf{b}(l)$ jest podwektorem wektora $\{b_1,\ldots,b_I\}$.

Przyjmijmy, że zbiór L podzielono według pewnego kryterium na

rozłączne, niepuste, i wyczerpujące

zbiór L podzbiory $L_m (m=1, 2,..., M)$. Przy tym prawie wszystkie podzbiory L_m są wieloelementowe. Założono ponadto, że:

- listą zmiennych objaśniających zmienną objaśnianą na zbiorze L_m jest X^m (lista X^m jest podzbiorem listy X),
- przekształcenie wartości zmiennych objaśniających w wartość z modelu ma na zbiorze L_m postać g_m (g_m jest podzbiorem zbioru przekształceń g),
- wektorem parametrów tego przekształcenia jest wektor b_m wyznaczony na podstawie materiału statystycznego dotyczącego zbioru L_m (b_m jest podwektorem wektora b), $m=1,..., M$.

Zbiory L_m ustalono w ten sposób, że:

1° dla dwóch **sąsiednich** podzbiorów L_m oraz L_{m+1} jest tak, że:
- albo **różne są przekształcenia** (tzn. $g_m \neq g_{m+1}$)
- albo/i **różne są listy zmiennych objaśniających** (tzn. $X^m \neq X^{m+1}$),
- albo/i **różne są wektory parametrów** (tzn. $b_m \neq b_{m+1}$),

2° natomiast dla **wszystkich** obserwacji l należących do **danego** zbioru L_m, $(m=1, 2,..., M)$:

$$(3) \quad \begin{cases} \text{(a) przekształcenia są te same, tzn. } g_l = g_m, \\ \text{(b) te same są listy zmiennych objaśniających, tzn. } X(l) = X^m, \\ \text{(c) identyczne są parametry, tzn. } b(l) = b_m. \end{cases}$$

Oznacza to, że ze zbiorem $L_m (1 \leqslant m \leqslant M)$ związano funkcję

$$(4) \quad F_m = g_m(X^m, b_m)$$

o wartościach

$$(5) \quad f_l = g_m(x_l^m, b_m), \quad l \in L_m,$$

gdzie x_l^m jest wektorem zaobserwowanych w obserwacji $l \in L_m$ wartości zmiennych objaśniających X^m.

Funkcję tę nazywa się m-tym **segmentem** ekonometrycznego modelu segmentowego. Jej dziedziną jest zbiór wektorów $x_l^m (l \in L_m)$. Ponieważ zbiór ten jest związany ze zbiorem L_m, mówić będziemy w skrócie, że segment F_m określony jest dla obserwacji L_m.

Segmentowym modelem ekonometrycznym jest funkcja F

$$(6) \qquad F=\{F_m;\ m=1,\ldots,M\},$$

złożona z segmentów F, przy czym segment F określony jest dla obserwacji L_m.

Przykładem modelu segmentowego jest trend o wartościach

$$f_t=\begin{cases}0.5t+6 & \text{dla } t\in L_1,\\ 15 & \text{dla } t\in L_2,\\ 0.8t^{1.2} & \text{dla } t\in L_3,\end{cases}$$

gdzie $L_1=\{1,\ldots,6\}$, $L_2=\{7\}$, $L_3=\{8,\ldots,12\}$ lub, na przykład, model o wartościach

$$f_t=\begin{cases}4x_t-2 & \text{dla } t\in L_1,\\ 2x_t+1 & \text{dla } t\in L_2,\end{cases}$$

gdzie $L_1=\{1, 2, 4, 6, 8\}$, $L_2=\{3, 5, 7, 9, 10, 11, 12\}$.

Mówiąc o zbiorach L_m, zakładaliśmy, że prawie wszystkie są wieloelementowe. W założeniu tym chodzi o to, by prawie wszystkie powiązania segmentowe realizowały się dla większej liczby obserwacji. Jaka liczba wystarcza, by można było przyjąć, że powiązanie jest dostatecznie „długotrwałe", jest sprawą konwencji. Z drugiej zaś strony dopuszczamy, że niektóre ze zbiorów L_m mogą nie być dostatecznie liczne, aby uwzględnić spotykany niekiedy w praktyce przypadek znacznego „odstawania" pojedynczych (lub mało licznych grup) obserwacji od sąsiednich powiązań segmentowych.

Dalej wyróżnimy trzy typy segmentowych modeli ekonometrycznych odpowiadające trzem różnym sposobom określania zbiorów L_m:

t–aproksymantę segmentową,
z–aproksymantę segmentową,
k–aproksymantę segmentową.

Kryterium wyróżnienia tych klas aproksymant segmentowych będą:

1) postać materiału statystycznego,
2) rodzaj zmiennej „porządkującej", względem której badane są zmiany powiązania zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi.

2. t—aproksymanta segmentowa

Przyjmijmy, że:

(a) obserwacje rejestrowane są w **czasie** (zanotowane wyniki obserwacji tworzą szereg **czasowy** lub szereg **czasowo-przekrojowy**),

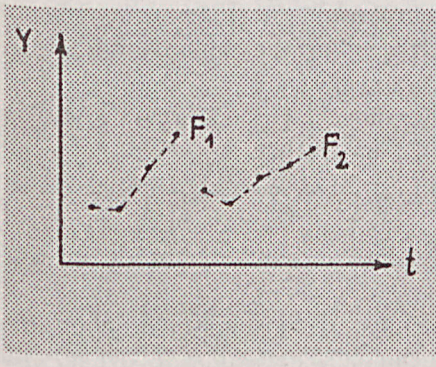
(b) śledzimy zmiany powiązań zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi zachodzące wraz ze zmianami wartości zmiennej **czasowej** t,

(c) do danego zbioru $L_m (1 \leqslant m \leqslant M)$ zaliczamy numery obsrwacji związane z takimi wartościami t, że powiązanie zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi jest dla tych wartości t **podobne**[1].

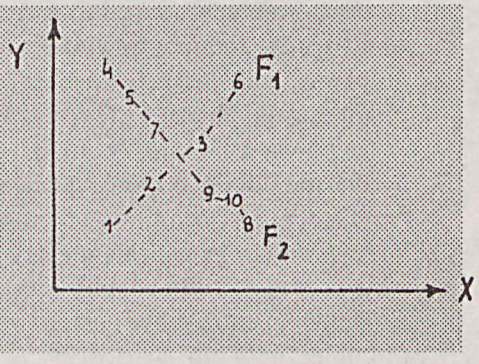
Przykładem jest tu badanie zmian stopy inwestycji wraz z upływem czasu lub, na przykład, zachodzących wraz z upływem czasu zmian powiązań produkcji z majątkiem i zatrudnieniem.

Zbiór wartości t spełniających warunek (c) oznaczymy przez T_m.

Zakładamy, że zbiory T_m są parami rozłączne.



Rys 1.



Rys. 2.

Jeśli materiał statystyczny ma postać szeregu czasowego, to $L_m = T_m$, a jeśli ma postać szeregu czasowo-przekrojowego, to L_m jest zbiorem tych wartości zmiennej numerującej obserwacje, które dotyczą badanych obiektów w momentach (okresach) czasu t tworzących zbiór T_m.

---

[1] Podobieństwo powiązań może być rozmaicie rozumiane, najczęściej jako **plasowanie się** odpowiednich **wyników obserwacji w dostatecznie bliskim otoczeniu** danego **„modelu"** (danej funkcji regresji). Nie ma jednak powszechnie akceptowanego kryterium tego, kiedy obserwacje są „dostatecznie blisko" i powszechnie akceptowanego wskaźnika odległości obserwacji od modelu. Dlatego też nie podejmujemy tego tematu, przyjmując, że ustalono jakieś kryterium podobieństwa powiązań.

(7) t — **aproksymantą segmentową** nazywamy model segmentowy, w którym segmenty opisują powiązanie między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi zachodzące na rozłącznych i wyczerpujących zbiór momentów czasu podzbioru T_m $(m=1,...,M)$.

Przykłady t – aproksymanty segmentowej (dla przypadku szeregu **czasowego**) podano na rysunkach 1. i 2. Punkty empiryczne zaznaczono na rysunku 2. wartością indeksu t.

Na rysunku 1. powiązanie F_1 zachodzi dla momentów $L_1=\{1, 2, 3, 4\}$, a powiązanie F_2 dla $L_2=\{5, 6, 7, 8, 9\}$. Z kolei na rysunku 2. powiązanie F_1 ma miejsce dla $L_1=\{1, 2, 3, 6\}$, a powiązanie F_2 – dla momentów $L_2=\{4, 5, 7, 8, 9, 10, 11\}$.

3. z—aproksymanta segmentowa

W tym wypadku:

(a) materiał statystyczny ma dowolną postać (jest to szereg **czasowy**, szereg **czasowo-przekrojowy** lub szereg **przekrojowy**),

(b) śledzimy zmiany powiązań zachodzące wraz ze zmianami wartości **pewnej zmiennej** z nie będącej zmienną czasową,

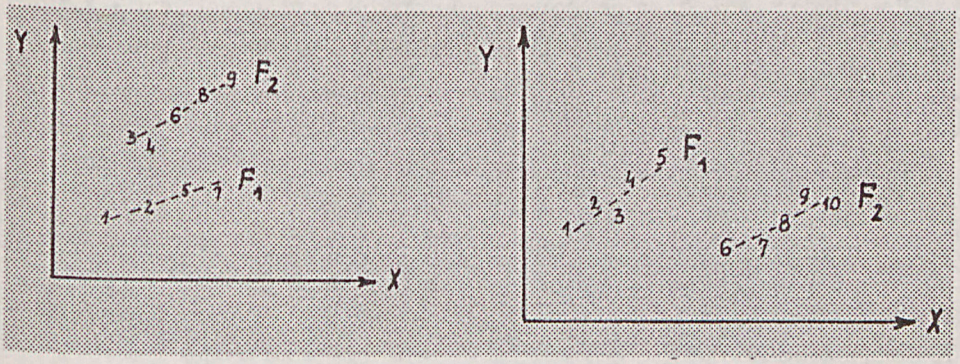
(c) do danego zbioru $L_m(1\leqslant m\leqslant M)$ zaliczane są takie numery obserwacji l, że powiązania między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi **dla wartości** z_l odpowiadających tym l uznawane są za podobne.

Przykładem jest badanie zachodzących wraz ze zmianami wielkości przedsiębiorstwa zmian powiązań między produkcją a czynnikami produkcji (np. majątkiem oraz zatrudnieniem).

Zmienną z może być jedna ze zmiennych objaśniających, choć nie jest to konieczne. Zbiór wartości z_l, $l\in L_m$ spełniających warunek (c) oznaczymy przez Z_m.

(8) z—**aproksymantą segmentową** nazywamy model segmentowy, którego segmenty charakteryzują powiązania między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi zachodzące na zbiorach Z_m wartości wyróżnionej zmiennej z $(m=1,...,M)$.

Dla przykładu rozpatrzmy następującą sytuację. Obserwowano kształtowanie się wydatków żywnościowych względem dochodów w 9 miastach, przy czym miasta o numerach $L_1=\{1, 2, 5, 7\}$ liczyły do 100 tys. ludności, a miasta o numerach $L_2=\{3, 4, 6, 8, 9\}$ liczyły ponad 100 tys. ludności. Model złożony z segmentu F_1 wyjaśniającego powiązanie między wydatkami a dochodami



Rys. 3.

Rys. 4.

w miastach o małej liczbie ludności oraz segmentu F_2 opisującego powiązanie zachodzące w miastach o dużej liczbie ludności byłby z – aproksymantą segmentową, gdzie z – liczba ludności. Aproksymantę tę podano na rysunku 3.

Przykład z–aproksymanty segmentowej w sytuacji, gdy zmienną z jest zmienna objaśniająca, podano na rysunku 4. Punkty empiryczne zaznaczono wartością indeksu l.

4. k—aproksymanta segmentowa

W obecnym przypadku:

(a) materiał statystyczny ma **dowolną** postać,

(b) nie wyróżnia się żadnej zmiennej, względem której badane są powiązania,

(c) zbiory L_m konstruowane są w taki sposób, ażeby (oprócz być może pewnych warunków dodatkowych) spełniony był postulat:

$$(9)\qquad \left[\begin{array}{l}\text{Zbiory } K_m (m=1,\ldots,M) \text{ będące iloczynami kartezjańskimi przedziałów}\\ X_{jm}=\left[\min\limits_{l\in L_m} x_{jl},\ \max\limits_{l\in L_m} x_{jl}\right], \quad j\in J_m\\ \text{są parami rozłączne}^2.\end{array}\right.$$

[2] Dodatkowe warunki, to na przykład podobieństwo powiązania zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi **wewnątrz** fragmentu K_m i niepodobieństwo powiązań pomiędzy różnymi fragmentami K_{m_1} oraz K_{m_2}.

Przykładem jest badanie powiązania produkcji z majątkiem i zatrudnieniem dla, powiedzmy, czterech wariantów zmiennych objaśniających:

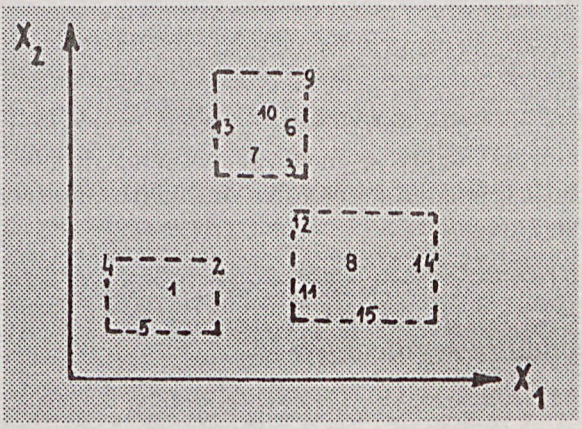
{mały majątek, małe zatrudnienie},

{mały majątek, duże zatrudnienie},

{duży majątek, małe zatrudnienie},

{duży majątek, duże zatrudnienie}.

Jeszcze inny przykład zawiera rysunek 5. Otóż badając powiązanie zmiennej Y ze zmiennymi X_1, X_2, otrzymano punkty empiryczne (x_{i1}, x_{i2}) podane na rysunku 5. Zbiorami L_m mogłyby być $L_1=\{1, 2, 4, 5\}$, $L_2=\{3, 6, 7, 9, 10, 13\}$, $L_3=\{8, 11, 12, 14, 15\}$. Na rysunku tym iloczyny kartezjańskie K_m oznaczono ramką □.

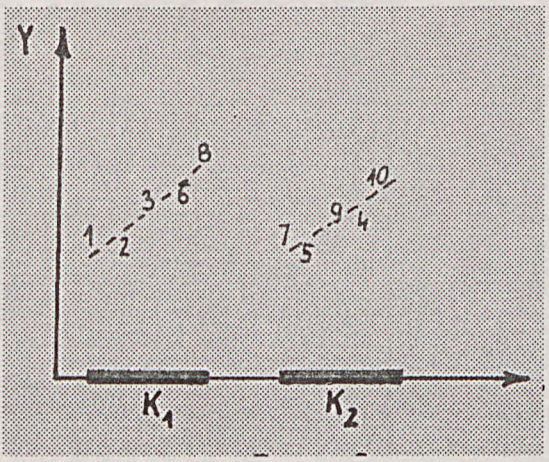


Rys. 5.

(10) Model segmentowy, którego segmenty charakteryzują powiązania zmiennej objaśniającej ze zmiennymi objaśniającymi na fragmentach przestrzeni zmiennych objaśniających K $(m=1,\ldots,M)$ nazwiemy **k–aproksymantą segmentową.**

Na rysunku 6. podano przykład k – aproksymanty segmentowej, gdy zmienna y jest powiązana z jedną tylko zmienną objaśniającą.

W pewnych przypadkach t – aproksymanta (lub z – aproksymanta) segmentowa jest identyczna z k – aproksymantą segmentową. Na przykład w sytuacjach pokazanych na rysunkach 4. oraz 5., t – aproksymanta jest równocześnie k – aproksymantą. Natomiast modele pokazane na rysunku 2., 3. nie są k – aproksymantami segmentowymi.



Rys. 6.

Rozróżnienie między t–aproksymantą, z–aproksymantą oraz k–aproksymantą segmentową jest ważne, gdyż każdy z tych trzech przypadków wymaga zwykle jemu właściwych rozwiązań na etapie budowy modelu segmentowego i na etapie prognozowania.

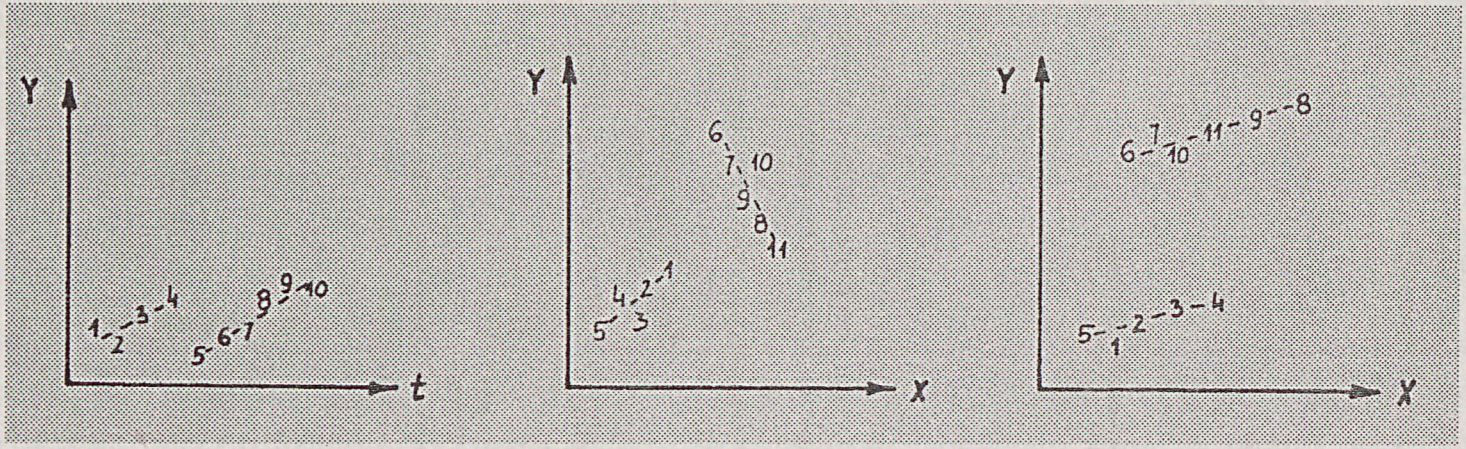
W badaniach ekonometrycznych najczęściej rozważa się t–aproksymanty segmentowe i temu przypadkowi poświęcimy teraz więcej uwagi.

5. Przypadki szczególne t—aproksymanty segmentowej

Do tej pory nie było to potrzebne, ale odtąd przyjmiemy, że rozpatrując t–aproksymantę segmentową tak ponumerowano obserwacje, iż obserwacja dotycząca **mniejszej** wartości t (obserwacja **wcześniejsza**) **ma numer mniejszy.**

Jeśli materiał statystyczny ma postać szeregu czasowego, to $l=t$. Jeśli natomiast materiałem statystycznym jest szereg czasowo-przekrojowy (z danym t związanych jest wówczas kilka obserwacji dotyczących badanych obiektów), to obserwacje związane z danym t należy konwencjonalnie ponumerować, zachowując w odniesieniu do całego zbioru obserwacji zasadę, że obserwacja wcześniejsza ma numer mniejszy.

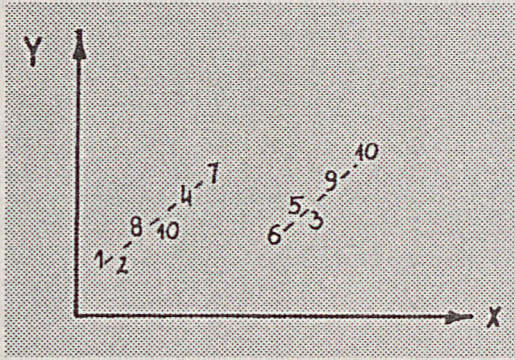
Na rysunkach 7., 8., 9., 10., 11. podano przykłady zbiorów punktów empirycznych, odpowiadających t–aproksymancie segmentowej. Punkty te zaznaczono wartością zmiennej t. Na rysunku 7. przedstawiono jednowymiarowy szereg czasowy, a na pozostałych–dwuwymiarowe szeregi czasowe. Punkty empiryczne odpowiadające zbiorom L_m obwiedziono linią.



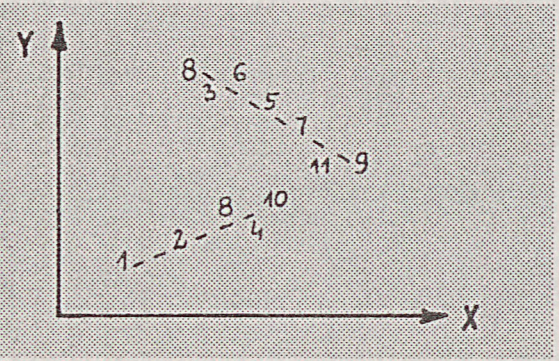
Rys. 7.

Rys. 8.

Rys. 9.



Rys. 10.



Rys. 11.

W przykładach przedstawionych na rys. 7., 8., 9. ma miejsce pewna bardzo ważna własność zbiorów L_m. Mianowicie, zbiory te zawierają **kolejne** wartości zmiennej t. Na przykład, na rysunku 7. jest $L_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, $L_2 = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, a na rysunku 9. jest $L_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $L_2 = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$.

W takich przypadkach t – aproksymanta segmentowa określa powiązania na **kolejnych** przedziałach czasu odpowiadających zbiorom L_m, a segment F_m charakteryzuje pewną **fazę rozwojową** powiązania zmiennej y ze zmiennymi objaśniającymi. Na przykład, jeśli na rysunku 7. zmienna t oznacza lata, to z rysunku tego wynika, że pierwsza faza obejmuje lata 1 - 4, a druga lata 5 - 10. Na rysunku 9. z kolei pierwsza faza obejmuje lata 1 - 5, a druga lata 6 - 11.

(11) t–aproksymantę segmentową zbudowaną przy założeniu, że wszystkie zbiory L_m $(m = 1, \ldots, M)$ zawierają **kolejne** wartości zmiennej t, nazwiemy **fazową** t–aproksymantą segmentową.

Moment czasu rozpoczynający daną fazę rozwojową nazywa się **punktem zwrotnym** powiązania zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi (lub krócej – punktem zwrotnym).

(12) t–aproksymantę segmentową, dla której przynajmniej jeden zbiór L_m nie zawiera kolejnych wartości t nazwiemy **niefazową** t–aproksymantą segmentową.

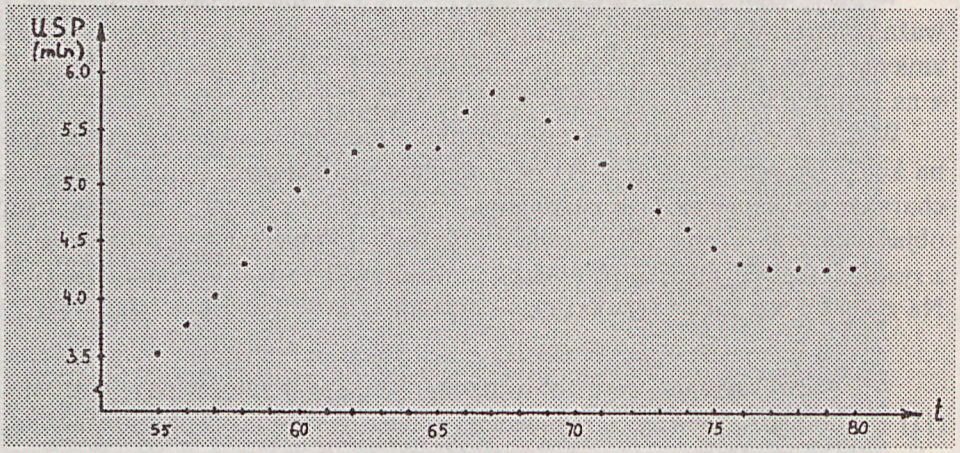
Ponieważ powiązanie zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi jest podobne dla wszystkich $t \in L_m$, zatem „niefazowy" zbiór L_m nazwać można **grupą momentów t podobnych** ze względu na powiązanie zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi.

Na rysunkach 10. i 11. podano przykłady niefazowej t–aproksymanty segmentowej. Na przykład z rysunku 10. wynika, że jeśli t oznacza lata, to pierwszą grupę lat podobnych stanowią lata 1, 2, 4, 7, 8, 10, a drugą grupę – lata 3, 5, 6, 9, 11.

6. Ważniejsze przykłady t—aproksymant segmentowych

— Trend segmentowy z punktami zwrotnymi

(13) **Trendem segmentowym z punktami zwrotnymi** jest **fazowa** t–aproksymanta segmentowa, w której jedyną zmienną objaśniającą jest **zmienna czasowa** t.



Rys. 12.

Na rysunku 12. podano szereg czasowy liczby uczniów szkół podstawowych USP (w mln osób) w Polsce w latach 1955 - 1980.

Wyznaczona na podstawie tych danych funkcja o segmentach liniowych

$F_1 = b_1^1 t + b_1^2$ dla lat 1955 - 1962
$F_2 = b_2^1 t + b_2^2$ dla lat 1963 - 1965 (punkt zwrotny 1963)
$F_3 = b_3^1 t + b_3^2$ dla lat 1966 - 1976 (punkt zwrotny 1966)
$F_4 = b_4^1 t + b_4^2$ dla lat 1977 - 1980 (punkt zwrotny 1977)

byłaby trendem segmentowym liczby uczniów szkół podstawowych.

— Model segmentowy z punktami zwrotnymi

Modelem segmentowym z punktami zwrotnymi jest **fazowa**

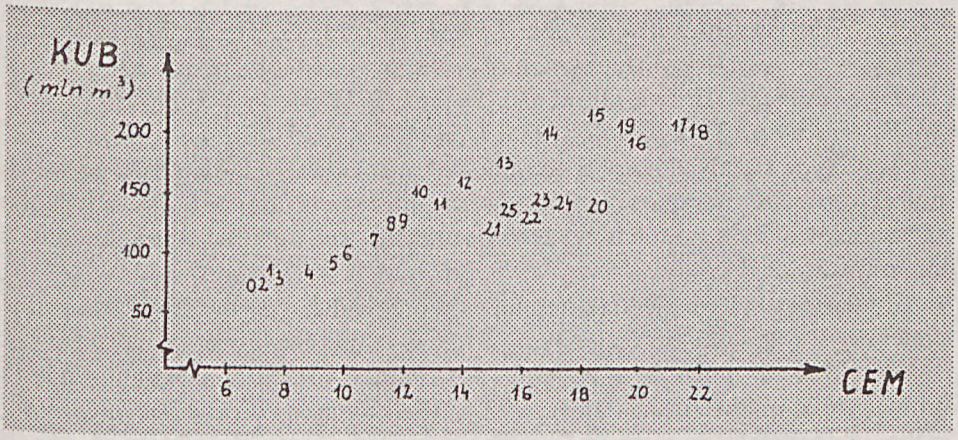
(14) t–aproksymanta segmentowa zmiennych $X_1,\ldots,X_J$.

Na rysunku 13. przedstawiono dwuwymiarowy szereg czasowy zawierający informacje o kubaturze budynków oddanych do użytku KUB (w mln m^3) oraz produkcji cementu CEM (w mln t) w Polsce w latach 1960 - 1985.

Wyraźnie wyodrębniają się dwa „fazowe" zbiory L_m: pierwszy dotyczy lat 1960 - 1979, a drugi – lat 1980 - 1985 (więc $L_1 = 1,\ldots,20$ oraz $L_2 = 21,\ldots,26$). Punktem zwrotnym jest rok 1980 ($t = 21$). Modelem dla zmiennej KUB byłby model segmentowy

$F_1 = b_1^1$ CEM $+ b_2^2$ dla lat 1960 - 1979 (tzn. dla $t \in \{1,\ldots,20\}$)
$F_2 = b_2^2$ CEM $+ b_2^2$ dla lat 1980 - 1985 (dla $t \in \{21,\ldots,26\}$).

[3] Szczególnym przypadkiem takiego modelu jest trend segmentowy z punktami zwrotnymi – – wówczas $J = 1$, $X_1 = t$.

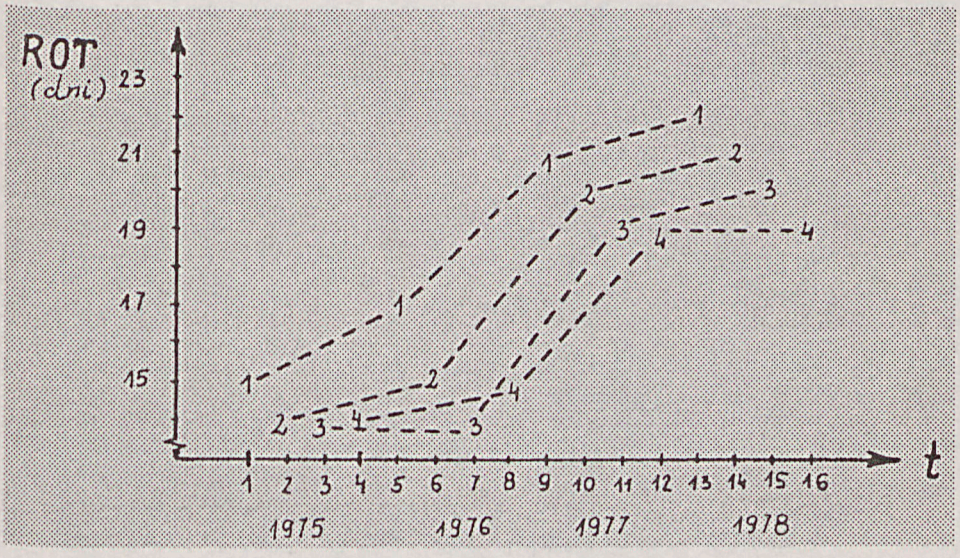


Rys. 13.

— **Modele dla jednoimiennych czasokresów**

Na rysunku 14. podano jednowymiarowy szereg czasowy zawierający informacje o rotacji zapasów artykułów żywnościowych ROT w uspołecznionym handlu rynkowym w Polsce w poszczególnych kwartałach lat 1975 - 1978. Obserwacje zaznaczono wartością zmiennej czasowej t, przy czym $t=1$ dla I kwartału 1975, $t=2$ dla II kwartału 1975,..., $t=4$ dla IV kwartału 1975, $t=5$ dla I kwartału 1976 itd.

Widać, że uzasadniona byłaby konstrukcja trendu złożonego z czterech segmentów dotyczących poszczególnych kwartałów, przy czym segment



Rys. 14.

F_1 – dotyczy I kwartałów, tzn. $L_1 = \{1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29\}$
F_2 – dotyczy II kwartałów, tzn. $L_2 = \{2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30\}$
F_3 – dotyczy III kwartałów, tzn. $L_3 = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31\}$
F_4 – dotyczy IV kwartałów, tzn. $L_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$.

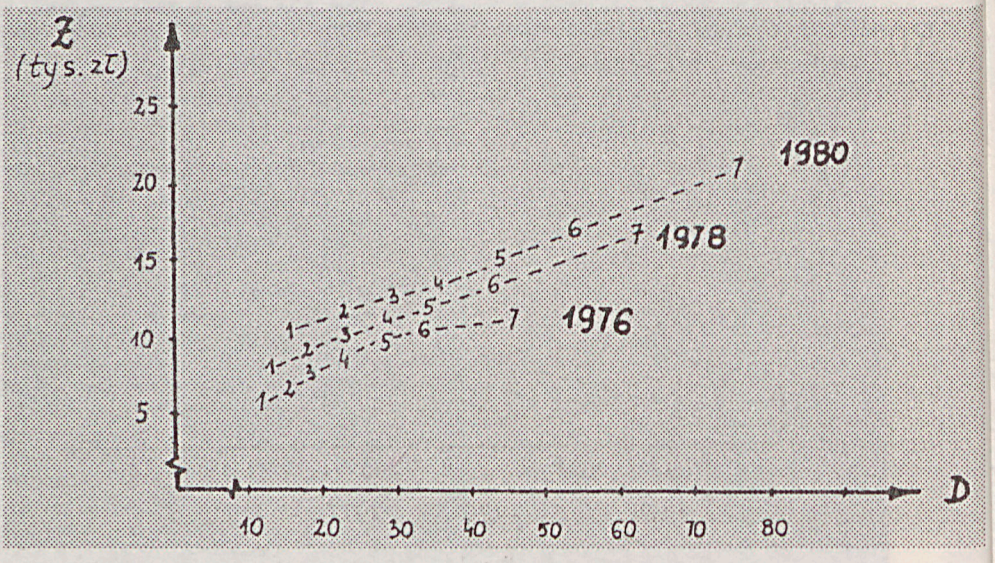
Tego typu trendy złożone z podmodeli konstruowanych dla poszczególnych podokresów (w naszym przykładzie są nimi kwartały) stosuje się często w modelowaniu sezonowości. Noszą one nazwę trendów jednoimiennych czasokresów.

Podejście to można jednak uogólnić na przypadek, gdy badamy powiązania zmiennej Y z dowolnymi zmiennymi $X_1, \ldots, X_J$ (nie tylko ze zmienną czasową).

Przykładem może być badanie powiązania rotacji z pewnymi innymi zmiennymi, np. wielkością dostaw X_1, wielkością nawisu inflacyjnego X_2, wskaźnikiem stabilności sytuacji społeczno-gospodarczej X_3. Dla poszczególnych kwartałów konstruowalibyśmy wówczas modele F_m uzależniające rotację od X_1, X_2, X_3.

— Podmodele dla ustalonego t

Na rysunku 15. przedstawiono szereg czasowo-przekrojowy charakteryzujący wydatki na żywność $\dot{Z}$ oraz dochód D w siedmiu grupach dochodowych w latach 1976, 1978, 1980. Zmienne $\dot{Z}$, D oznaczają przeciętne wielkości na osobę liczone w cenach bieżących. Wartości indeksu l są określone wzorem $l = (t-1)7 + k$, gdzie k – numer grupy dochodowej ($k = 1, 2, \ldots, 7$); t – numer roku ($t = 1, 2, 3$).



Rys. 15.

Z rysunku 15. widać, że nie ma potrzeby konstruowania „globalnego", dotyczącego wszystkich lat, modelu wydatków na żywność względem dochodu. Sensowniej będzie rozważyć podmodele F_m dotyczące z osobna **poszczególnych** lat. Modelem wydatków $\dot{Z}$ będzie wówczas funkcja F złożona z trzech segmentów:

F_1 – podmodel dla roku 1976 (tzn. dla $L_1 = \{1, 2, ..., 7\}$),
F_2 – podmodel dla roku 1978 (tzn. dla $L_2 = \{8, 9, ..., 14\}$),
F_3 – podmodel dla roku 1980 (tzn. dla $L_3 = \{15, 16, ..., 21\}$).

Obecnie rozważany typ modelu segmentowego jest szczególnym przypadkiem **fazowej** t – aproksymanty segmentowej. Fazy te są jednoelementowe (pierwsza faza to rok 1976, druga – rok 1978, trzecia – 1980).

Ogólnie, oczywiście, tak być nie musi: podmodele mogą dotyczyć faz wieloelementowych, jak również wieloelementowych zbiorów niefazowych.

7. Szczególne przypadki z–aproksymanty segmentowej

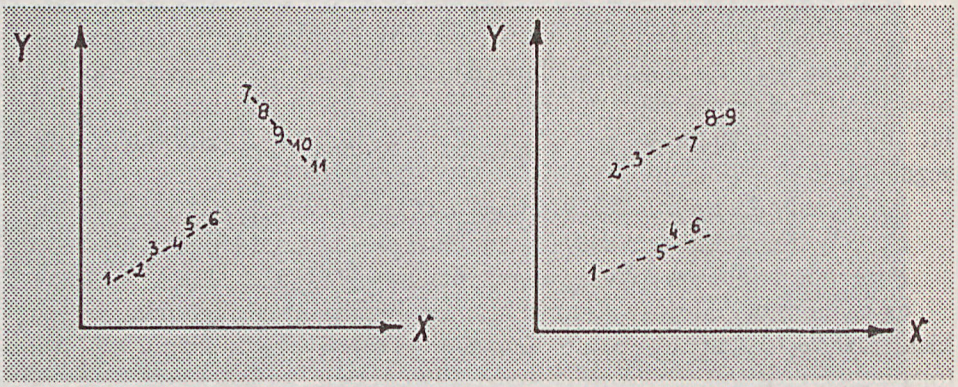
Odtąd przyjmujemy, że w przypadku z–aproksymanty segmentowej tak ponumerowano obserwacje, iż mniejszej wartości zmiennej z przypisana jest mniejsza wartość indeksu l. Jeśli pewne wartości z są identyczne, to trzeba je konwencjonalnie ponumerować różnymi indeksami l, zachowując jednak podaną zasadę w odniesieniu do całego zbioru numerów obserwacji.

Wyróżnić można dwa szczególne przypadki z–aproksymanty segmentowej, które nazwiemy **fazową** i **niefazową**.

(15) z–aproksymanta segmentowa jest **fazową**, gdy wszystkie zbiory L_m $(m = 1, ..., M)$ zawierają numery obserwacji odpowiadające kolejnym, coraz to wyższym wartościom zmiennej z. W przeciwnym przypadku z–aproksymanta segmentowa jest **niefazowa.**

Na rysunku 16. i 17. podano dwa przykłady zbioru danych, przy czym obserwacje oznaczono indeksem l. Za zmienną z przyjęto zmienną objaśniającą. Aproksymanta segmentowa odpowiadająca danym z rysunku 16. jest fazowa, bowiem $L_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $L_2 = \{7, 8, 9, 10, 11\}$. Natomiast odpowiadająca danym z rysunku 17. jest niefazowa.

Dla uniknięcia nieporozumień dodajmy, iż „faza" nie jest obecnie rozumiana jako przedział czasu, ale jako **przedział wartości** zmiennej z, na którym ujawnia się dany rodzaj powiązania zmiennej objaśnianej ze zmiennymi objaśniającymi (np. faza pierwsza dotyczy wartości $z \in [0, 10]$, faza druga–wartości $z \in [0, 40]$, a faza trzecia dotyczy wartości $z > 40$).



Rys. 16. Rys. 17.

Wartość z_m rozdzielającą poprzednią fazę od danej fazy nazwać można **modulatorem.** Jest to odpowiednik punktu zwrotnego, choć nie całkowicie. O ile bowiem punktem zwrotnym jest **dana** wartość t numerująca obserwacje, to modulatorem z_m może być **dowolna** wartość spośród spełniających warunek.

$$\max_{l \in L_{m-1}} z_l \leqslant z_m \leqslant \min_{l \in L_m} z_l$$

W przykładzie z rysunku 16. modulatorem może być dowolna wartość z taka, że $x_6 \leqslant z_m \leqslant x_7$.

Jest zrozumiałe, że z interpretacyjnego punktu widzenia korzystniejsza jest aproksymanta fazowa. Budowa aproksymanty niefazowej oznacza bowiem stwierdzenie, iż powiązania nad pewnymi podprzedziałami wartości zmiennej z nie są jednoznacznie określone (w przykładzie z rysunku 17. takim przedziałem niejednoznaczności jest przedział $[x_2, x_6]$).

Bogusław Guzik

TYPOLOGY OF SEGMENTAL ECONOMETRIC MODELS

Summary

Taking into account the statistical material and the kind of „ordering" variable against which changes in the connections between the explained variable and explanatory variables are studied, three classes of segmental models have been differentiated:

t–segmental approximative,
z–segmental approximative,
k–segmental approximative.

In the first case: (a) the statistical material assumes the shape of time series, (b) we follow the changes in connections against time, (c) a given segmental set includes observations of the same connection ordered against variable t.

In the second case: (a) statistical material assumes an arbitrary shape, (b) we follow changes in the connections against a certain variable z, (c) a given segmental set includes observations of the same connection ordered against variable z.

In the third case: (a) statistical material is arbitrary, (b) no ordering variable is differentiated, (c) a given segmental set includes such observations where the values of explanatory variables belong to appropriate Cartesian fragments of explanatory variables planes.

The t-segmental approximative was analysed in more detail and the author gives many examples of this approximative found in econometric studies.