Michał KONOPCZYŃSKI

Katedra Ekonomii Matematycznej
Akademia Ekonomiczna w Poznaniu

POLITYKA BUDŻETOWA W WARUNKACH UNII MONETARNEJ W ŚWIETLE NEOKLASYCZNEGO MODELU WZROSTU GOSPODARCZEGO

Wstęp

W artykule badamy wpływ polityki fiskalnej na kondycję gospodarki w długim okresie, w warunkach unii gospodarczej i walutowej (UGW). W tym celu analizujemy neoklasyczny model wzrostu małego (w sensie gospodarczym) kraju, należącego do UGW. Model ten jest oparty na założeniach typowych dla Europejskiej Unii Monetarnej (EMU). Przy tym jest on jednak na tyle ogólny, że (po ewentualnych niewielkich modyfikacjach) nadaje się do opisu każdego małego kraju dowolnej unii monetarnej. Dzięki temu uzyskane wnioski mają walor uniwersalności – odnoszą się nie tylko do istniejących obecnie unii monetarnych, ale także do tych, które niegdyś istniały lub dopiero powstaną.

Prezentowany model jest rozwinięciem neoklasycznego modelu wzrostu, opisanego przez nas w pracy [7]. Długookresowe zjawiska analizowaliśmy tam nie wyróżniając *explicite* sektora publicznego, a więc całą aktywność gospodarczą zagregowaliśmy w jednym sektorze. Teraz natomiast dzielimy go na dwa odrębne sektory. Sektor prywatny – najogólniej mówiąc – zajmuje się wytwarzaniem dóbr i usług, uzyskane zaś dochody (po opodatkowaniu) inwestuje, powiększając w ten sposób zasób kapitału. Natomiast sektor publiczny (nazywany też rządem) pobiera podatki T, z których finansuje konsumpcję publiczną G. Ewentualny deficyt budżetowy jest pokrywany emisją obligacji skarbowych, sprzedawanych

podmiotom krajowym i zagranicznym. W modelu występują też analogiczne obligacje emitowane przez rządy innych państw UGW – nazywamy je obligacjami unijnymi[1].

W stosunku do modelu z artykułu [7], istotne różnice, wynikające z wprowadzenia rządu i obligacji unijnych, pojawiają się w rachunkach rozdysponowania produktu oraz tworzenia i podziału dochodu w gospodarce. Natomiast pozostałe założenia nie ulegają większym zmianom. Dotyczy to w szczególności założeń technologicznych oraz założeń dotyczących rynków pracy i kapitału [7, pkt 1 i 2].

Wykazujemy, że w przedstawionym modelu istnieje dokładnie jeden stan dynamicznej równowagi (tzw. stan stacjonarny), charakteryzujący się tzw. naturalną stopą wzrostu. Wyprowadzamy warunki konieczne i dostateczne globalnej asymptotycznej stabilności tego stanu. Na podstawie wzorów opisujących gospodarkę w stanie równowagi, wyprowadzamy tzw. złote reguły, dotyczące parametrów sterowanych przez rząd. Przedmiotem naszego zainteresowania są również tzw. procesy przejścia (od jednego do drugiego stanu równowagi gospodarki), wywołane zmianami w polityce fiskalnej. Ilustrujemy je symulacjami komputerowymi, opartymi na względnie realistycznych założeniach liczbowych.

1. Sektor publiczny (rząd)

Załóżmy, że dochody sektora publicznego (zwanego dalej rządem) są proporcjonalne do wielkości produktu krajowego:

$$T = \tau Y, \tag{1}$$

gdzie $0 < \tau < 1$. Ewentualna nadwyżka wydatków nad dochodami rządu stanowi deficyt budżetowy, pokrywany z emisji obligacji sprzedawanych podmiotom krajowym i zagranicznym. Przy założeniu, że pożyczanie pieniędzy rządom poszczególnych krajów unii wiąże się z jednakowym

[1] Jeden z pierwszych modeli wzrostu uwzględniających *explicite* sektor rządowy przedstawiono w pracy [10], opisywał on jednak gospodarkę zamkniętą. W pracy [3] uogólniono ów model na gospodarkę otwartą z doskonałą mobilnością kapitału. My z kolei przedstawiamy uogólnienie tego modelu, dotyczące małej gospodarki w UGW i przewidujące oprócz obligacji rządowych także obligacje unijne, co prowadzi do pewnych nowych wniosków.

ryzykiem, realne oprocentowanie wszystkich obligacji jest równe realnej stopie procentowej r (z założenia jednakowej we wszystkich krajach UGW[2]). W warunkach doskonałej mobilności kapitału w unii, zaproponowanie bowiem niższego niż r oprocentowania obligacji rządowych małego kraju spowodowałoby gwałtowny spadek popytu na te obligacje. Obywatele woleliby lokować swoje pieniądze w wyżej oprocentowanych obligacjach unijnych. Natomiast oprocentowanie obligacji (nawet niewiele) wyższe niż r oznaczałoby, że rząd postępuje nieracjonalnie, ponieważ popyt na te obligacje na pewno przewyższałby ich podaż.

Niech B oznacza całkowity dług publiczny. Deficyt budżetowy, uwzględniający koszty obsługi tego długu, jest różnicą $G+rB-T$, gdzie G oznacza łączne wydatki rządu, bez odsetek od zadłużenia publicznego. Przyjmujemy, że wydatki te mają charakter konsumpcyjny, a stosunek deficytu budżetowego do produktu krajowego wyraża (nieujemny) parametr decyzyjny ξ:

$$\xi = \frac{G+rB-T}{Y}, \tag{2}$$

co jest równoważne z

$$G = T - rB + \xi Y. \tag{3}$$

Zgodnie z równaniem (3) rząd, znając poziom dochodów T i koszty obsługi długu publicznego rB, realizuje wydatki budżetowe G tak, aby deficyt budżetowy stanowił z góry zaplanowany procent produktu krajowego[3]. Narastanie długu publicznego opisuje równanie:

$$\dot{B} = G + rB - T = \xi Y. \tag{4}$$

Określona część θ emisji obligacji jest sprzedawana inwestorom zagranicznym, a reszta podmiotom krajowym:

$$\dot{B}_Z = \theta \xi Y, \tag{5}$$

---

[2] Identycznie jak w modelu bez rządu, zakładamy doskonałą mobilność towarów, dzięki której ceny oraz stopy inflacji w poszczególnych krajach UGW są jednakowe [7, s. 8].

[3] Założenie takie jest uzasadnione w przypadku EMU, ponieważ jedno z kryteriów Paktu na rzecz Stabilności i Wzrostu ustanawia górną granicę deficytu budżetowego w relacji do PKB na poziomie 3%. Rządy poszczególnych państw EMU są zobowiązane tak sterować wydatkami i dochodami budżetowymi, aby nie przekroczyć tej granicy.

$$\dot{B}_K=(1-\theta)\xi Y, \tag{6}$$

gdzie $0\leqslant\theta\leqslant 1$. Oczywiście w każdym momencie zachodzi równość:

$$B=B_K+B_Z, \tag{7}$$

gdzie B_K oznacza zadłużenie krajowe rządu (krajowy dług publiczny), a B_z – zadłużenie zagraniczne rządu[4].

2. Rachunek rozdysponowania produktu oraz tworzenia i podziału dochodu

Popyt na produkt krajowy jest skorygowaną o saldo bilansu handlowego sumą konsumpcji C i inwestycji I sektora prywatnego oraz wydatków rządu G. Tak jak w modelu bez rządu [7, pkt 3] zakładamy, że rynek produktu jest zawsze w równowadze, czyli całkowity popyt na produkt krajowy jest równy produkcji Y:

$$Y=C+I+G+X-M. \tag{8}$$

Realny dochód do dyspozycji obywateli kraju obejmuje dochody z pracy i z kapitału krajowego oraz saldo odsetek od obligacji rządowych i unijnych. Przy przyjętym założeniu o zerowych zyskach firm dochód ten wyraża się wzorem (por. [7, pkt 3]):

$$Y_d=wL+w_K KK+r(B_K+O)=wL+w_K(K+E)+r(B_K+O)=$$

$$=Y+w_K E+r(B_K+O)=Y+(r+\delta)E+r(B_K+O). \tag{9}$$

Realny dochód do dyspozycji jest zatem równy produkcji powiększonej o dochody z aktywów zagranicznych netto i odsetki od obligacji rządowych i unijnych. Dochód ten, po opodatkowaniu, jest przeznaczany na konsumpcję C i oszczędności S. Oznaczając przez γ przeciętną skłonność do oszczędzania w gospodarce, mamy

$$S=\gamma(Y_d-T), \tag{10}$$

$$C=(1-\gamma)(Y_d-T), \qquad \text{gdzie} \qquad 0\leqslant\gamma<1. \tag{11}$$

[4] Wielkość ta nie jest tożsama z „zadłużeniem zagranicznym państwa", gdyż oprócz rządu kredyty zagraniczne zaciągać mogą podmioty prywatne (zob. dalej).

Z równań (8)-(11) wynika, że

$$C+S+T=C+I+G+X-M+(r+\delta)E+r(B_K+O),$$

co zważywszy na (4) i (7) prowadzi do tożsamości rachunkowej

$$S-I=\dot{B}+Q, \tag{12}$$

gdzie Q oznacza saldo rachunku obrotów bieżących w gospodarce:

$$Q=X-M+(r+\delta)E+rO-rB_Z. \tag{13}$$

Równanie (12) to znana w makroekonomii tożsamość bilansowa: nadwyżka oszczędności sektora prywatnego nad inwestycjami w kraju jest równa deficytowi budżetowemu powiększonemu o saldo rachunku obrotów bieżących (np. [4, s. 23] lub [9, s. 194]).

Przypomnijmy podstawowe równania dynamiki kapitału:

$$\dot{K}=I-\delta K, \tag{14}$$

$$K\dot{K}=IK-\delta KK. \tag{15}$$

Jak pamiętamy, aktywa zagraniczne netto są różnicą pomiędzy kapitałem krajowym a kapitałem zaangażowanym w kraju: $E=KK-K$ [7, s. 9]. Zatem, zważywszy na (14) i (15), równanie dynamiki tych aktywów można zapisać jako

$$\dot{E}=IK-I-\delta E. \tag{16}$$

Zakładamy, że inwestycje finansowane przez podmioty krajowe stanowią określoną część ich dochodu do dyspozycji po opodatkowaniu:

$$IK=\psi(Y_d-T), \qquad \text{gdzie} \qquad 0\leqslant\psi\leqslant 1. \tag{17}$$

Oszczędności sektora prywatnego powiększają stan aktywów w jego posiadaniu. W modelu występują trzy rodzaje aktywów – jeden rzeczowy i dwa finansowe. Pierwszy to kapitał krajowy KK, znajdujący się częściowo w kraju, a częściowo za granicą. Drugim są obligacje rządowe, a trzecim – obligacje unijne. Podział oszczędności opisuje zatem równanie

$$S=IK+\dot{B}_K+\dot{O}. \tag{18}$$

Korzystając z (12) i (16), równanie to można przekształcić do następującej postaci:

$$\dot{O}=\dot{B}_Z+Q-(\dot{E}+\delta E). \tag{19}$$

Przyjrzyjmy się ekonomicznej interpretacji tej tożsamości bilansowej. Wynika z niej, że jeżeli rząd pożyczy za granicą pewną kwotę $\dot{B}_Z$, to (przy pozostałych warunkach niezmienionych) sektor prywatny dokładnie tę samą kwotę pożyczy zagranicy (kupując unijne obligacje). W efekcie w kraju pozostanie dokładnie ten sam strumień pieniądza. Zatem ewentualne decyzje rządu dotyczące proporcji θ nie wpłyną na absorpcję kraju. Jeśli rząd pożyczy pieniądze z zagranicy i wprowadzi je do obiegu, zostaną one i tak wycofane z obiegu, ponieważ inwestorzy krajowi dokładnie tę samą kwotę zainwestują w obligacje unijne.

Podobnie rzecz wygląda z saldem rachunku obrotów bieżących Q. Jeżeli z jakichś powodów saldo to zwiększy się o określoną kwotę, to (przy pozostałych warunkach niezmienionych) zostanie ona zainwestowana w obligacje unijne. W efekcie ani ilość pieniądza w kraju, ani popyt na towar w kraju nie ulegną zmianie.

Z (19) wynika również, że gdyby podmioty krajowe zechciały powiększyć swe aktywa zagraniczne o kwotę $\dot{E}$, to (*ceteris paribus*) musiałyby w tym celu pożyczyć z zagranicy kwotę $\dot{E}+\delta E$, która wystarczy na pokrycie przyrostu aktywów zagranicznych oraz odtworzenie ich zużytej części.

3. Równania modelu

Funkcjonowanie gospodarki opisuje następujący układ równań (por. [7, pkt 4]):

[i] $r=\alpha\left(\frac{K}{AL}\right)^{\alpha-1}-\delta,$ gdzie $0<\delta<1,$

[ii] $Y=K^{\alpha}(AL)^{\beta},$ gdzie $\alpha+\beta=1,\ \alpha,\beta>0,$

[iii] $w=A\beta\left(\frac{K}{AL}\right)^{\alpha},$

[iv] $T=\tau Y,$ gdzie $0<\tau<1,$

[v] $G=T-rB+\xi Y$, gdzie $\xi \geqslant 0$,

[vi] $\dot{B}=\xi Y$, $\dot{B}_Z=\theta \xi Y$, $\dot{B}_K=(1-\theta)\xi Y$, gdzie $0 \leqslant \theta \leqslant 1$,

[vii] $Y_d=Y+(r+\delta)E+r(B_K+O)$,

[viii] $C=(1-\gamma)(Y_d-T)$, gdzie $0 \leqslant \gamma < 1$,

[ix] $S=\gamma(Y_d-T)$,

[x] $Y=C+I+G+X-M$,

[xi] $Q=X-M+(r+\delta)E+rO-rB_Z$,

[xii] $IK=\psi(Y_d-T)$, gdzie $0 \leqslant \psi \leqslant 1$,

[xiii] $\dot{K}=I-\delta K$,

[xiv] $\dot{O}=S-IK-\dot{B}_K$,

[xv] $\dot{E}=IK-I-\delta E$,

[xvi] $\dot{A}=\sigma A$, gdzie $\sigma > 0$,

[xvii] $\dot{L}=nL$, gdzie $n > 0$,

z warunkami początkowymi:

$$K(0)=K_0>0, \quad E(0)=E_0, \quad B(0)=B_0 \geqslant 0, \quad B_Z(0)=B_Z \geqslant 0,$$

$$B_K(0)=B_0-B_{Z0} \geqslant 0, \quad O(0)=O_0, \quad A(0)=A_0>0, \quad L(0)=L_0>0.$$

Układ powyższy można przedstawić w prostszej, równoważnej postaci „na jednostkę efektywnej pracy" (**njep**). Oznaczając małymi literami wartości poszczególnych zmiennych **njep** (np. $k=K/AL$), otrzymujemy:

[i'] $r=\alpha k^{\alpha-1}-\delta$,

[ii'] $y=k^{\alpha}$,

[iii'] $w=A\beta y$,

[iv′] $t=\tau y,$

[v′] $g=t-rb+\xi y,$

[vi′] $\dot{b}=\xi y-(n+\sigma)b,$

$\dot{b}_Z=\theta\xi y-(n+\sigma)b_Z,$

$\dot{b}_K=(1-\theta)\xi y-(n+\sigma)b_K,$

[vii′] $y_d=y+(r+\delta)e+r(b_K+o),$

[viii′] $c=(1-\gamma)(y_d-t),$

[ix′] $s=\gamma(y_d-t),$

[x′] $y=c+i+g+x-m,$

[xi′] $q=x-m+(r+\delta)e+ro-rb_Z,$

[xii′] $ik=\psi(y_d-t),$

[xiii′] $\dot{k}=i-\varphi k,$

[xiv′] $\dot{o}=s-ik-(1-\theta)\xi y-(n+\sigma)o,$

[xv′] $\dot{e}=ik-i-\varphi e,$

[xvi′] $\dot{A}=\sigma A,$

przy czym: $k(0)=k_0>0$, $e(0)=e_0$, $b(0)=b_0\geqslant 0$, $b_Z(0)=b_{Z0}\geqslant 0$, $b_K(0)=b_0-b_{Z0}\geqslant 0$, $o(0)=o_0$, $A(0)=A_0\geqslant 0$. Zakładamy, że parametry r i δ są stałe w czasie. Wówczas zasób kapitału **njep** też jest stały, co wynika z równania [i′]:

$$k=\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{\beta}}=\text{const}. \tag{20}$$

W konsekwencji stała jest również produkcja **njep**(y), natomiast realna stawka płacy w rośnie wykładniczo ze stopą wzrostu σ równą tempu postępu technicznego, co wynika wprost z równania [iii′]. Ponieważ $\dot{k}=0$ w każdym momencie, zatem z równania [xiii′] wnioskujemy, że inwestycje w kraju **njep** są zawsze proporcjonalne do k

$$i=\varphi k \quad \text{dla} \quad \varphi=n+\sigma+\delta. \tag{21}$$

W rezultacie stała w czasie jest też wielkość podatków **njep**. Przy tych założeniach model można ostatecznie zapisać w wygodnej postaci *iteracyjnej* (por. [7], pkt 4):

$$[k] \quad k=\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{\beta}}, \qquad \text{gdzie} \quad 0<\delta<1,$$

$$[y] \quad y=k^{\alpha},$$

$$[w] \quad w=A\beta y,$$

$$[i] \quad i=\varphi k, \qquad \text{gdzie} \quad \varphi=n+\sigma+\delta,$$

$$[t] \quad t=\tau y,$$

$$[g] \quad g=t-rb+\xi y, \qquad \text{gdzie} \quad \xi\geqslant 0,$$

$$[b] \quad \dot{b}=\xi y-(n+\sigma)b,$$

$$\dot{b}_Z=\theta\xi y-(n+\sigma)b_Z, \qquad \text{gdzie} \quad 0\leqslant\theta\leqslant 1,$$

$$\dot{b}_k=(1-\theta)\xi y-(n+\sigma)b_k,$$

$$[y_d] \quad y_d=y+(r+\delta)e+r(b_K+o),$$

$$[c] \quad c=(1-\gamma)(y_d-t), \qquad \text{gdzie} \quad 0\leqslant\gamma<1,$$

$$[s] \quad s=\gamma(y_d-t),$$

$$[x-m] \quad x-m=y-c-i-g,$$

$$[q] \quad q=x-m+(r+\delta)e+ro-rb_Z,$$

$$[ik] \quad ik=\psi(y_d-t), \qquad \text{gdzie} \quad 0\leqslant\psi\leqslant 1,$$

$$[o] \quad \dot{o}=s-ik-(1-\theta)\xi y-(n+\sigma)o,$$

$$[e] \quad \dot{e}=ik-i-\varphi e,$$

$$[A] \quad \dot{A}=\sigma A,$$

gdzie: $e(0)=e_0$, $b(0)=b_0\geqslant 0$, $b_Z(0)=b_{Z0}\geqslant 0$, $b_K(0)=b_0-b_{Z0}\geqslant 0$, $o(0)=o_0$, $A(0)=A_0>0$.

4. Dynamika modelu i stabilność stanu równowagi dynamicznej

W modelu nieuwzględniającym rządu dynamikę gospodarki można było opisać pojedynczym (liniowym) równaniem różniczkowym (30) – (zob. [7, s. 22]). Natomiast obecnie dynamikę naszego modelu opisuje układ czterech liniowych równań różniczkowych postaci:

$$\begin{aligned} \dot{b} &= f^1(b, b_K, o, e), \\ \dot{b}_K &= f^2(b, b_K, o, e), \\ \dot{o} &= f^3(b, b_K, o, e), \\ \dot{e} &= f^4(b, b_K, o, e), \end{aligned} \tag{22}$$

z funkcjami

$$f^1(b, b_K, o, e) = -(n+\sigma)b + \xi y, \tag{23}$$

$$f^2(b, b_K, o, e) = -(n+\sigma)b_K + (1-\theta)\xi y, \tag{24}$$

gdzie $y = \text{const} > 0$. Funkcję f^3 otrzymujemy, podstawiając $[s]$, $[ik]$ i $[y_d]$ do równania $[o]$. Po przekształceniach dochodzimy do warunku:

$$f^3(b, b_K, o, e) = (\gamma-\psi)rb_K + [(\gamma-\psi)r - (n+\sigma)] \cdot o +$$

$$+ (y-\psi)(r+\delta) \cdot e + (\gamma-\psi)(y-t) - (1-\theta)\xi y. \tag{25}$$

Aby ustalić postać funkcji f^4, należy wykonać kilka podobnych podstawień i przekształceń, wykorzystując równania $[e]$, $[ik]$, $[y_d]$, $[t]$. Po odpowiednim uporządkowaniu otrzymujemy:

$$f^4(b, b_K, o, e) = \psi rb_K + \psi ro + [\psi(r+\delta) - \varphi] \cdot e + \psi(1-\tau)y - i. \tag{26}$$

Stan równowagi dynamicznej (odtąd krótko: SR) utożsamiamy z sytuacją, w której wszystkie zmienne modelu **njep** (z wyjątkiem zmiennych

A oraz w) są stałe w czasie. Oznacza to, że w SR prawe strony równań układu (22) są równe zero.

Uwzględniając warunki (23)-(26), układ równań dynamiki (22) możemy zapisać w następującej postaci macierzowej (w konwencji odchyleń od stanu równowagi):

$$\begin{bmatrix} \dot{b} \\ \dot{b}_K \\ \dot{o} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(n+\sigma) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(n+\sigma) & 0 & 0 \\ 0 & (\gamma-\psi)r & (\gamma-\psi)r-(n+\sigma) & (\gamma-\psi)(r+\delta) \\ 0 & \psi r & \psi r & \psi(r+\delta)-\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ b_K \\ o \\ e \end{bmatrix}, \quad (27)$$

gdzie $b=b-\bar{b}$, $b_K=b_K-\bar{b}_K$, $o=o-\bar{o}$, $e=e-\bar{e}$. Oznaczmy przez D macierz kwadratową, występującą w (27). Ponieważ układ równań dynamiki modelu jest liniowy, badając własności macierzy D można stwierdzić, czy (i przy jakich założeniach) stan stacjonarny jest globalnie asymptotycznie stabilny[5]. Wykorzystamy w tym celu warunki konieczne i dostateczne stabilności Liénarda-Chiparta [5, s. 251]. Równanie charakterystyczne macierzy D ma postać:

$$W(\lambda)=w_0\lambda^4+w_1\lambda^3+\ldots+w_3\lambda+w_4=0. \quad (28)$$

Zdefiniujmy następujące wyznaczniki:

$$R_1=w_1, \quad R_2=\begin{vmatrix} w_1 & w_0 \\ w_3 & w_2 \end{vmatrix}, \quad R_3=\begin{vmatrix} w_1 & w_0 & 0 \\ w_3 & w_2 & w_1 \\ 0 & w_4 & w_3 \end{vmatrix},$$

$$R_4=\begin{vmatrix} w_1 & w_0 & 0 & 0 \\ w_3 & w_2 & w_1 & w_0 \\ 0 & w_4 & w_3 & w_2 \\ 0 & 0 & 0 & w_4 \end{vmatrix}.$$

SR jest globalnie asymptotycznie stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest jeden z czterech (alternatywnych) układów nierówności:

[5] O globalnej asymptotycznej stabilności mówimy wtedy, gdy gospodarka startując z dowolnego stanu początkowego z czasem będzie asymptotycznie dążyć do stanu równowagi [2, s. 51] lub [8, s. 193, 848-849].

$$w_4>0,\ w_2>0,\ w_0>0; \quad R_1>0,\ R_3>0, \tag{29a}$$

$$w_4>0,\ w_2>0,\ w_0>0; \quad R_2>0,\ R_4>0, \tag{29b}$$

$$w_4>0,\ w_3>0,\ w_1>0; \quad R_1>0,\ R_3>0, \tag{29c}$$

$$w_4>0,\ w_3>0,\ w_1>0; \quad R_2>0,\ R_4>0. \tag{29d}$$

Z obliczeń wynika, że w naszym wypadku najprościej wykorzystać do analizy warunki (29a). Jak łatwo zauważyć, $w_0=1$. Zatem z (29a) wynika, że aby SR był globalnie asymptotycznie stabilny, muszą być spełnione cztery warunki (w kolejności wygodnej dla dalszej analizy):

$$\text{(i)} \quad w_4>0,$$

$$\text{(ii)} \quad w_2>0,$$

$$\text{(iii)} \quad R_3>0,$$

$$\text{(iv)} \quad R_1>0.$$

Przyjrzyjmy się im kolejno. Z obliczeń wynika, że

$$w_4=\det D=(n+\sigma)^2[(n+\sigma-\gamma r)\varphi+\delta\psi(r-n-\sigma)].$$

Jak łatwo zauważyć, warunek (i) zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy

$$r(\delta\psi-\varphi\gamma)>(n+\sigma)(\delta\psi-\varphi). \tag{30}$$

Nierówność (ii) po obliczeniach daje się przedstawić w równoważnej postaci

$$r[\delta(\psi-\gamma)-3\gamma(n+\sigma)]>-3(n+\sigma)[\delta(1-\psi)+2(n+\sigma)]. \tag{31}$$

Wyznacznik R_3, po wykonaniu obliczeń, można przekształcić do postaci[6]

$$R_3=-2(n+\sigma)[\gamma r-2(n+\sigma)-\delta(1-\psi)]\cdot[...]^2.$$

[6] Miejsce kropek zajmuje złożony wielomian.

Warunek (iii) można zatem zapisać w równoważnej postaci:

$$\gamma r < 2(n+\sigma)+\delta(1-\psi). \tag{32}$$

Natomiast

$$R_1 = -\operatorname{tr} D = \gamma r - 4(n+\sigma) - \delta(1-\psi).$$

Zauważmy, że jeżeli zachodzi (32), to $R_1 > 0$, zatem jeżeli spełniony jest warunek (iii), to spełniony jest również warunek (iv).

Reasumując, warunki stabilności (i)-(iv) można sprowadzić do (równoważnego) układu trzech nierówności:

$$\begin{cases} r(\delta\psi - \varphi\gamma) > (n+\sigma)(\delta\psi - \varphi), \\ r[\delta(\psi-\gamma) - 3\gamma(n+\sigma)] > -3(n+\sigma)[\delta(1-\psi)+2(n+\sigma)], \\ \gamma r < 2(n+\sigma)+\delta(1-\psi). \end{cases} \tag{33}$$

Układ ten stanowi **konieczne i dostateczne warunki globalnej asymptotycznej stabilności** SR. Podstawiając do (33) różne wartości parametrów, można dojść do wniosku, że przy pewnych zestawach parametrów warunki stabilności nie są spełnione. Jednak analiza przypadków, w których SR jest niestabilny, nie ma większego sensu ekonomicznego. Dlatego odtąd zakładamy, że powyższe warunki stabilności są spełnione[7].

5. Wartości zmiennych w stanie równowagi

W stanie równowagi dynamicznej dynamika wszystkich zmiennych modelu **njep** wygasa. Oczywiście oznacza to, że wszystkie oryginalne zmienne modelu (Y, K, C, I itd.) rosną w SR z naturalną stopą wzrostu[8] $n+\sigma$. Natomiast wszystkie zmienne *per capita* (czyli Y/L, C/L itd.) rosną wówczas ze stałą stopą wzrostu postępu technicznego σ. Stopa ta determinuje również tempo wzrostu płac realnych [7, pkt 6].

---

[7] W punkcie 7 za pomocą symulacji spróbujemy zbadać, przy jakich wartościach parametrów SR może być niestabilny. W ten sposób pośrednio ocenimy w jakim stopniu „rygorystyczne" są wyprowadzone warunki stabilności.

[8] Uwaga ta nie dotyczy zmiennych L i A, które rosną ze stopami wzrostu (odpowiednio) n i σ.

Zanim sformułujemy wzory na wartości poszczególnych zmiennych modelu w SR, zauważmy, że wartości czterech zmiennych (kapitału, produkcji, inwestycji w kraju i podatków **njep**) zależą wyłącznie od egzogenicznych parametrów i od unijnej stopy procentowej r. Wynika to bezpośrednio z równań $[k]$, $[y]$, $[i]$, $[t]$. Zatem nie tylko w SR, ale także poza nim

$$\bar{k}=\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{\beta}}=\text{const}, \tag{34}$$

$$\bar{y}=\bar{k}^{\alpha}=\text{const}, \tag{35}$$

$$\bar{i}=\varphi\bar{k}=\text{const}, \tag{36}$$

$$\bar{t}=\tau\bar{y}=\text{const}. \tag{37}$$

Równania $[b]$ prowadzą bezpośrednio do wzorów na stacjonarny poziom długu publicznego b, w podziale na zadłużenie krajowe b_K i zagraniczne b_Z:

$$\bar{b}=\frac{\xi\bar{y}}{n+\sigma}, \qquad \bar{b}_K=(1-\theta)\bar{b}, \qquad \bar{b}_Z=\theta\bar{b}. \tag{38}$$

Oznacza to, że wielkość długu krajowego **njep** w SR jest wprost proporcjonalna do poziomu deficytu budżetowego (wyrażonego parametrem decyzyjnym ξ) i odwrotnie proporcjonalna do naturalnej stopy wzrostu $n+\sigma$. Co ciekawe, b nie zależy od parametru τ, czyli od wielkości redystrybucji produktu krajowego przez budżet państwa. Wskaźnik zadłużenia rządu w SR wyraża się wzorem

$$\frac{\bar{B}}{\bar{Y}}=\frac{\bar{b}}{\bar{y}}=\frac{\xi}{n+\sigma}. \tag{39}$$

Jedynym parametrem decyzyjnym, który wpływa na stopień zadłużenia rządu, jest poziom (permanentnego) deficytu budżetowego ξ. Gdyby rząd chciał utrzymać relację długu publicznego[9] do produktu krajowego na poziomie nieprzekraczającym na przykład 50%, wówczas deficyt budżetowy musiałby kształtować się w kolejnych latach na poziomie nie większym

[9] Jedno z kryteriów konwergencji z Maastricht ustanawia maksymalny pułap długu publicznego na poziomie 60% PKB.

niż połowa naturalnej stopy wzrostu gospodarki. Na przykład dla $n+\sigma=3\%$, deficyt ten nie mógłby (długookresowo) przekraczać 1,5%. Oczywiście wynika z tego, że kraje UGW o niższym przyroście naturalnym mogą pozwolić sobie na mniejszy deficyt budżetowy niż kraje z dynamicznie rosnącą liczbą ludności. Z drugiej strony, wysokie tempo postępu technicznego sprawia, że nawet względnie wysoki deficyt nie naraża państwa na nadmierny wzrost długu publicznego.

Z równań [g] i (38) wynika, że

$$\bar{T}-\bar{G}=r\bar{B}-(n+\sigma)\bar{B}, \tag{40}$$

co oznacza, że w SR „czysta" nadwyżka budżetowa wystarcza dokładnie na pokrycie odsetek od obligacji skorygowanych o wielkość $(n+\sigma)\bar{B}$, zależną od stopy wzrostu ludności i tempa postępu technicznego.

Znalezienie wartości stacjonarnych pozostałych zmiennych modelu wymaga rozwiązania układu równań, powstałego z przyrównania do zera prawych stron równań (25) i (26). Otrzymujemy w ten sposób:

$$\bar{o}=\frac{(\gamma-\psi)[\bar{y}-\bar{t}+(r+\delta)\bar{e}]}{n+\sigma-r(\gamma-\psi)}-\bar{b}_K, \tag{41}$$

gdzie

$$\bar{e}=\frac{\psi(1-\tau)(n+\sigma)-\frac{\alpha}{r+\delta}\varphi(n+\sigma-r(\gamma-\psi)]}{\varphi(n+\sigma-\gamma r)+\delta\psi(r-n-\sigma)}\cdot\bar{y}. \tag{42}$$

Dysponując tymi wzorami, wartości stacjonarne pozostałych zmiennych możemy wyznaczyć bezpośrednio z równań modelu. Dochód do dyspozycji **njep** w SR wynosi:

$$\bar{y}_d=\bar{y}+(r+\delta)\bar{e}+r(\bar{b}_K+\bar{o}). \tag{43}$$

Z [c] wynika, że $\bar{c}=(1-\gamma)(\bar{y}_d-\bar{t})$, co po uwzględnieniu wzorów (38) i (41)-(43) prowadzi do zaskakująco prostej formuły:

$$\bar{c}=\frac{\varphi(1-\gamma)(n+\sigma)(\beta-\tau)}{\varphi(n+\sigma-\gamma r)+\delta\psi(r-n-\sigma)}\cdot\bar{y}, \tag{44}$$

gdzie produkcja $\bar{y}=\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}}=\text{const}>0$. Zastanówmy się, czy otrzymany wzór gwarantuje dodatnią konsumpcję przy dowolnych (realistycznych) wartościach parametrów modelu. Mianownik ułamka (44) jest dodatni, jeżeli spełnione są warunki stabilności (33). Wynika to stąd, że pierwszy z trzech warunków stabilności (33) jest równoważny z nierównością $\varphi(n+\sigma-\gamma r)+\delta\psi(r-n-\sigma)>0$. Natomiast licznik ułamka (44) jest dodatni wtedy i tylko wtedy, gdy $\tau<\beta$. W badaniach empirycznych szacowane wartości[10] parametru β kształtują się na poziomie około 2/3. Stopień redystrybucji produktu krajowego przez budżet w żadnym rozwiniętym kraju świata nie przekracza takiego poziomu, choć w niektórych państwach w pewnych okresach przekraczał 50%. Zatem można śmiało założyć, że

$$\tau<\beta. \tag{45}$$

Wówczas konsumpcja prywatna w SR jest dodatnia.

Na wniosek powyższy można też spojrzeć inaczej. Oznacza on, że gdyby w małej gospodarce w UGW stopień opodatkowania wzrósł powyżej poziomu β, wówczas konsumpcja prywatna z czasem skurczyłaby się do zera! Pozostałaby jedynie konsumpcja publiczna $\bar{g}$.

Z równania $[x-m]$, uwzględniając wzory (34)-(38) oraz (41), (42) i (44), otrzymujemy stacjonarne poziomy bilansu handlowego, salda rachunku obrotów bieżących i kapitału krajowego:

$$\overline{x-m}=\bar{y}\cdot\left[1-\tau-\xi+\frac{\xi r}{n+\sigma}-\frac{\alpha\varphi}{r+\delta}-\frac{\varphi(1-\gamma)(n+\sigma)(\beta-\tau)}{\varphi(n+\sigma-\gamma r)+\delta\psi(r-n-\sigma)}\right] \tag{46}$$

oraz

$$\bar{q}=\overline{x-m}+(r+\delta)\bar{e}+r\bar{o}-r\bar{b}_Z, \tag{47}$$

$$\overline{kk}=\bar{k}+\bar{e}. \tag{48}$$

6. Optymalna polityka fiskalna

W ramach analizy wrażliwości stanu równowagi zbadamy teraz wrażliwość konsumpcji w SR na zmiany poszczególnych parametrów decyzyjnych, związanych z rządem. W szczególności poszukamy tzw. złotych reguł, czyli

[10] Wartości takie można na przykład znaleźć w pracach [1], [6] i [11].

takich wartości parametrów, które zapewniają maksymalną konsumpcję *per capita* w SR. Natomiast w punkcie 7, posługując się symulacjami numerycznymi, prześledzimy wrażliwość innych zmiennych na zmiany polityki fiskalnej.

Konsumpcja w kraju obejmuje dwa składniki: konsumpcję sektora prywatnego C oraz wydatki konsumpcyjne sektora publicznego G. Zatem właściwym kryterium optymalności jest konsumpcja całkowita, przypadająca na osobę w SR, do którego zmierza gospodarka, czyli: $(C+G)/L$. Zauważmy, że tak zdefiniowana konsumpcja całkowita *per capita* nie jest stała (rośnie w tempie równym σ), dlatego pierwszy – dość oczywisty – wniosek brzmi: w SR **konsumpcja całkowita (zarówno prywatna, jak i publiczna) rośnie tym szybciej, im wyższe jest tempo postępu technicznego.**

Zauważmy, że przy założeniu stałej stopy postępu technicznego σ, maksymalizacja konsumpcji całkowitej *per capita* jest równoważna z maksymalizacją konsumpcji **njep**: $\bar{c}+\bar{g}$. Tymczasem w stabilnym SR, do którego gospodarka zmierza, oba składniki tej konsumpcji są stałe i wyrażają się wzorami (44) oraz

$$\bar{g}=\left(\xi+\tau-\frac{\xi r}{n+\sigma}\right)\bar{y}, \quad \text{gdzie} \quad \bar{y}=\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}}. \tag{49}$$

Zauważmy, że ani konsumpcja prywatna, ani publiczna nie zależą od wartości parametru θ. Zatem w małej gospodarce w unii monetarnej proporcja, w jakiej dług publiczny dzieli się na zadłużenie krajowe i zagraniczne, jest bez znaczenia[11]. To czy obligacje rządowe są kupowane przez obywateli kraju czy przez obcokrajowców nie ma wpływu na konsumpcję *per capita* w SR.

Konsumpcja w SR jest uzależniona od stopy deficytu budżetowego ξ oraz od przeciętnej stawki opodatkowania τ. Poszukajmy optymalnych wartości tych parametrów. Zauważmy, że $\frac{\partial \bar{c}}{\partial \xi}=0$, a więc konsumpcja prywatna w SR nie zależy od poziomu (permanentnego) deficytu budżetowego. Natomiast

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \xi}=\left(1-\frac{r}{n+\sigma}\right)\cdot\bar{y}. \tag{50}$$

[11] Ma to oczywiście związek z tożsamością bilansową (19), o której pisaliśmy w punkcie 2.

Zatem można wyróżnić trzy przypadki:

(a) Jeżeli $r>n+\sigma$, to poziom deficytu budżetowego ξ powinien być jak najniższy,

(b) Jeżeli $r<n+\sigma$, to poziom deficytu budżetowego ξ powinien być jak najwyższy,

(c) Jeżeli $r=n+\sigma$, to konsumpcja *per capita* w SR nie zależy od ξ.

W przypadku (a) koszt długu publicznego jest stosunkowo niski, dlatego opłaca się go powiększać, finansując w ten sposób konsumpcję publiczną. Odwrotnie jest w przypadku (b). Ze względu na naturalną zmienność parametrów r, n i σ, w praktyce możliwy jest każdy z tych przypadków.

Zajmijmy się teraz parametrem τ. Z (44) otrzymujemy:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial \tau}=\frac{-\varphi(1-\gamma)(n+\sigma)}{\varphi(n+\sigma-\gamma r)+\delta\psi(r-n-\sigma)}\cdot\bar{y}. \tag{51}$$

Dla dowolnych wartości parametrów pochodna ta jest ujemna[12], co oznacza, że funkcja $\bar{c}(\tau)$jest malejąca. Im mniejsza jest więc redystrybucja dochodu przez budżet państwa, tym większa jest konsumpcja prywatna w SR. Z kolei $\frac{\partial \bar{g}}{\partial \tau}=\bar{y}>0$, zatem im wyższa stawka podatku τ, tym większa konsumpcja publiczna w SR. Oba te wnioski są naturalne i zrozumiałe. Pojawia się jednak pytanie, jaka jest zależność konsumpcji całkowitej w SR od stopnia redystrybucji dochodu przez budżet państwa? Z powyższych wzorów wynika, że

$$\frac{\partial(\bar{c}+\bar{g})}{\partial \tau}=\frac{(r-n-\sigma)\cdot(\delta\psi-\varphi\gamma)}{\varphi(n+\sigma-\gamma r)+\delta\psi(r-n-\sigma)}\cdot\bar{y}. \tag{52}$$

Jeżeli SR jest stabilny, to mianownik tego ułamka jest dodatni. Przy tym założeniu znak powyższej pochodnej jest uzależniony od znaków dwóch różnic, występujących w liczniku. Można wyszczególnić cztery przypadki[13]:

(a) jeżeli $r>n+\sigma$ i $\delta\psi-\varphi\gamma>0$, to pochodna ta jest dodatnia,

(b) jeżeli $r>n+\sigma$ i $\delta\psi-\varphi\gamma<0$, to pochodna ta jest ujemna,

(c) jeżeli $r<n+\sigma$ i $\delta\psi-\varphi\gamma>0$, to pochodna ta jest ujemna,

(d) jeżeli $r<n+\sigma$ i $\delta\psi-\varphi\gamma<0$, to pochodna ta jest dodatnia.

---

[12] Pod warunkiem że spełniony jest pierwszy z trzech warunków stabilności (33).

[13] Pomijamy (mało prawdopodobne w rzeczywistości) przypadki, gdy jedno lub oba wyrażenia występujące w liczniku są zerami.

Każdy z tych przypadków jest prawdopodobny i żaden z nich nie jest sprzeczny z warunkami stabilności (33)[14]. Zatem optymalny dla społeczeństwa stopień redystrybucji dochodu przez budżet państwa powinien być albo jak najwyższy, albo jak najniższy – w zależności od tego, jak w analizowanym horyzoncie kształtują się występujące tu parametry.

W praktyce wyróżnione przypadki mogą występować naprzemiennie, ponieważ zarówno realna stopa procentowa, jak i stopa oszczędności γ oraz stopa inwestycji ψ, zmieniają się w czasie. Z tego wynika, że uzyskane wnioski dotyczące optymalnego stopnia opodatkowania gospodarki – z powodu naturalnej zmienności parametrów gospodarczych – mają ograniczoną przydatność praktyczną.

Zauważmy jednak, że w realnych gospodarkach stopa oszczędności γ jest zazwyczaj zbliżona do stopy inwestycji ψ. Wówczas $\delta\psi - \varphi\gamma \approx (\delta - \varphi)\gamma = -(n+\sigma)\gamma < 0$. Zatem w rzeczywistości najczęściej występują przypadki (b) i (d). Pierwszy z nich można interpretować następująco: jeżeli stopa procentowa r przewyższa naturalną stopę wzrostu, to stopień opodatkowania gospodarki (a także deficyt budżetowy) powinien być jak najniższy, aby konsumpcja *per capita* w SR była maksymalna. Odwrotną interpretację otrzymujemy w przypadku (d).

7. Proces przejścia wywołany zmianą polityki fiskalnej

Dynamikę modelu opisuje układ czterech równań różniczkowych, co sprawia, że nie jest możliwa tak prosta ilustracja procesu przejścia, jaką przedstawiliśmy w modelu bez rządu (por. [7, pkt 9]). Przedstawimy zatem jedynie symulacje procesu przejścia od jednego do drugiego stanu stacjonarnego, wykorzystując do tego celu następujący dyskretny odpowiednik modelu $[k] - [A]$[15]:

$$[k'] \quad k = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{\beta}}, \quad k_2 = \left(\frac{\alpha}{r_2+\delta_2}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

$$[y] \quad y = k^{\alpha},$$

$$[w] \quad w = A\beta y,$$

[14] Można to sprawdzić, przeprowadzając eksperymenty numeryczne.

[15] Dla większej przejrzystości do końca artykułu pomijamy indeks czasu t wszędzie tam, gdzie $t = 1$.

$[i]$ $i=k_2-(1-\varphi)k$, gdzie $\varphi=n+\sigma+\delta$,

$[t]$ $t=\tau y$,

$[g]$ $g=t-rb+\xi y$,

$[b]$ $b_2=(1-n-\sigma)b+\xi y$,

$b_{Z2}=(1-n-\sigma)b_Z+\theta\xi y$,

$b_{K2}=(1-n-\sigma)b_K+(1-\theta)\xi y$,

$[y_d]$ $y_d=y+(r+\delta)e+r(b_K+o)$,

$[c]$ $c=(1-\gamma)(y_d-t)$,

$[s]$ $s=\gamma(y_d-t)$,

$[x-m]$ $x-m=y-c-i-g$,

$[q]$ $q=x-m+(r+\delta)e+ro-rb_Z$,

$[ik]$ $ik=\psi(y_d-t)$,

$[o]$ $o_2=o+s-ik-(1-\theta)\xi y-(n+\sigma)o$,

$[e]$ $e_2=(1-\varphi)e+ik-i$,

$[A]$ $A_2=(1+\sigma)A$.

Przyjmijmy następujący bazowy zestaw parametrów (BZP):

$$\alpha=\frac{1}{3}\left(\text{czyli } \beta=\frac{2}{3}\right), \quad n=0{,}1\%, \quad \sigma=2\%, \quad \delta=3\%, \quad r=5\%,$$

$$\tau=35\%, \quad \xi=1\%, \quad \theta=0{,}5, \quad \gamma=28\%, \quad \psi=25\% \qquad (53)$$

oraz wartości początkowe (dla $t=1$):

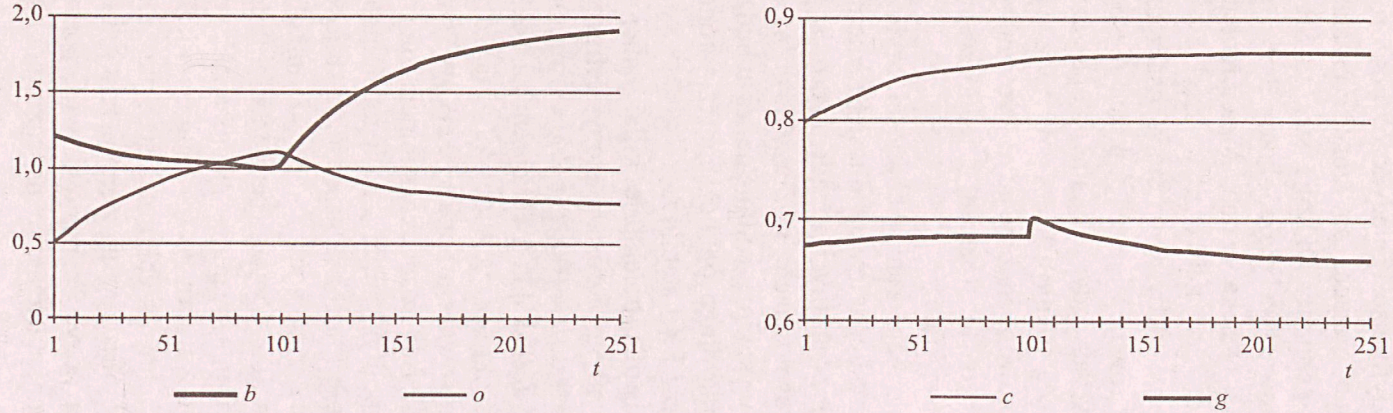
$$e(1)=-3{,}5, \quad b(1)=1{,}2, \quad b_Z(1)=0{,}5, \quad b_K(1)=0{,}7, \quad o(1)=0{,}5, \quad A(1)=1.$$

Ustalmy najpierw numerycznie obszar stabilności SR. Można sprawdzić, że warunki konieczne i dostateczne stabilności (33) są spełnione przy parametrach z BZP. Modyfikując (pojedynczo) poszczególne parametry, znajdujemy górne i dolne granice, po których przekroczeniu warunki stabilności (33) nie są spełnione. Okazuje się, że SR traci stabilność, gdy realna stopa procentowa przekracza około 13,5% (przy pozostałych parametrach z BZP). Tak wysoka realna stopa procentowa w praktyce występuje bardzo rzadko i co najwyżej w krótkich okresach. Utrata stabilności następuje także wtedy, gdy stopa oszczędności przekracza poziom około 50,5%, co również jest w praktyce niespotykane. Ponadto SR jest niestabilny wówczas, gdy naturalna stopa wzrostu gospodarki $n+\sigma$ ukształtuje się poniżej (około) 0,37%. W rzeczywistości taki przypadek jest również mało prawdopodobny, gdyż wymagałby bardzo niskiego tempa postępu technicznego (lub regresu) i jednocześnie bardzo niskiego tempa przyrostu ludności kraju.

Pozostałe parametry nie mają granic stabilności, czyli mogą kształtować się dowolnie. Warto podkreślić, że na stabilność SR nie ma wpływu żaden z parametrów decyzyjnych związanych z rządem (τ, ξ, θ) – żaden z nich nie występuje bowiem w nierównościach (33). Przy dowolnie wysokim stopniu opodatkowania, dowolnie wysokim poziomie deficytu budżetowego i dowolnym sposobie finansowania długu publicznego (ze źródeł krajowych lub zagranicznych) SR jest przy BZP stabilny.

Poniższe wykresy ilustrują trajektorie kilku zmiennych w procesie przejścia wywołanym trwałym wzrostem stopy deficytu budżetowego ξ (rys. 1). W okresie od $t=0$ do $t=100$, $\xi=1\%$. Od momentu $t=101$ rząd prowadzi luźniejszą politykę fiskalną z deficytem na poziomie 2%.

Przez pierwszych 100 okresów gospodarka zmierza (asymptotycznie) w kierunku SR, zdeterminowanego przez BZP. W tym czasie powoli redukowany jest dług publiczny i rośnie konsumpcja **njep**. Jednak w okresie $t=101$ następuje zmiana polityki rządu – od tego momentu stopa deficytu budżetowego wynosi już nie 1%, lecz 2% produktu krajowego. Zmienia się SR i gospodarka zaczyna zmierzać w jego kierunku. Jakie są cechy charakterystyczne nowego SR? Wyższy (permanentnie) deficyt budżetowy wymaga wyższego zadłużenia rządu – stacjonarna wartość b wzrasta dwukrotnie, co wynika ze wzoru (39). Dług publiczny od momentu rozluźnienia polityki fiskalnej szybko narasta, przy czym wzrost ów rozkłada się równomiernie między dług zagraniczny i krajowy. Obywatele kraju muszą coraz więcej pożyczać rządowi, więc coraz mniejszą część swoich oszczędności mogą przeznaczyć na zakup obligacji unijnych o.



Rys. 1. Dług publiczny (*b*), obligacje unijne w posiadaniu sektora prywatnego (*o*), konsumpcja prywatna (*c*) i publiczna (*g*) – trajektorie tych zmiennych w procesie przejścia wywołanym wzrostem ξ

Per saldo nie zmienia to jednak sytuacji finansowej sektora prywatnego, ponieważ utracone dochody z odsetek od obligacji unijnych zostają odzyskane (w tej samej wysokości) w postaci odsetek od obligacji rządowych. Zatem – co ważne – dochód do dyspozycji sektora prywatnego, a także jego konsumpcja c nie ulegają zmianie, to znaczy, że jest ona niezależna od poziomu deficytu budżetowego, i to nie tylko w SR, ale także poza nim.

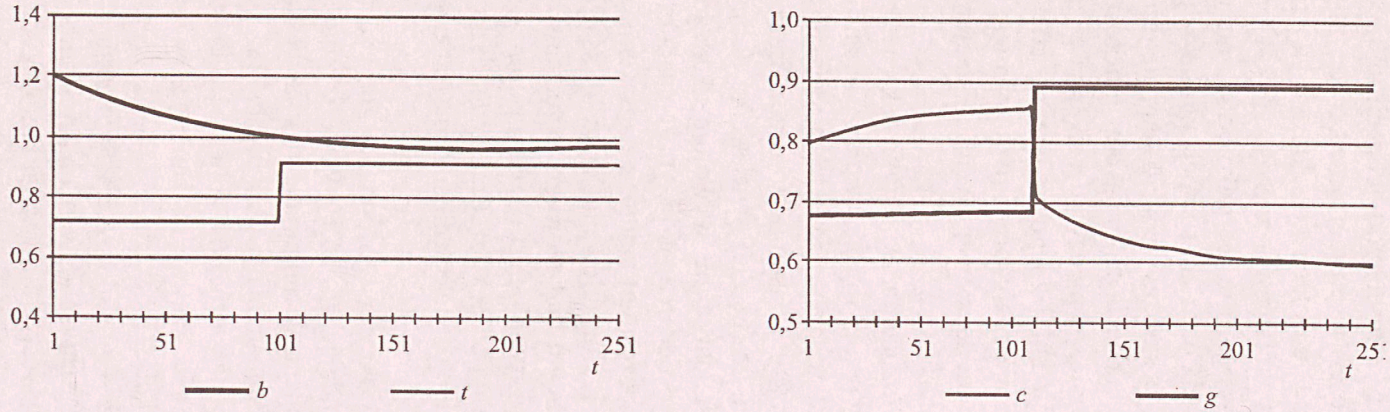
Nie można tego powiedzieć o konsumpcji publicznej g. Rozluźnienie polityki fiskalnej owocuje jej skokowym wzrostem, ale jest on krótkotrwały. Coraz wyższą pozycję w budżecie zajmują bowiem koszty obsługi długu publicznego, więc coraz mniej pieniędzy pozostaje na wydatki publiczne g. Wraz z narastaniem długu publicznego maleją wydatki rządu – już po kilkunastu okresach są one niższe niż przed rozluźnieniem polityki fiskalnej i zmierzają asymptotycznie do nowej wartości stacjonarnej, która jest o około 4,1% niższa od pierwotnej.

Warto podkreślić, że rozluźnienie polityki fiskalnej nie wywiera żadnego zauważalnego (nawet przejściowego) wpływu na następujące zmienne: produkcja w kraju, kapitał w kraju, kapitał krajowy, inwestycje w kraju, podatki, dochód do dyspozycji, konsumpcja i oszczędności sektora prywatnego. Obliczenia pokazują, że (trwałe) zwiększenie deficytu budżetowego jest niekorzystne dla gospodarki nie wywołuje żadnego (nawet krótkotrwałego) ożywienia w gospodarce, a przynosi spadek konsumpcji całkowitej (w SR), przy jednoczesnym wzroście zadłużenia rządu.

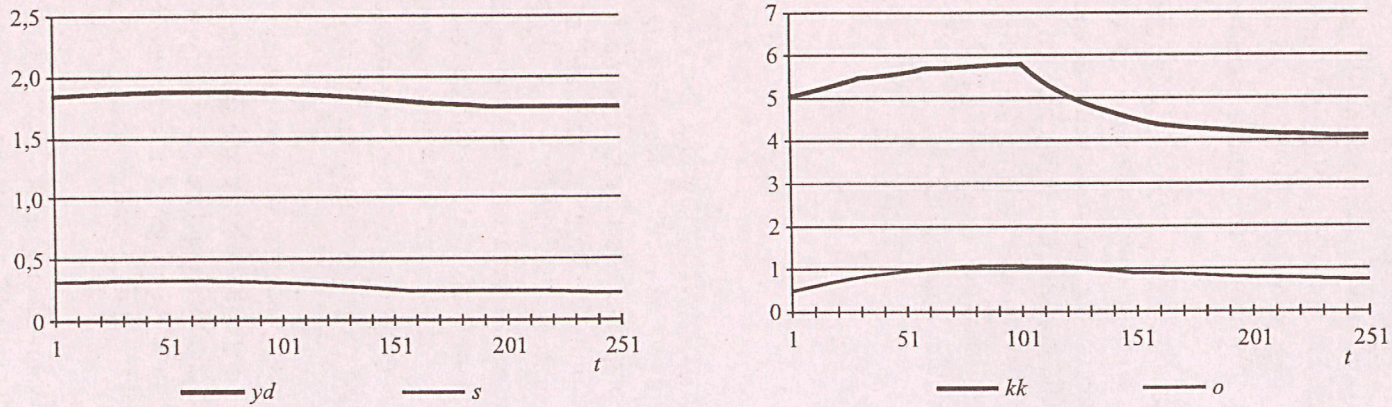
Powyższe symulacje i sformułowane wnioski są zgodne z analizą optymalnego poziomu deficytu budżetowego, przedstawioną w punkcie 6. Mamy tu do czynienia z przypadkiem (a), w którym $r > n + \sigma$.

Kolejne wykresy ilustrują proces przejścia gospodarki z jednego SR do drugiego, wywołany trwałym zwiększeniem obciążeń podatkowych τ (rysunki 2 i 3).

Przez pierwszych 100 okresów gospodarka zmierza (asymptotycznie) w kierunku SR, odpowiadającego BZP. Powoli redukowany jest dług publiczny i rośnie konsumpcja. W momencie 101 następuje zmiana polityki rządu – od tego momentu stopa podatkowa τ wynosi już nie 35%, lecz 45% produktu krajowego. Gospodarka zaczyna zmierzać w kierunku nowego SR. Wyższa stopa podatkowa nie wpływa na kapitał zaangażowany w kraju, inwestycje w kraju i produkcję – ich wartości wynikają ze wzorów (34)-(36). Sektor prywatny płaci wyższe podatki, zatem coraz mniejsza część dochodu do dyspozycji pozostaje do rozdysponowania na konsumpcję i oszczędności, które są przeznaczone na inwestycje w kapitał krajowy i w obligacje unijne. W związku z tym topnieją zasoby tych aktywów i stopniowo obniżają się



Rys. 2. Dług publiczny (b), podatki (t), konsumpcja prywatna (c) i publiczna (g) – trajektorie tych zmiennych w procesie przejścia wywołanym wzrostem τ



Rys. 3. Dochód do dyspozycji (*yd*), oszczędności (*s*), kapitał krajowy (*kk*) i obligacje unijne w posiadaniu sektora prywatnego (*o*) – trajektorie tych zmiennych w procesie przejścia wywołanym wzrostem τ

dochody z nich. W efekcie wysysanie pieniędzy z sektora prywatnego przez rząd skutkuje znacznym obniżeniem oszczędności i konsumpcji. Stacjonarna wartość konsumpcji prywatnej jest w nowym SR niższa od poprzedniej aż o około 32%. Natomiast konsumpcja publiczna w nowym SR jest – dzięki wyższym podatkom – wyższa o około 30%. W sumie jednak konsumpcja całkowita maleje w porównaniu ze stanem przed wzrostem podatków o około 4,5%[16].

Reasumując, w przedstawionym przykładzie zwiększenie stopnia opodatkowania gospodarki przynosi negatywne skutki: spadek zasobów kapitałowych sektora prywatnego, jego dochodu do dyspozycji i konsumpcji prywatnej. Rośnie jedynie konsumpcja publiczna, co jednak nie rekompensuje spadku konsumpcji prywatnej. Dodajmy, że zmiana stopy podatkowej τ nie wpływa (nawet przejściowo) na zadłużenie rządu, co wynika wprost ze wzorów (34), (35) i równań dynamiki (22).

Podsumowanie

Uwzględnienie sektora rządowego prowadzi do szeregu nowych wniosków, a także istotnie wpływa na niektóre rezultaty uzyskane na podstawie modelu bez rządu. Na przykład warunki konieczne i dostateczne (globalnej asymptotycznej) stabilności stanu równowagi są zupełnie inne niż w modelu bez rządu. Tworzy je układ trzech dość skomplikowanych nierówności (33), wiążących ze sobą wszystkie parametry modelu, z wyjątkiem – co ciekawe – parametrów decyzyjnych związanych z rządem. Oznacza to, że stabilność SR w warunkach unii monetarnej nie zależy ani od stopy opodatkowania gospodarki, ani od wysokości deficytu budżetowego, ani od tego czy jest on pokrywany z emisji obligacji w kraju czy za granicą (zob. punkt 4).

Dość łatwo można podać taki przykładowy zestaw parametrów charakteryzujących hipotetyczną gospodarkę, przy którym SR jest niestabilny. Zestaw taki wymaga jednak, aby niektóre parametry miały nierealistyczne wartości – w praktyce niewystępujące. Na przykład SR jest niestabilny, jeżeli (przy pewnych jeszcze innych założeniach) realna stopa procentowa

[16] Jest to ilustracja wyprowadzonej w punkcie 6 złotej reguły. Mamy tu do czynienia z przypadkiem (b), ponieważ przy przyjętym BZP, $r > n + \sigma$ i $\delta\psi - \varphi\gamma < 0$.

oraz stopa oszczędności γ są w długim okresie nierealistycznie wysokie[17]. Dlatego można twierdzić, że w realnych gospodarkach wszystkie trzy warunki stabilności są spełnione.

Oprócz warunków stabilności gospodarki, interesujące wnioski uzyskaliśmy także poszukując optymalnych reguł prowadzenia polityki fiskalnej, tzn. takich, które gwarantują maksymalną konsumpcję *per capita* w SR. „Złote reguły" dotyczące parametrów decyzyjnych rządu mają postać alternatyw, zgodnie z którymi należy „przełączać się" z jednej skrajności w drugą stosownie do relacji między realną stopą procentową a naturalną stopą wzrostu gospodarki oraz relacji pomiędzy pięcioma innymi parametrami niezależnymi od rządu. Na przykład jeżeli $r>n+\sigma$, to deficyt budżetowy i stopień opodatkowania gospodarki powinny być jak najniższe[18]. Jeśli jednak $r<n+\sigma$, to optymalna jest strategia odwrotna. Ponadto w małej gospodarce, w warunkach UGW bez znaczenia jest sposób finansowania długu publicznego, tzn. to, czy obligacje rządowe są nabywane przez podmioty krajowe czy zagraniczne.

Przedstawiony model ma pewne zalety. Po pierwsze, jest oparty na nieskomplikowanych założeniach, dzięki czemu możliwe jest analityczne wyznaczenie stanu równowagi oraz badanie jego wrażliwości, co prowadzi do względnie prostych „złotych reguł". Po drugie, SR w modelu jest globalnie asymptotycznie stabilny (przynajmniej przy założeniu zbliżonych do realnych wartości parametrów), co pozwala na komputerowe symulowanie procesów przejścia. Dzięki tym zaletom model nadaje się do celów edukacyjnych. Poza tym może służyć jako dobry punkt wyjścia przy konstrukcji bardziej skomplikowanych modeli wzrostu małej gospodarki w unii monetarnej.

Model ma jednak także kilka wad. Po pierwsze, niektóre jego założenia mogą budzić wątpliwości. Przede wszystkim należy do nich założenie o doskonałej mobilności kapitału rzeczowego na obszarze unii monetarnej, z którym wiąże się gwałtowne (w teorii natychmiastowe) dostosowywanie poziomu kapitału do poziomu optymalnego z punktu widzenia firm[19]. Ponadto z równań $[k']$ oraz $[i]$ wynika, że w dyskretnej wersji modelu firmy znają realną stopę procentową (a więc zarówno nominalną stopę procentową, jak i poziom inflacji) o jeden okres do przodu. Jest to założenie mocno

[17] W obliczeniach symulacyjnych, które przeprowadziliśmy, muszą one przekraczać odpowiednio 11 oraz 50%.

[18] Przy pewnym dodatkowym założeniu – zob. punkt 6.

[19] O wątpliwościach związanych z tym założeniem pisaliśmy w pracy [7, s. 40].

dyskusyjne [7, przypis 23, s. 40]. Oprócz wymienionych wad model podlega oczywiście wszystkim zastrzeżeniom kierowanym pod adresem modeli wzrostu gospodarczego opartych na neoklasycznym aksjomacie permanentnej równowagi ogólnej. Wątpliwości może budzić szczególnie założenie o (długookresowej) równowadze na rynkach pracy i kapitału, dlatego przedstawiony model należy traktować jako wyidealizowany, teoretyczny obraz gospodarki, dający jedynie pewne wyobrażenie o długookresowych mechanizmach jej funkcjonowania.

Literatura

[1] Balistreri E.J., McDaniel C.A., Wong E.V., *An Estimation of U.S. Industry-Level Capital-Labor Substitution Elasticities: Cobb-Douglas as a Reasonable Starting Point?* Journal of Policy Modeling, April 2002.

[2] Berck P., Sydsæter K., *Economists' Mathematical Manual*, Springer-Verlag 1993.

[3] Carlberg M., *International Economic Growth*, Physica-Verlag, Heidelberg 1997.

[4] Dornbusch R., *Open Economy Macroeconomics*, Basic Books Inc. Publishers, New York 1980.

[5] Gandolfo G., *Economic Dynamics: Methods and Models*, North-Holland 1980.

[6] Konishi Y., Nishiyama Y., *Nonparametric Test for Translog Specification of Production Function in Japanese Manufacturing Industry*, iEMSR 2002 Conference Proceedings.

[7] Konopczyński M., *Model wzrostu małej gospodarki w unii monetarnej. Ujęcie neoklasyczne*, w: *Matematyka w ekonomii*, red. E. Panek, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2004.

[8] Panek E., *Ekonomia matematyczna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2000.

[9] Sachs J.D., Larrain F.B., *Macroeconomics in the Global Economy*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs 1993.

[10] Tobin J., *Money and Economic Growth*, Econometrica vol. 33, 1993, no. 4, s. 671-684.

[11] Willman A., *Euro Area Production Function and Potential Output: A Supply Side System Approach*, ECB Working Paper, 2002, no. 153.

FISCAL POLICY IN THE EMU FROM THE PERSPECTIVE OF THE NEOCLASSICAL GROWTH MODEL

Summary

We examine the long-run impact of fiscal policy on the economy under conditions of the Economic and Monetary Union (EMU). For that purpose we analyze the neoclassical growth model of a hypothetical small open economy in a monetary union. The model is based on assumptions typical for the EMU. However, after minor modifications it can be applied to any small economy in any (existing, past or future) monetary union. Hence the results are universal.

Fundamental assumptions are perfect capital mobility resulting in uniform interest rates across monetary union, and perfect mobility of commodities leading to price level convergence. The model is based on standard neoclassical assumptions, i.e. output is determined by the Cobb-Douglas production function with Harrod-neutral technical progress and constant returns to scale, capital and labor receive their marginal products, etc.

We show that the unique long-run equilibrium exists and is characterized by the so-called natural rate of growth. The necessary and sufficient conditions of its global asymptotic stability form the system of three non-trivial inequalities. We argue that in real, existing economies these conditions are satisfied, except perhaps for very short periods of time. This thesis is supported by numerical simulations. We also show that the golden rules" of fiscal policy have the form of the alternative – optimal policy crucially depends on the relation between the real interest rate and the natural growth rate and on the relation between five other independent parameters. Finally, we analyze transitory dynamics of the model.