WOJCIECH BORUCKI
JACEK KOWALEWSKI

MATEMATYCZNY MODEL STEROWANIA DZIAŁALNOŚCIĄ PRZEDSIĘBIORSTWA W WARUNKACH GOSPODARKI RYNKOWEJ

1. Wstęp

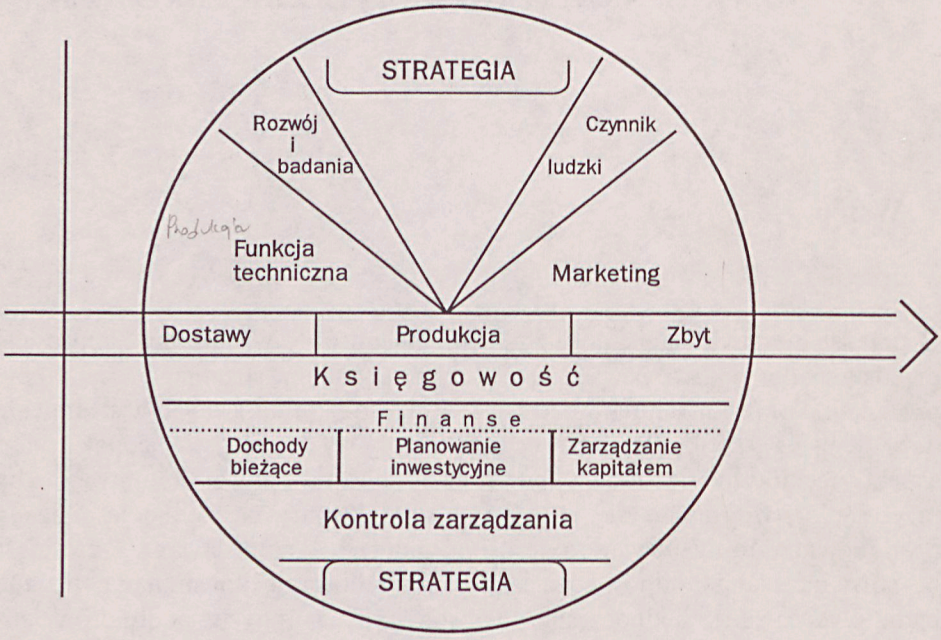
O przedsiębiorstwie napisano już – w różny sposób – wiele prac. Najprościej przedstawiano je jako pewien aparat transformujący strumienie czynników produkcji o określonych parametrach techniczno-ekonomicznych w strumienie dóbr i usług o określonych cechach użytkowych. Jest to jednak tylko aspekt techniczny (produkcyjny) funkcjonowania przedsiębiorstwa. Aby przedsiębiorstwo mogło się rozwijać i produkować, niezbędne jest, ażeby produkowane dobra i świadczone usługi mogły być sprzedawane. Natomiast by sprzedać, należy odpowiedzieć na zapotrzebowanie konsumenta, zastane bądź wykreowane. Jednocześnie wobec istnienia innych podmiotów gospodarczych przedsiębiorstwo staje przed problemem porównywalności dóbr przez nie wytwarzanych z dobrami wytwarzanymi przez innych. Ażeby jego dobra i usługi mogły się sprzedawać, musi się starać produkować nie gorzej i nie drożej od swych konkurentów. Wiele zależy od samego przedsiębiorstwa, ale wpływ na to mają również warunki, w jakich przedsiębiorstwo funkcjonuje (obowiązujące przepisy prawne, stopy procentowe banku itp.).

W niniejszej pracy chcemy zaproponować spojrzenie na przedsiębiorstwo i jego otoczenie jako na pewien układ cybernetyczny składający się ze zbioru wyodrębnionych obiektów i połączeń między nimi, a dla każdego z połączeń będziemy próbowali wyspecyfikować układ czynników mogących wpływać na przedsiębiorstwo.

2. Przedsiębiorstwo i jego funkcje

Spośród różnych funkcji przedsiębiorstwa wymieniamy jedynie te, które, choć we fragmentaryczny sposób, omówione zostaną w dalszym ciągu niniejszej pracy.

Do głównych funkcji przedsiębiorstwa należą:
- produkcja (funkcja techniczna),
- marketing (funkcja handlowa),
- badanie i rozwój,
- gospodarowanie zasobami ludzkimi.



Rys 1. Funkcje i sfery przedsiębiorstwa

Spróbujemy obecnie scharakteryzować każdą z wyżej wymienionych funkcji.

Funkcja produkcji polega na doborze w odpowiednich proporcjach poszczególnych czynników produkcji, ażeby po transformacji otrzymać dobro lub usługę, na którą istnieje popyt.

Funkcja handlowa realizowana jest poprzez znalezienie odbiorcy gotowego zapłacić za wyprodukowane dobro lub usługę, marketing zaś ma odpowiedzieć na pytanie: w jakiej cenie i na jakich warunkach należy zaproponować klientom, ażeby ci stali się nabywcami dóbr czy usług oferowanych przez przedsiębiorst-

wo. Marketing powinien też podpowiadać, jakie będą tendencje dotyczące popytu na dane dobro czy usługę, jak je można kreować, jakie nowe walory użytkowe należy przewidzieć dla dóbr i usług wytwarzanych w przyszłości. Sugerować powinien nowe rodzaje dóbr i usług, ażeby te w przyszłości lepiej odpowiadały zapotrzebowaniu klientów.

Funkcja rozwojowa i badawcza to z jednej strony dostosowanie produktów do wymogów stawianych przez rynek, a sygnalizowanych przez marketing, z drugiej zaś proponowanie nowych do sprawdzenia i wykreowania przez marketing. Odrębną sprawą jest wprowadzanie nowych technologii podnoszących jednocześnie efektywność procesu transformacji.

Osobnym zagadnieniem jest gospodarowanie zasobami ludzkimi. Przedsiębiorstwo zatrudniając ludzi spełnia nie tylko rolę płatnika, dając wynagrodzenie za pracę i tym samym pozwalając na zaspokojenie ich potrzeb (nie tylko materialnych), ale daje im również możliwość zaspokojenia ambicji, uczestniczenia w procesie tworzenia nowych wartości itp. Czynnik ludzki w przedsiębiorstwie jest zatem bardzo ważny. Zarządzanie nim wymaga stosowania technik z zakresu psychologii i socjologii. Tylko w bardzo małym stopniu poddaje się procesowi skwantyfikowania.

Znajomość potrzeb rynku, technologii, tendencji, posiadanie odpowiednich kadr, źródeł zaopatrzenia i zbytu jest dla przedsiębiorstwa tylko warunkiem koniecznym jego przeżycia. Nie jest warunkiem dostatecznym. O ostatecznym wyniku decyduje efektywność i sprawność funkcjonowania poszczególnych służb przedsiębiorstwa, wśród których trzeba wyróżnić trzy podstawowe:

- księgowość,
- zarządzanie finansami,
- kontrola zarządzania.

W księgowości stwierdza się stan faktyczny (bieżący) sposobem grupowania, rozliczając wszelkie przychody i rozchody przedsiębiorstwa.

Zarządzanie finansami polega na właściwym rozdzielaniu strumieni finansowych na trzy podstawowe, a mianowicie:

- służące do zasilania bieżącej działalności przedsiębiorstwa,
- inwestycyjne mające charakter odtworzeniowy bądź rozszerzający,
- tworzące rezerwy kapitałowe kreujące nowe źródła finansowania przedsiębiorstwa.

Współzależność tych dwóch służb jest oczywista, albowiem zarządzanie finansami nie może się odbywać bez oceny stanu istniejącego.

Działalność obu służb podlega ocenie i kontroli zarządzania, która jest przeprowadzana z punktu widzenia celów, jakie sobie przedsiębiorstwo stawia – szczególnie w zakresie możliwości wyprodukowania dóbr i usług o określonych parametrach ekonomicznych.

3. Elementy otoczenia

Otoczenie przedsiębiorstwa można rozpatrywać z wielu punktów widzenia. Trzy z nich wydają się szczególnie ważne:

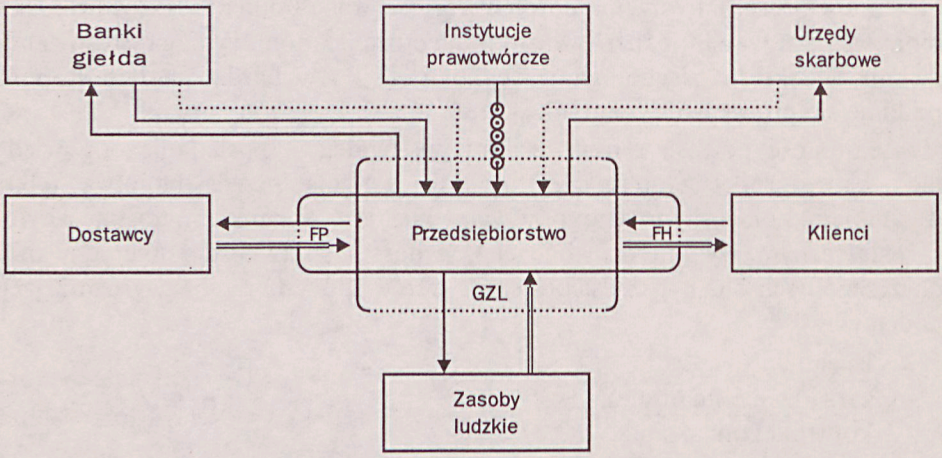
– otoczenie widziane pod kątem konkurencji,

– otoczenie ze względu na zasięg powiązań przedsiębiorstwa z innymi aktorami rynku,

– otoczenie widziane jako zbiór elementów powiązanych z przedsiębiorstwem.

Nie jest to podział rozłączny ani wyczerpujący. Można by bowiem powiedzieć, że otoczenie przedsiębiorstwa jest swego rodzaju superpropozycją układów powiązań instytucjonalnych rozpatrywanych pod różnym kątem.

Przedstawione jest to na rysunku 2.



Rys. 2. Powiązanie przedsiębiorstwa z elementami otoczenia

..... ▶ strumienie informacji,

—ooooo▶ strumienie informacji dyrektywnej,

——▶ strumienie finansowe,

═══▶ strumienie zasileniowe: rzeczowe i ludzkie,

GZL – gospodarowanie zasobami ludzkimi,

FP – funkcje produkcji,

FH – funkcja marketingu

Rozpatrzymy otoczenie instytucjonalne przedsiębiorstwa. Zasadniczymi jego elementami są:

– instytucje prawotwórcze (samorządy lokalne, parlamenty, organizacje międzynarodowe),

– instytucje podatkowe (izby skarbowe),
– instytucje finansowe i kapitałowe (banki centralne i komercyjne, giełdy kapitałowe),
– dostawcy,
– odbiorcy,
– rynek zasobów ludzkich.

Układy zaprezentowane wyżej mogą funkcjonować jako branżowe, lokalne (regionalne lub krajowe), globalne (międzynarodowe) – mamy wówczas do czynienia z otoczeniem o różnym zasięgu.

W aspekcie konkurencji (bezpośredniej, pośredniej, potencjalnej) warto odnotować, że z konkurencją bezpośrednią lub pośrednią mamy na ogół do czynienia w otoczeniu branżowym. Konkurencję potencjalną można odnaleźć w otoczeniu lokalnym lub globalnym.

4. Podstawowe założenia

Główne założenie, przyjmowane przez nas, mówi, że system przedstawiony na rysunku 2 jest układem względnie odosobnionym.

Omawiając dalej jego poszczególne elementy będziemy przyjmować wiele założeń. Oto niektóre z nich:

1° Przedsiębiorstwo jest układem dynamicznym funkcjonującym w określonym przedziale czasowym (skończonym lub nie). W przedziale tym wyróżniają się pewne punkty, w których dokonuje się oceny cząstkowej działalności przedsiębiorstwa z punktu widzenia zmiennych stanu (bilans), gdzie podejmuje się decyzje o rozdziale strumieni zasilających. W wyniku przyjęcia tego założenia sterowanie działalnością przedsiębiorstwa jawi się jako ciąg (skończony lub nie) impulsów przekształcanych w strumienie.

2° Decyzje podejmowane są w jednym centrum, które dąży do maksymalizacji określonej funkcji użyteczności. Nie jest to powiedziane wyraźnie, ale naszą intencją jest ograniczenie rozważań do przedsiębiorstw małych lub średnich, w których możliwe jest „jednoosobowe" podejmowanie decyzji i ponoszenia za nie odpowiedzialności. W dużych organizacjach na ogół jest wiele ośrodków podejmowania decyzji quasi-niezależnych, ocenianych później z punktu widzenia realizacji celów globalnych. Funkcji użyteczności, czy też zbiorowi celów przedsiębiorstwa, poświęcimy odrębny fragment w naszych rozważaniach. Tu przyjmiemy jedynie, że je znamy i potrafimy sformułować (sformalizować).

3° Decyzje przedsiębiorstwa będą dotyczyć cen towarów i usług, liczby czynników produkcji angażowanych w procesie produkcyjnym (w tym pracy), **wielkości produkcji, nakładów na inwestycje, postęp techniczny i zwiększenie wydajności pracy, a także na podniesienie jakości oraz reklamę i dystrybucję.**

Decyzje dotyczą więc wszystkich podstawowych funkcji przedsiębiorstwa w ich najprostszych aspektach kwantyfikowalnych. Na przykład zarządzanie czynnikiem ludzkim sprowadza się do wykorzystania dwóch zmiennych sterujących: przyjęcia (zwolnienia) oraz bodźców materialnego zainteresowania pracą. Funkcja marketingowa będzie realizowana za pośrednictwem czterech zmiennych typu: cena, jakość, dystrybucja, reklama.

4° Przyszłość jest znana i decyzje przedsiębiorstwa nie będą miały wpływu na zachowanie się innych aktorów na rynku (przedsiębiorstw konkurencyjnych, instytucji), których reguły postępowania w całym rozważanym okresie są przedsiębiorstwu znane. Założenie tego typu oznacza, że np. zbiór aktów prawnych regulujących działanie przedsiębiorstwa teraz i w przyszłości jest mu znany. Jeżeli zaś podlega ewolucji, to znane są momenty i zakres wprowadzanych zmian. Przedsiębiorstwo zna funkcję popytu globalnego oraz część, jaką może zaspokoić, podejmując decyzje dotyczące cen, nakładów na reklamę i sprzedaż oraz uzyskanie odpowiedniego poziomu jakości. Będzie się więc przyjmować, że mamy do czynienia z relacjami o charakterze deterministycznym, a rynek (suma konkurencji) nawet jeśli jest aktywny (zmiana poziomu cen średnich na rynku), to przynajmniej jest nieantagonistyczny (nie działa na niekorzyść przedsiębiorstwa).

5° W przedsiębiorstwie jest określona funkcja produkcji (w tym funkcja wydajności majątku i pracy) oraz **funkcja marketingu**. Funkcja produkcji w sposób zdeterminowany przekształca strumienie czynników produkcji (praca, majątek i surowce) w strumienie dóbr i usług. Parametry wydajnościowe mogą ulegać zmianom zależnym od nakładów na postęp techniczny, zwiększenie wydajności pracy, podniesienie jakości.

Funkcja marketingu z kolei – na podstawie nakładów na reklamę, podniesienie jakości, kosztów handlowych, a także wysokości ceny – ustala wielkość realizowanej przez przedsiębiorstwo sprzedaży dóbr (usług).

Proponowany układ założeń w istotny sposób ogranicza dalsze rozważania. Stanowi on kanwę, która będzie ulegać modyfikacji w trakcie rozwoju badań. Założenia precyzujące własności poszczególnych funkcji zostaną wymienione przy omawianiu każdej z nich.

5. Marketing

Przyjmując założenie, że przyszłość jest znana i zdeterminowana, zdecydowaliśmy, że część wielkości mających wpływ na losy przedsiębiorstwa jest od niego niezależna. W sferze marketingu będziemy przyjmować, że są to (ciągi) wielkości: $P(t)$ – oznaczające popyt globalny w okresie t oraz $\bar{c}(t)$ – średnia cena dobra (usługi) w okresie t, dla $t \in [0, T]$.

Zasadniczą wielkością, na którą będą mieć wpływ decyzje podejmowane w przedsiębiorstwie, jest jego udział w rynku – $U(t)$, który będziemy rozumieć jako część popytu $P(t)$[1], zaspokajanego przez przedsiębiorstwo.

Jeżeli przez $PS(t)$ oznaczymy możliwą sprzedaż dóbr (usług) przedsiębiorstwa, to

$$PS(t) = U(t) \cdot P(t), \tag{1}$$

przy czym

$$0 \leqslant U(t) \leqslant 1. \tag{2}$$

Faktycznie realizowana sprzedaż $(S(t))$ obliczana jest jako

$$S(t) = \min(PS(t),\ Y(t)), \tag{3}$$

gdzie $Y(t)$ – wielkość produkcji w okresie t.

Dla dalszych rozważań niezbędne będzie przyjęcie założenia, że wielkość $U(0)$ – udział w rynku w roku zerowym – jest dana.

Udział w rynku $U(t)$ może ulec zwiększeniu lub zmniejszeniu w wyniku decyzji przedsiębiorstwa dotyczących: poziomu ceny, jakości, reklamy oraz nakładów na sprzedaż (koszty dystrybucji). Przyjmiemy następujące oznaczenia:

$\Delta c(t) = \bar{c}(t) - c(t)$, odchylenia ceny przyjmowanej przez przedsiębiorstwo od średniej ceny rynkowej,

$\Delta J(t)$ – przyrost wskaźnika jakości $(\Delta J(t) \geqslant 0)$,

$KS(t)$ – nakłady na sprzedaż,

$R(t)$ – nakłady na reklamę w okresie t,

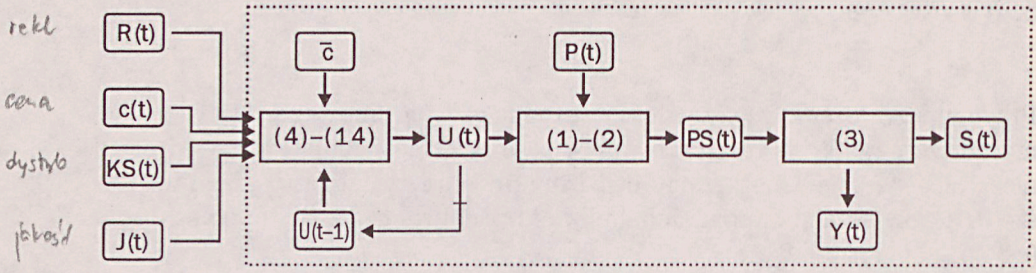
$SR(t)$ – ważona suma nakładów na reklamę, w której wagami są „odległości czasowe" od okresu t

$$SR(t) = \sum_{i=0}^{t} \frac{1}{t-i+1} R(i). \tag{4}$$

Zakładane przez nas mechanizmy funkcjonowania marketingu przedstawione są na rysunku 3.

---

[1] W celu bliższego zaznajomienia się z funkcjami opisującymi popyt na dobro (usługę) patrz [12].



Rys. 3. Marketing

Wielkości poza ramką należą do zmiennych sterujących, pozostałe są zmiennymi stanów wewnętrznych systemu. Dla uproszczenia nie rozpisano sposobu dochodzenia do zmiennej $U(t)$ (równania (5) - (14)).

Załóżmy dalej, że:

$$U(t)=U(t-1)+\Delta U(t), \tag{5}$$

co w powiązaniu z założeniem (2) daje

$$U(t)=\begin{cases}0 & \text{dla } \Delta U(t)<-U(t-1),\\ U(t-1)+\Delta U(t) & \text{w pozostałych przypadkach,}\\ 1 & \text{dla } \Delta U(t)>1-U(t-1).\end{cases} \tag{6}$$

Natomiast dla przyrostu udziału w rynku przyjmijmy

$$\Delta U(t)=F(\Delta c(t), KS(t), \Delta J(t), SR(t)), \tag{7}$$

co oznacza, że kształtują go cztery czynniki: cena, jakość, reklama i dystrybucja.

Zakładając dodatkowo, że każdy z czynników wpływa niezależnie od pozostałych i że efekt globalny jest sumą efektów cząstkowych, wzór (7) możemy zapisać w postaci

$$\Delta U(t)=f_1(\Delta c(t))+f_2(KS(t))+f_3(\Delta J(t))+f_4(SR(t)). \tag{8}$$

Jest to uogólniona postać liniowej formuły efektów marketingu, którą można znaleźć np. u Ph. Kotlera [6].

W klasycznej postaci funkcji (8) zakłada się, że $f_i(x_i)$ są postaci $\alpha_i x_i$. Ponieważ założenia z tym związane wydają się nam dalece upraszczające, będziemy postulować, by każda z funkcji spełniała wiele własności. I tak celowe byłoby, ażeby

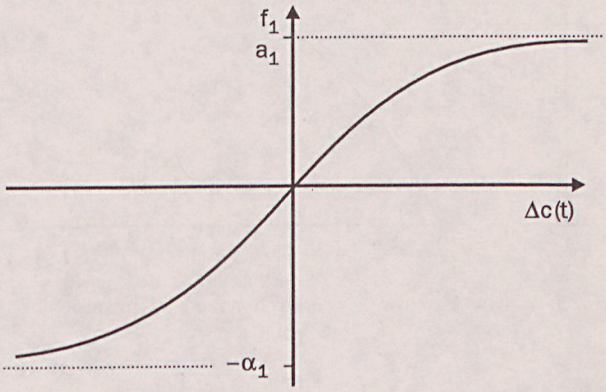
1° Funkcja $f_1(\Delta c(t))$ miała następujące własności:

– była funkcją niemalejącą $\Delta c(t)$, ale mającą pewien poziom nasycenia (oznaczmy go przez α_1),

– była funkcją o „efektach symetrycznych", tzn.

$$f_1(\Delta c(t)) = -f_1(-\Delta c(t)),$$

– jej elastyczność względem ceny malała wraz ze wzrostem $|\Delta c(t)|$.



Rys. 4. Wpływ różnicy poziomu cen oferowanych od cen na rynku na udział przedsiębiorstwa w rynku

Wśród funkcji mających wymienione własności interesująca wydaje się funkcja postaci (rys. 4):

$$f_1(\Delta c(t)) = \alpha_1 \cdot \frac{1 - e^{-\alpha_2 \Delta c(t)}}{1 + e^{-\alpha_2 \Delta c(t)}}. \tag{9}$$

2° Funkcja $f_2(KS(t))$ licząca efekty nakładów na sprzedaż (np. opłacenie dodatkowego wysiłku sprzedawców, szkolenie handlowców) powinna mieć następujące własności:

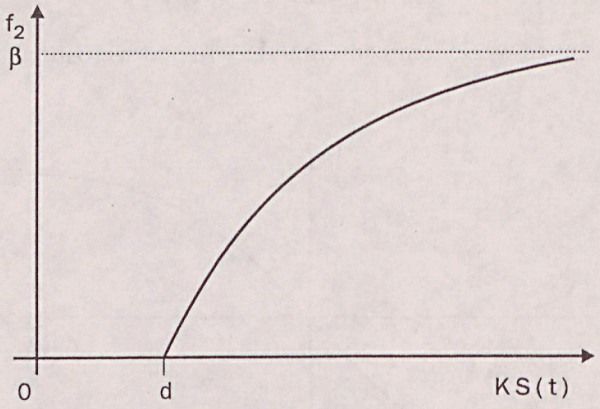
– być niemalejąca,
– mieć asymptotę poziomą,
– mieć pewien próg wrażliwości poniesionych nakładów.

Przykładem funkcji o tych własnościach może być funkcja określona wzorem

$$f_2(KS(t)) = \begin{cases} \beta \cdot \dfrac{KS(t) - d}{KS(t) + b} & \text{dla } KS(t) \geqslant d > 0, \\ 0 & \text{dla } 0 < KS(t) < d, \end{cases} \tag{10}$$

dla której β jest asymptotą poziomą, d zaś – poziomem wrażliwości (rys. 5)[2].

[2] Funkcja f_2 ma również asymptotę pionową $KS(t) = -b$. Nie nadaje się tu specjalnej interpretacji parametrowi b, ale warto wspomnieć, że wszystkie trzy parametry (β, b, d) decydują o wielkości pochodnych $f_2'(KS(t))$, czyli prędkościach wzrostu funkcji f_2.

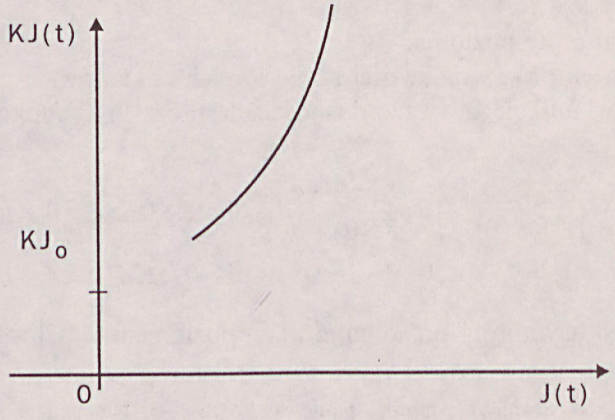


Rys. 5. Wpływ kosztów handlowych na udział przedsiębiorstwa w rynku

3° Założymy, że w przypadku funkcji $f_3(\Delta J(t))$ możliwe jest mierzenie poziomu jakości wyrobu pewnym wskaźnikiem syntetycznym. Wiemy, że jego przyrost uwarunkowany jest nakładami rosnącymi wykładniczo, w zależności od poziomu jakości (rys. 6). Jeżeli zatem chcemy uzyskać jakość $J(t)$, to koszt związany z uzyskaniem jej wynosi

$$KJ(t)=KJ_0+e^{h\cdot J(t)}, \tag{11}$$

gdzie h – stała stopa wzrostu.



Rys. 6. Zależność między jakością a kosztem

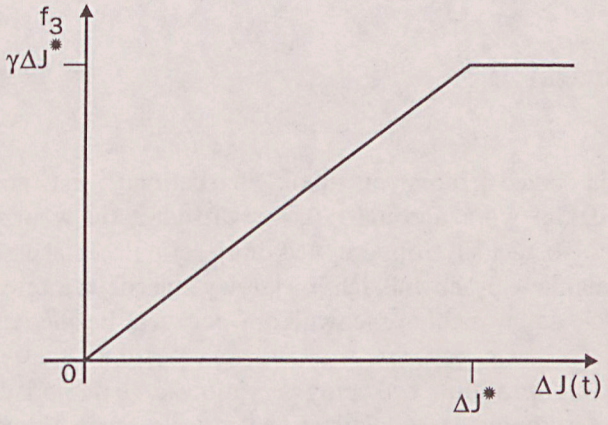
Nakłady raz poniesione dają trwałe skutki, tzn. $J(t) \leqslant J(t+1)$, niezależne od późniejszych nakładów. Decydując się zatem na podniesienie poziomu jakości o $\Delta J(t)$, musimy zaakceptować w konsekwencji dodatkowe wydatki

$$\Delta KJ(t) = e^{h(J(t-1)+\Delta J(t))} - e^{h \cdot J(t-1)} = e^{h \cdot J(t-1)} \cdot (e^{h \cdot \Delta J(t)} - 1). \tag{12}$$

Niewiele jest w literaturze sugestii dotyczących postulowanych własności funkcji reakcji sprzedaży na zmianę jakości. Postulatem oczywistym wydaje się, by była to funkcja rosnąca i ponieważ dotyczy ona udziału – powinna być ograniczona. Dla prostoty możemy przyjąć, że

$$f_3(\Delta J(t)) = \begin{cases} \gamma \cdot \Delta J(t) & \text{dla } 0 \leqslant \Delta J(t) \leqslant \Delta J^*, \\ \gamma \cdot \Delta J^* & \text{dla } \Delta J(t) > \Delta J^*, \end{cases} \tag{13}$$

gdzie ΔJ^* oznacza maksymalny przyrost jakości (rys. 7).



Rys. 7. Reakcja sprzedaży na zmianę jakości

4° Funkcja mierząca efekty reklamy $f_4(SR(t))$ powinna brać pod uwagę następujące zjawiska:

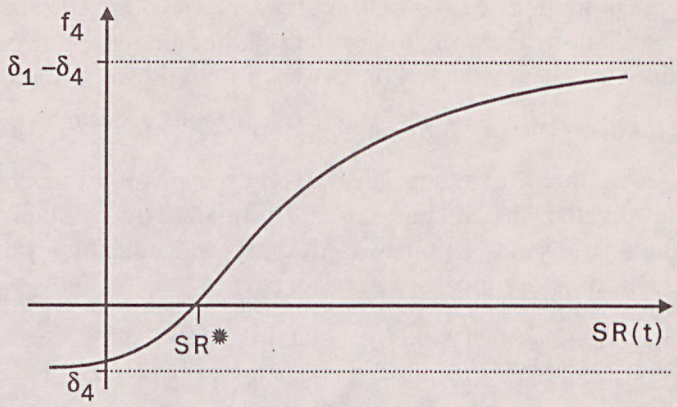
– zwiększone wydatki na reklamę pociągają za sobą wzrost udziałów w rynku (funkcja rosnąca, ale ograniczona),

– efekty uzyskane są zapamiętywane, z tym że z upływem czasu ich wpływy są coraz słabsze.

Funkcją spełniającą powyższe warunki jest np. funkcja logistyczna (rys. 8):

$$f_4(SR(t)) = \frac{\delta_1}{1 + e^{-\delta_2 - \delta_3 SR(t)}} - \delta_4, \qquad \delta_1 > \delta_4, \tag{14}$$

gdzie $SR(t)$ jest ważoną sumą nakładów na reklamę (4).



Rys. 8. Wpływ reklamy na udział przedsiębiorstwa w rynku

6. Czynnik ludzki

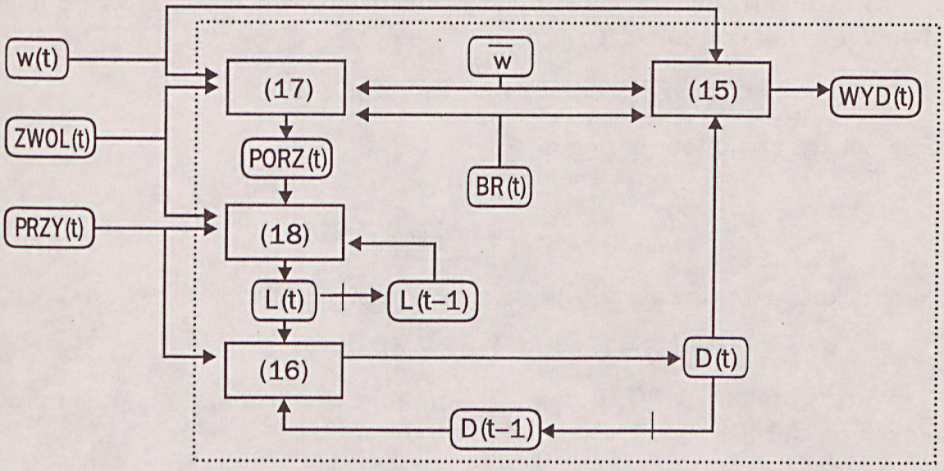
Ważną funkcją przedsiębiorstwa, obok marketingu, jest gospodarowanie czynnikiem ludzkim wyrażane nie tylko w zatrudnianiu w przedsiębiorstwie pracowników w postaci siły roboczej wykonującej polecenia przełożonych, ale również wyzwalanie w pracownikach inicjatywy zbieżnej z interesami przedsiębiorstwa, a także zapewnienie pracownikom poczucia bezpieczeństwa i samorealizacji.

Podobnie jak poprzednio, będziemy przyjmować, że na podstawie założenia o znanej i zdeterminowanej przyszłości wiemy, ile wynosi średnia płaca na rynku pracy obejmującym nasze przedsiębiorstwo ($\bar{w}(t)$) w całym rozważanym okresie oraz wskaźnik bezrobocia $BR(t)$, mówiący o wielkości udziału bezrobotnych w populacji zdolnych do pracy.

Będziemy zakładać, że na wydajność pracy mają wpływ doświadczenie oraz motywacja materialna, natomiast poziom płac i wskaźnik bezrobocia mają wpływ na kształtowanie się wskaźnika płynności kadr, a ten z kolei wpływa na poziom średniego doświadczenia zawodowego w przedsiębiorstwie. Schematycznie można to przedstawić jak na rysunku 9.

Wydaje się uzasadnione przyjęcie następujących własności funkcji $WYD(t)$ opisującej wpływ parametrów zewnętrznych i sterowania na poziom wydajności pracy:

– $WYD(t)$ jest funkcją niemalejącą i ograniczoną zmiennych $D(t)$ oraz $\Delta w(t) = w(t) - \bar{w}(t)$, o efektach symetrycznych i asymptotach poziomych $(0 \leqslant WYD(t) \leqslant WM)$, a ponadto efekty wpływu $\Delta w(t)$ uzależnione są od $BR(t)$, co



Rys. 9. Model gospodarowania czynnikiem ludzkim

z kolei da się opisać również funkcją niemalejącą i ograniczoną. Przykładem funkcji o tych właściwościach jest

$$WYD(t)=\frac{WM}{1+\omega_1 e^{-\omega_2(BR(t))\cdot\Delta w(t)-\omega_3 D(t)}}, \tag{15}$$

gdzie

$$\omega_2(BR(t))=\omega_4\frac{1}{1+e^{-\omega_5 BR(t)}}.$$

– $D(t)$ jest funkcją malejącą $PK(t)$, ograniczoną od dołu i przyjmującą wartości nieujemne. Wyrazić ją można w następujący sposób:

$$D(t)=\left(1-\frac{PRZY(t)}{L(t)}\right)(D(t-1)+1)+\frac{PRZY(t)}{L(t)}. \tag{16}$$

Formuła ta zakłada, że nowo przybyli pracownicy nie mają żadnego doświadczenia, stażu pracy.

– Występujące w powyższym wzorze $PRZY(t)$ jest zmienną sterowania i wyraża liczbę nowo przyjętych pracowników. Obok niej występują także dwie inne zmienne obrazujące proces płynności kadr. Są nimi:

$ZWOL(t)$ – zmienna decyzyjna obejmująca zwalnianych przez zarządzającego pracowników, oraz

$PORZ(t)$ – funkcja naturalnej płynności kadr, przedstawiająca zatrudnionych, którzy ze względu na sytuację w przedsiębiorstwie oraz na rynku siły

roboczej samodzielnie rezygnują z pracy. Jest to funkcja malejąca ze względu na $\Delta w(t)$, $BR(t)$ oraz $\Delta ZWOL(t)$, gdzie

$$\Delta ZWOL(t) = ZWOL(t) - ZWOL(t-1)$$

oraz mająca asymptoty poziome.

$$PORZ(t) = \frac{1}{1 + e^{\omega_6 \Delta w(t) + \omega_7 BR(t) + \omega_8 \Delta ZWOL(t)}} L(t-1). \tag{17}$$

Wielkość zatrudnienia ($L(t)$) ustala się w następujący sposób:

$$L(t) = L(t-1) + PRZY(t) - ZWOL(t) - PORZ(t). \tag{18}$$

Wartości funkcji $WYD(t)$ oraz $L(t)$ będą odgrywać istotną rolę przy opisie funkcji produkcji.

7. **Produkcja** (funkcja techniczna)

Punktem wyjścia do naszych rozważań jest przyjęcie podstawowych założeń dotyczących funkcji produkcji.

Biorąc pod uwagę wiele sugestii zawartych w literaturze, a w szczególności w pracach A. Konytsoyanisa [5], W. Baczko [1], P. van Loona [10], i kontynuując rozważania zawarte w [2] - [4], autorzy proponują, by funkcja produkcji miała postać:

$$Y(t) \leqslant WYD(t) \cdot L(t), \tag{19}$$

$$Y(t) \leqslant WYM(t) \cdot M(t), \tag{20}$$

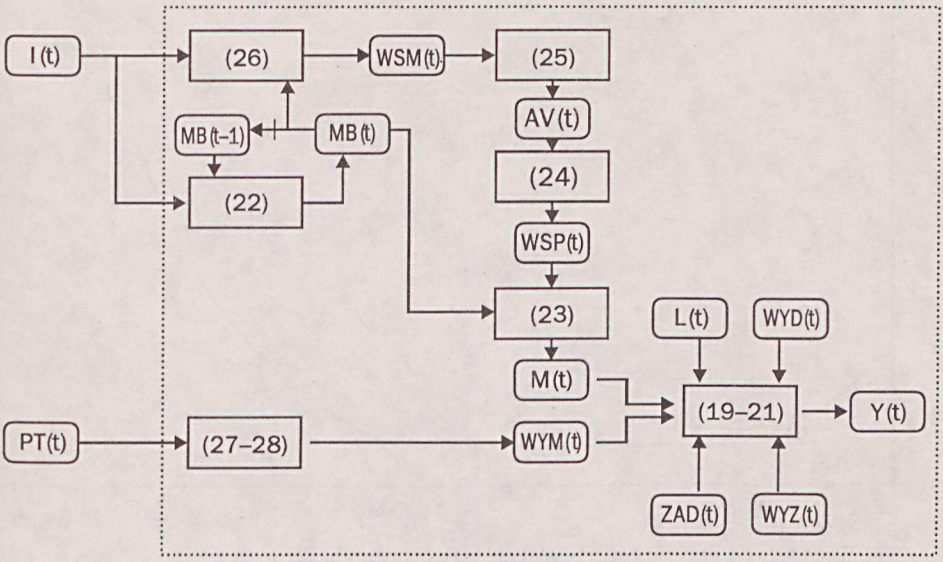
$$Y(t) \leqslant WYZ(t) \cdot ZAD(t), \tag{21}$$

gdzie oczywiście $WYD(t)$ i $L(t)$ oznaczają wydajność pracy i zatrudnienie określane wzorami (15) i (18), natomiast $WYM(t)$ i $M(t)$ oznaczają odpowiednio wydajność majątku w momencie t oraz jego wielkość (wartość); $WYZ(t)$ i $ZAD(t)$ przedstawiają odpowiednio jednostkowe zużycie materiałów i surowców do produkcji oraz zapasy materiałów i surowców pozostające w dyspozycji przedsiębiorstwa w momencie t.

Za przyjęciem właśnie tej funkcji produkcji przemawiają następujące argumenty:

1° przedsiębiorstwo dysponuje określoną (daną) technologią, zatem substytucja czynników produkcji w krótkim okresie jest mocno ograniczona lub niemożliwa,

2° zasoby czynników produkcji są ograniczone,



Rys. 10. Majątek i ustalanie zdolności produkcyjnych

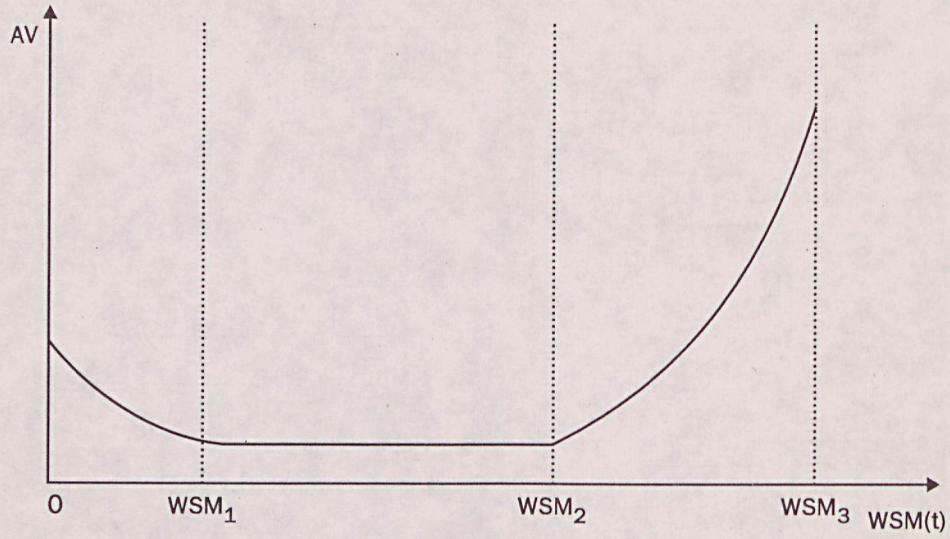
3° zmiana funkcji produkcji jest możliwa jedynie za pośrednictwem zmian parametrów wydajnościowych, a to jest związane m. in. z nakładami na postęp techniczny, bodźce materialnego zainteresowania itp.

Nierówność (19) omówiona została w poprzednim punkcie. Obecnie zajmiemy się nierównością (20), wyjaśniając sposób kształtowania się wielkości $M(t)$ oraz $WYM(t)$.

Pierwsza z nich – majątek – rozumiana jest tu jako wartość majątku biorącego aktywny udział w procesie produkcyjnym, a więc ta część majątku, która jest sprawna. Przyjmijmy, że współczynnik sprawności majątku – $WSP(t)$ – uzależniony jest od jego wieku średniego ($WSM(t)$) i zależność tę można opisać funkcją w kształcie wanny (rys. 11, str. 22), gdzie WSM_1, WSM_2 i WSM_3 oznaczają punkty końcowe przedziałów, w których funkcja „wanny" zmienia swoją postać analityczną i podstawowe własności (przedział $\langle 0, WSM_1\rangle$ – docieranie, $(WSM_1, WSM_2\rangle$ – stała intensywność awarii, $(WSM_2, WSM_3\rangle$ – majątek stary o gwałtownie rosnącej awaryjności). WSM_3 jest terminem wycofania (całkowitego zamortyzowania) majątku. Oznacza to, że majątek wprowadzony (zakupiony) w momencie t jest wycofywany w momencie $t+WSM_3$ jako całkowicie zużyty (zamortyzowany). Wprowadzenie majątku odbywa się poprzez inwestycje $I(t)$. Majątek brutto (aktywny + niesprawny) będzie się kształtować według reguły:

$$MB(t)=MB(t-1)+I(t)-I(t-WSM_3), \tag{22}$$

przy czym $MB(0)$ i odpowiednio $I(t-WSM_3),\ldots, I(t)$ są dane, natomiast majątek aktywny opisany jest wzorem:



Rys. 11. Wykres krzywej awaryjności

$$M(t)=WSP(t)\cdot MB(t). \tag{23}$$

Z kolei

$$WSP(t)=1-AV(t), \tag{24}$$

gdzie

$$AV(t)=\begin{cases} AV_1(WSM(t)) & \text{dla } 0\leqslant WSM(t)\leqslant WSM_1, \\ AV_2(WSM(t)) & \text{dla } WSM_1<WSM(t)\leqslant WSM_2, \\ AV_3(WSM(t)) & \text{dla } WSM_2<WSM(t)\leqslant WSM_3. \end{cases} \tag{25}$$

Postaci i własności funkcji $AV(t)$ przedyskutowane są na przykład w pracy I. Koźniewskiej i M. Włodarczyk [7].

Wielkość $WSM(t)$ będziemy wyznaczać ze wzoru

$$WSM(t)=\frac{\sum_{i=0}^{WSM_3}(i\cdot I(t-i))}{MB(t)}. \tag{26}$$

Zauważmy jeszcze na koniec, że wielkość $I(t)$ jest zmienną sterującą.

Drugą wielkością występującą we wzorze (20) jest $WYM(t)$ określona jako wydajność majątku aktywnego w momencie t. Wielkość ta będzie kształtowana przez zmienną sterującą, jaką uznamy nakłady na postęp techniczny ($PT(t)$).

Przyjmiemy obecnie następujące postulaty dotyczące własności funkcji:

$$WYM(t)=\Gamma(PT). \tag{27}$$

Będziemy postulować, by funkcja $\Gamma(t)$ miała następujące własności:

– była niemalejąca i miała asymptotę poziomą przy $\sum_{i=0}^{t} PT(i) \to \infty$.

– była funkcją z „pamięcią", tzn. każdy dodatkowy nakład na postęp techniczny podnosi wartość współczynnika wydajności majątku,

– istniała wartość progowa PT^*, powyżej której skutkują nakłady na postęp techniczny.

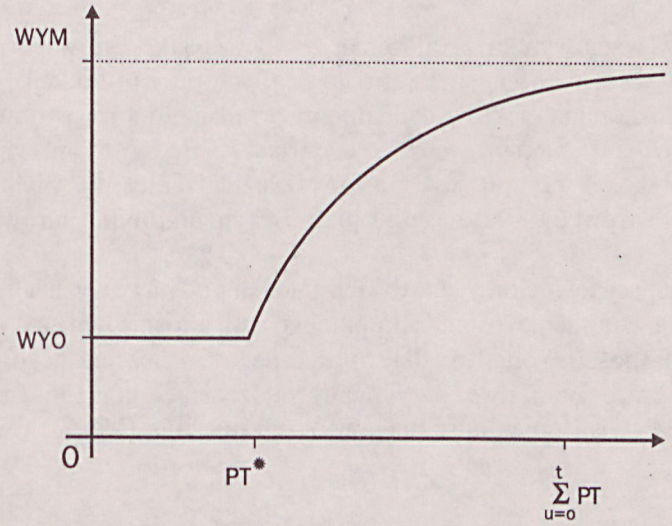
Jedna z funkcji spełniających te postulaty zaproponowana została w [4]. Jej postać jest następująca:

$$WYM(t) = \begin{cases} WYO\left(w_1 - \dfrac{w_2}{w_3\left(PTO + \sum_{u=0}^{t} PT(u) + w_4\right)}\right) & \text{dla } PTO + \sum_{u=0}^{t} PT(u) \geqslant PT^*, \\ WYO & \text{dla } PTO + \sum_{u=0}^{t} PT(u) < PT^*. \end{cases} \tag{28}$$

Wartość progowa PT^* uwikłana jest w zależności

$$PT^* = \frac{w_4}{w_3} - \frac{w_2}{w_3(w_1 - 1)}. \tag{29}$$

Wykres tej funkcji pokazany został na rysunku 12.



Rys. 12. Wykres funkcji wydajności w zależności od nakładów na postęp techniczny

Warunek (21) dotyczy zaopatrzenia w materiały i surowce. Występujące w nierówności (21) symbole oznaczają kolejno: $WYZ(t)$ – normy zużycia

materiałów, $ZAD(t)$ – materiały pozostające w dyspozycji przedsiębiorstwa. Oba terminy wymagają bliższych wyjaśnień.

$ZAD(t)$ jest wielkością agregatową w jednostkach „pseudonaturalnych" (umownych jednostkach mierzących ilość surowców i materiałów). Jej wartość wyznaczana jest z równania

$$ZAD(t)=ZAD(t-1)+ZAK(t)-ZUŻ(t), \tag{30}$$

gdzie $ZAK(t)$ – oznacza wielkość zakupów w okresie t, natomiast $ZUŻ(t)$ – zużycie surowców i materiałów w okresie t.

$ZAD(t)$ jest więc poziomem zapasów materiałów do końca okresu t. Będziemy zakładać, że wielkość $ZAD(0)$ jest wielkością daną. Zależność $ZUŻ(t)$ z $Y(t)$ nie jest oczywista. Wielkość produkcji $Y(t)$ określona wzorami (19)-(21) oznacza właściwie możliwości produkcyjne. Ich wykorzystanie uzależnione jest od możliwości sprzedaży. Zgodnie z wzorem (3) przyjęliśmy, że $S(t)=\min\{PS(t)=Y(t)\}$, a ponieważ nie gromadzimy zapasów wyrobów, zatem zużycie wyrażone jest wzorem

$$ZUŻ(t)=WYZ(t)\cdot S(t). \tag{31}$$

Normy zużycia mogą być funkcją zmiennej $J(t)$ – jakości towaru. Będziemy postulować, by funkcja ta była rosnąca, o stałej stopie wzrostu. Odpowiada to własnościom funkcji wykładniczej, np.

$$WYZ(t)=WYO\cdot e^{\gamma\cdot J(t)}. \tag{32}$$

Powyższy wzór wynika z założenia, że wyższa jakość towarów jest ściśle związana z wyższą jakością surowców używanych przy produkcji.

W celu rozliczenia efektów działalności przedsiębiorstwa istotne jest ustalenie kosztów zakupu surowców i materiałów. Będziemy przyjmować, że jednostkowy koszt zakupu jest zmienny i uzależniony od wielkości partii zakupionych surowców i od terminu płatności za zakupione surowce, a także ich jakości.

Wydaje się sensowne przyjęcie dwóch założeń podstawowych, a mianowicie, że cena maleje wraz ze wzrostem zakupionej partii, a rośnie wraz z wydłużaniem terminów płatności. Ponadto, dla ostatecznego rozliczenia tego fragmentu działalności przedsiębiorstwa, przyjmiemy założenie, że koszt magazynowania jest stały ($cMAG$), a pojemność magazynu ograniczona (MAG), a więc

$$ZAD(t)\leqslant MAG. \tag{33}$$

Wśród funkcji opisujących wspomnianą wyżej zależność kosztu jednostkowego zakupu (CZ) od wielkości partii (ZAK), terminu płatności oraz jakości zakupowanych surowców, można wyróżnić funkcję typu liniowego, a mianowicie

$$CZ(t)=CZO+\delta_1\cdot TER(t)-\delta_2\cdot ZAK(t)+\delta_3\cdot J(t), \tag{34}$$

gdzie $TER(t)$ – termin płatności za surowce i materiały dostarczane w momencie t (natychmiastowy termin dostawy).

Zatem koszt zakupu surowców można wyrazić wzorem

$$cZAK(t) = CZ(t) \cdot ZAK(t), \tag{35}$$

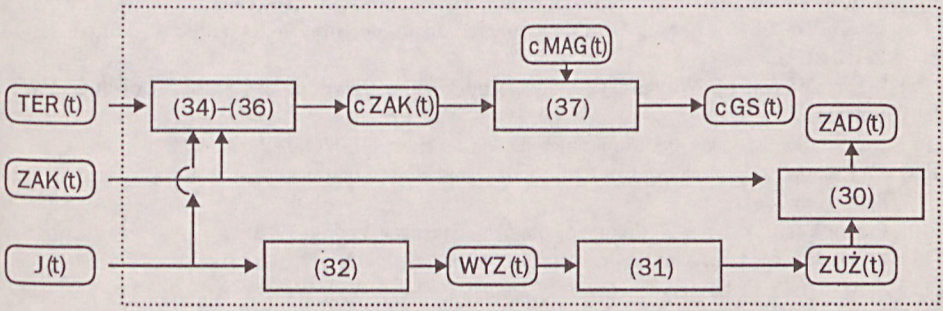
czyli

$$cZAK(t) = CZO \cdot ZAK(t) + \delta_1 \cdot TER(t) \cdot ZAK(t) - \delta_2 \cdot ZAK^2(t). \tag{36}$$

Tak więc po stronie kosztów zaopatrzenia i gospodarki magazynowej będziemy mieć wielkości

$$cGS(t) = cMAG + cZAK(t). \tag{37}$$

Schematycznie sytuację w tym segmencie działalności przedsiębiorstwa przedstawiono na rysunku 13.



Rys. 13. Gospodarka surowcowa

8. Zakończenie

Powyższe rozważania stanowią próbę cybernetycznego opisu podstawowych sfer działalności przedsiębiorstwa. Ze względu na specyficzny charakter i brak bezpośrednich związków z przedstawionymi sferami pominięto cały blok finansowo-księgowy. Zamiarem autorów jest opisanie jego w drugiej części artykułu.

Przedstawiony w artykule model stanowi punkt wyjścia do opracowania gry dydaktycznej o nazwie TRANS 4, a także narzędzia do automatycznego generowania trajektorii pewnych zmiennych opisujących stan przedsiębiorstwa w zależności od przyjętych i ustalonych na cały okres sposobów rozdziału

zasadniczych strumieni finansowych. Na szczególną uwagę zasługuje w nich blok dotyczący oceny działalności modelowanego przedsiębiorstwa. Również i on zostanie przedstawiony w kolejnej publikacji.

Bibliografia

[1] **T. Baczko**, Modele funkcjonowania przedsiębiorstw, PWE, Warszawa 1986.
[2] **W. Borucki, J. Kowalewski**, Sterowanie działalnością przedsiębiorstwa usługowego (Gra symulacyjna TRANS1), ZN AE Poznań 1991 nr 189.
[3] **W. Borucki, J. Kowalewski**, Sterowanie działalnością przedsiębiorstwa usługowego – TRANS2, Seminarium polsko-radzieckie, Poznań 1989.
[4] **W. Borucki, J. Kowalewski**, Sterowanie działalnością przedsiębiorstwa usługowego (Gra symulacyjna TRANS3 v.3.0). Seminarium „Symulacyjne modele przedsiębiorstw", Kraków-Trzemeśnia 1990.
[5] **A. Koutsoyanis**, Modern Microeconomics, The Mac Millan Pres 1979.
[6] **P. Kotler**, Le Marketing. Les fondements de la decision – les editions d'organisation, Paris 1974.
[7] **I. Koźniewska, M. Włodarczyk**, Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi, PWN, Warszawa 1978.
[8] **I. Lesourne**, Modeles de croiossance des entreprises, DUNOD, Paris 1973.
[9] **J. Lesourne, R. Leban**, Control theory and the dynamics of the firm, a survey, OR Spektrum 1982.
[10] **P. van Loon**, A dynamic theory of the firm. Springer-Verlag, 1983.
[11] **E. Malinvaud**, Leçon de théorie microéconomique, DUNOD, Paris 1968.
[12] **S. Mynarski**, Cybernetyczne aspekty analizy rynku, PWN, Warszawa 1976.
[13] **Z. Rzemykowski**, Elementy cybernetyki ekonomicznej, Skrypt AE w Poznaniu (w druku).