Marek Witkowski

REGRESJA PEŁZAJĄCA W ANALIZIE PROGU RENTOWNOŚCI PRZEDSIĘBIORSTWA

1. Wstęp

Przy podejmowaniu decyzji krótkookresowych w przedsiębiorstwie ważne miejsce zajmuje tzw. analiza CVP (Cost - Volume - Profit). Pozwala ona, poprzez badanie relacji między dochodami, kosztami i zyskiem a rozmiarami działalności, ująć w jednym rachunku kilka istotnych, jak mówi M.Dobija (1995, s.128), kategorii ekonomicznych, takich jak: rozmiary (skala działalności), koszt jednostkowy zmienny, koszty stałe, marża zysku itp.

W szczególności zaś analiza CVP daje możliwość oceny **progu rentowności** przedsiębiorstwa określającego, przy jakich rozmiarach działalności przedsiębiorstwo nie osiąga zysku, ale i też nie ponosi straty (E. Nowak, 1994, s. 103).

Te rozmiary działalności przedsiębiorstwa, przy których uzyskane przychody ze sprzedaży równają się poniesionym na tę działalność kosztom, nazywa się też krytycznymi (progowymi) rozmiarami działalności.

Analiza progu rentowności obejmuje w praktyce:

– określenie pokrycia kosztów zmiennych przez osiągane przychody ze sprzedaży,

– ustalenie, przy przekroczeniu jakich przychodów ze sprzedaży przedsiębiorstwo będzie osiągać zysk,

– wyznaczenie odległości od progu rentowności,

– ocenę wrażliwości na zmianę czynników determinujących kształtowanie się progu rentowności,

– określenie rozmiarów działalności zapewniających osiągnięcie pożądanego zysku.

W rachunku progu rentowności (w skrócie RPR) struktura informacji dotyczy m.in.:

– przychodów ze sprzedaży,
– kosztów stałych i zmiennych,
– marży zysku,
– stopy marży zysku,

co powoduje, że newralgicznym punktem w tym rachunku jest dokonanie podziału kosztów na koszty stałe i zmienne. Podziału tego dokonać można różnymi metodami (A. Jarugowa, I. Sobańska, P. Sochacka, 1991, s. 78). W artykule proponujemy wykorzystanie do tego celu regresji pełzającej.

Rachunek progu rentowności może być prowadzony w sposób segmentowy (w przekroju poszczególnych asortymentów) bądź w sposób sumaryczny dla całego przedsiębiorstwa, a więc przy założeniu zrealizowania przeciętnej marży zysku (A. Jarugowa, W. Malc, K. Sawicki, 1979, s.178). Ten ostatni punkt widzenia prezentujemy w opracowaniu.

2. Metoda badania

Rachunek progu rentowności ma szczególne znaczenie przy podejmowaniu decyzji krótkookresowych na obszarze: koszty – produkcja – przychody ze sprzedaży – wynik finansowy. Związane jest to z założeniami, które przyjmuje się przy jego stosowaniu. Założenia te są następujące (E. Nowak, 1994, s. 104):

– rozmiary produkcji w badanym okresie są równe przychodom ze sprzedaży,
– koszty całkowite są liniową funkcją rozmiarów działalności (przychodów ze sprzedaży),
– przychody ze sprzedaży są iloczynem jednostkowej ceny sprzedaży i ilości sprzedanych produktów,
– występowanie niezmiennej struktury rozmiarów działalności.

Założenia powyższe są możliwe do spełnienia w okresach krótkich, co wymaga przyjęcia jako jednostki czasu badania: miesiąca bądź kwartału. Oznacza to tym samym konieczność korzystania w analizie z danych miesięcznych bądź kwartalnych.

Szczególnie istotnym założeniem przyjmowanym w RPR jest założenie o bezwzględnie stałym charakterze kosztów stałych oraz proporcjonalnie

zmiennych kosztów zmiennych w całym okresie objętym analizą. Założenie to w praktyce nie zawsze jest spełnione. Staje się ono mniej kłopotliwe, jeśli odejdziemy od klasycznej postaci funkcji kosztów na rzecz uzmiennienia jej parametrów. Cel ten można uzyskać stosując metodę regresji pełzającej.

Jej zasadniczą cechą jest to, że otrzymane parametry modelu kosztów są zmienne w czasie w tym sensie, że w zasadzie każdemu okresowi t odpowiada inna wartość parametru. Ideę metody regresji pełzającej przedstawiła S. Bartosiewicz (1976, s. 116-121), a jej zaadaptowanie dla celów wydzielenia kosztów stałych i zmiennych przedstawia się następująco:

a. Zakładamy, że funkcja regresji kosztów jest funkcją liniową względem rozmiarów działalności w postaci:

$$Y = a_0 + a_1 X + \xi,$$

gdzie
Y – koszt całkowity,
X – rozmiary działalności,
a_0 – koszty stałe,
a_1 – przeciętny przyrost kosztów na jednostkę przyrostu rozmiarów działalności (jednostkowe koszty zmienne).
Łatwo więc zauważyć, że $a_1 X$ reprezentuje w funkcji kosztów, koszty zmienne.

b. Obieramy pewną liczbę $l < \frac{n+1}{2}$ i następnie na podstawie szeregów czasowych wyróżnionych zmiennych wyznaczamy $n - l + 1$ odcinkowych funkcji kosztów w postaci:

$$Y_t = a_{0j} + a_{1j} X_t + \xi_t, \qquad (1)$$

gdzie:
$j = 1, 2, \ldots, n - l + 1$,
$t = j, j + 1, \ldots, j + l - 1$.
W ten sposób kolejne funkcje typu (1) opisują zależności między kosztami a rozmiarami działalności w kolejnych następujących po sobie przedziałach czasu $(t, t + l - 1)$.

c. Ze wzoru (1) widać, że dla każdego t otrzymuje się tyle wartości parametrów, ile równań typu (1) odnosi się do tego samego okresu t. W związku z tym konieczne staje się obliczenie dla każdego t średnich z wartości parametrów a_{0j} i a_{1j}. Korzystamy wówczas ze wzorów:

$$a_{0t} = \begin{cases} \frac{1}{t}\sum_{j=t}^{t} a_{0j} & t = 1, 2, \ldots, l \\ \frac{1}{l}\sum_{j=t-l+1}^{t} a_{0j} & t = l+1, l+2, \ldots, n \\ \frac{1}{n-t+1}\sum_{j=t-l+1}^{n-l+1} a_{0j} & t = n-l+2, n-l+3, \ldots, n-l+1. \end{cases} \quad (2)$$

$$a_{0t} = \begin{cases} \frac{1}{t}\sum_{j=t}^{t} a_{0j} & t = 1, 2, \ldots, l \\ \frac{1}{l}\sum_{j=t-l+1}^{t} a_{0j} & t = l+1, l+2, \ldots, n \\ \frac{1}{n-t+1}\sum_{j=t-l+1}^{t} a_{0j} & t = n-l+2, n-l+3, \ldots, n-l+1. \end{cases} \quad (3)$$

d. Na podstawie obliczonych według wzorów (2) i (3) ocen parametrów oraz uwzględniając równanie (1) opisujemy zależność między kosztami a rozmiarami działalności za pomocą relacji:

$$\bar{y}_t' = a_{0t} = a_{1t} X_t \qquad \text{dla } t = 1, 2, \ldots, n. \quad (4)$$

Skonstruowany model kosztów jest modelem adaptacyjnym, w którym każdemu t odpowiadają inne parametry a_0t i a_1t. Oznacza to, że każdej jednostce czasu badania odpowiadają właściwe tej jednostce koszty stałe i zmienne. Oszacowanie tych kosztów daje możliwość określenia progu rentowności przedsiębiorstwa. Próg ten w ujęciu sumarycznym wyznacza się następująco (J. Szczepaniak, 1992, s. 92 oraz L. Bednarski, 1994, s. 128-129):

$$PR_t = \frac{KS_t}{W_{MZ_t}} \qquad t = 1, 2, \ldots, n,$$

gdzie:
PR_t – próg rentowności w okresie t,
KS_t – koszty stałe w okresie t,
WMZ_t – wskaźnik marży zysku w okresie t.
Biorąc pod uwagę, że funkcja kosztów jest liniowa, otrzymujemy:

$$MZ_t = X_t - KZ_t = X_t - a_{1t} X_t \cdot (1 - a_{1t}),$$

stąd:

$$W_{MZ_t} = \frac{MZ_t}{X_t} = \frac{X_t \cdot (1 - a_{1t})}{X_t} = 1 - a_{1t},$$

co oznacza w konsekwencji, że:

$$PR_t = \frac{a_{0t}}{1 - a_{1t}} \tag{5}$$

dla $t = 1, 2, ..., n$, a więc jest zmienny w przedziale czasowym $<1; n>$.

Obok określenia progu rentowności ważne jest ustalenie odległości od niego (tzw. strefy bezpieczeństwa), obrazującej odporność przedsiębiorstwa na zmiany rozmiarów działalności (M. Sierpińska, 1993, s. 164).
Miernik ten oblicza się według wzoru:

$$.OPR_t = \frac{X_t - PR_t}{X_t} = 1 - \frac{PR_t}{X_t}.$$

Uwzględniając (5) otrzymuje się, że:

$$.OPR_t = 1 - \frac{a_{0t}}{X_t \cdot (1 - a_{1t})}, \tag{6}$$

gdzie:
OPR_t – odległość od progu rentowności w okresie t.

Jeśli $OPR_t = 0$, oznacza to, że przedsiębiorstwo już przy przychodach ze sprzedaży równych X_t nie osiąga zysku. Każdy spadek przychodów ze sprzedaży przyniesie więc stratę. Im natomiast OPR_t jest bliższy jedności, tym większy spadek przychodów ze sprzedaży może przedsiębiorstwo przetrwać nie ponosząc straty. Tym bardziej jest więc ono odporne na zmiany rozmiarów działalności.

Analizę progu rentowności można uzupełnić uwzględniając w niej zysk brutto, tj. zysk przed opodatkowaniem. Otrzymuje się wówczas informację, jakie przychody ze sprzedaży muszą być zrealizowane w danym okresie, żeby osiągnąć postulowany zysk ZB_t.[1]

[1] Oczywiście przy innych warunkach nie zmienionych.

Próg rentowności wynosi wówczas:

$$PR_t^* = \frac{a_{0t} + ZB_t}{1 - a_{1t}}, \tag{7}$$

gdzie:
ZB_t – postulowany zysk brutto,
a odległość od progu rentowności:

$$.OPR_t^* = 1 - \frac{a_{0t} + ZB_t}{X_t \cdot (1 - a_{1t})}. \tag{8}$$

3. Ilustracja empiryczna

Zaproponowaną w punkcie poprzednim metodę badania zilustrowano egzemplifikacją empiryczną na autentycznym materiale źródłowym pochodzącym z jednego z przedsiębiorstw przemysłu szklarskiego. Jednostką czasu badania był jeden miesiąc, a analiza objęła swoim zakresem dwudziestoośmiomiesięczny przedział czasowy.

Badanie przeprowadzono na danych statystycznych wyrażonych w cenach porównywalnych przyjmując w charakterze deflatora wskaźnik cen realizacji przemysłu szklarskiego. Postępowanie to powoduje niewątpliwie, szczególnie jeśli chodzi o koszty, występowanie błędu o charakterze systematycznym. Nie mieliśmy jednakże żadnych możliwości konstrukcji indeksu zmian stawek, cen, opłat i taryf w odniesieniu do poszczególnych składników kosztowych.

Analiza danych empirycznych dotyczących przychodów ze sprzedaży wyrobów oraz kosztu własnego ich sprzedaży pozwoliła nam na wysunięcie hipotezy, że funkcja regresji kosztu własnego sprzedaży wyrobów jest funkcją liniową o następującej postaci analitycznej:

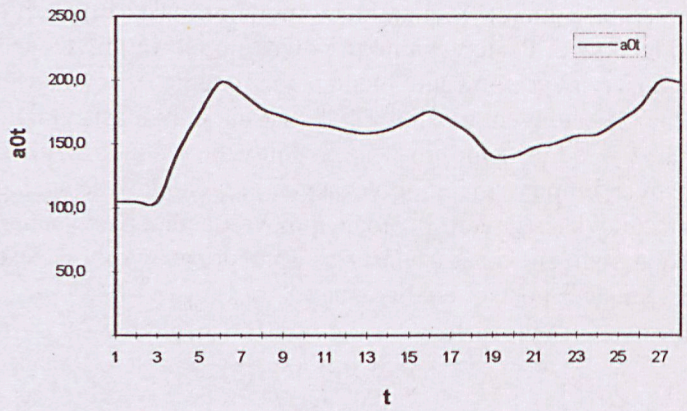
$$.Y = a_0 + a_1 X + \xi,$$

gdzie:
Y – koszt własny sprzedaży wyrobów,
X – przychody ze sprzedaży wyrobów,
a_0, a_1 – parametry funkcji kosztów,
ξ – składnik losowy.

Biorąc powyższy fakt pod uwagę oraz przyjmując $l = 13$, dokonano estymacji parametrów funkcji regresji pełzającej kosztu własnego sprzedaży wyrobów, której wyniki zaprezentowano w tabeli 1 oraz na rys. 1 i 2.

Tabela 1. Oceny parametrów funkcji regresji pełzającej kosztu własnego sprzedaży wyrobów typu (4) w przedsiębioorstwie *Z*

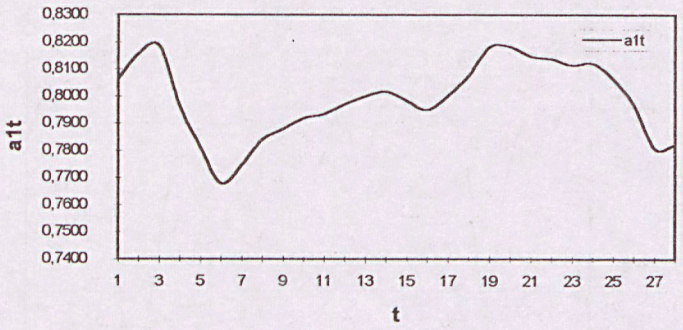
t	a_{0t}	a_{1t}	t	a_{0t}	a_{1t}
1	104,9	0,8064	15	168,1	0,7982
2	104,5	0,8157	16	175,2	0,7950
3	105,1	0,8185	17	167,9	0,8002
4	144,4	0,7964	18	156,8	0,8076
5	173,5	0,7810	19	140,3	0,8182
6	198,4	0,7678	20	140,2	0,8183
7	190,2	0,7749	21	146,8	0,8146
8	177,3	0,7840	22	150,0	0,8137
9	171,5	0,7880	23	155,9	0,8114
10	165,8	0,7920	24	157,2	0,8121
11	164,2	0,7935	25	167,1	0,8062
12	160,4	0,7970	26	178,6	0,7969
13	158,2	0,8000	27	199,0	0,7808
14	160,8	0,8017	28	198,2	0,7822
$Su = 80,9;$ $V_y = 6,34\%;$ $\varphi^2 = 0,122$					



Rys. 1. Koszty stałe przedsiębiorstwa w przedziale czasowym (1, ..., *N*)

Oszacowany model regresji pełzającej precyzyjnie opisuje badaną zależność, o czym świadczą obliczone parametry struktury stochastycznej, co pozwala naszym zdaniem na wykorzystanie go w analizie progu rentowności przedsiębiorstwa.

Próg ten, oraz odległość od niego, ustalono dla każdego t i zaprezentowano w tabeli 2 oraz na rysunkach 3 i 4.



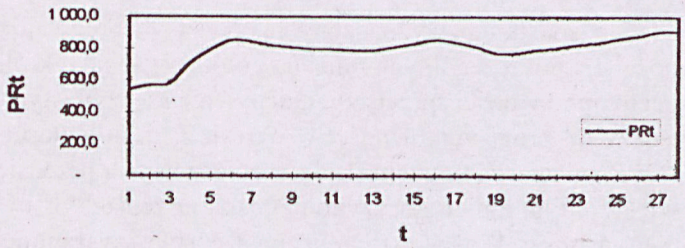
Rys. 2. Jednostkowe koszty zmienne przedsiębiorstwa w przedziale czasowym (1, ..., *N*)

Tabela 2. Próg rentowności przedsiębiorstwa oraz odległość od tego progu w przedziale czasowym (1, ..., *N*)

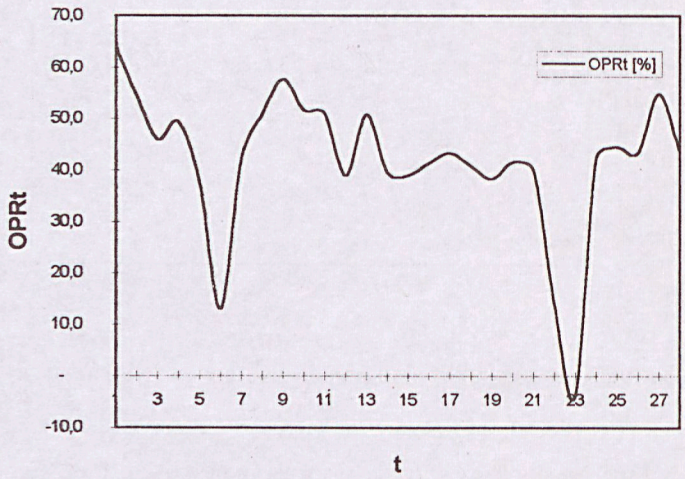
(tys. PLN)

t	PR_t	OPR_t [%]	*t*	PR_t	OPR_t [%]
1	541,9	63,9	15	833,1	39,0
2	567,2	54,5	16	854,6	41,4
3	579,3	46,0	17	840,5	43,3
4	709,3	49,4	18	815,2	40,8
5	792,4	37,5	19	771,6	38,3
6	854,3	13,0	20	771,6	41,6
7	844,8	42,2	21	791,9	39,9
8	820,9	51,0	22	804,9	14,0
9	808,8	57,7	23	826,4	(-)3,7
10	797,0	51,7	24	836,9	42,4
11	795,4	51,0	25	862,4	44,5
12	790,0	39,0	26	879,5	43,4
13	790,0	50,8	27	907,9	54,8
14	810,7	39,6	28	910,0	43,8

Źródło: Zestawienie własne na podstawie tabeli 1.



Rys. 3. Próg rentowności PR_t przedsiębiorstwa w przedziale czasowym (1, ..., *N*)



Rys. 4. Odległość od progu rentowności OPR_t przedsiębiorstwa w przedziale czasowym (1, ..., N)

Zawarte w tabeli 2 charakterystyki liczbowe wskazują, że przychody ze sprzedaży pokrywają koszty zmienne we wszystkich okresach (miesiącach) badanego przedziału czasowego, zapewniając przedsiębiorstwu wygospodarowanie marży zysku. Marża ta tylko w jednym miesiącu nie pokrywa kosztów stałych, co powoduje, że w tym miesiącu próg rentowności przewyższa rzeczywiste przychody ze sprzedaży. Łatwo dalej zauważyć, że próg rentowności wykazuje dyferencjację w ujęciu dynamicznym, oznacza to tym samym dyferencjację rentowności przedsiębiorstwa w przekrojach miesięcznych.

Zróżnicowana w czasie jest również odległość od progu rentowności. Tylko w dwóch miesiącach jest ona zbliżona do zera. Oznacza to, że przy rzeczywistych przychodach ze sprzedaży odpowiadających OPR_t równym odpowiednio 13% (okres 6) i 14% (okres 22) przedsiębiorstwo jest bliskie wejścia w strefę straty. W strefie tej znalazło się przedsiębiorstwo w okresie 23, któremu odpowiada odległość od progu rentowności będąca liczbą ujemną (–) 3,7%.

Jak więc łatwo spostrzec: wyznaczony na podstawie regresji pełzającej próg rentowności dla poszczególnych t można potraktować jako krótkookresowy miernik oceny rentowności sprzedaży. Odchylenie rzeczywistych przychodów ze sprzedaży od progu rentowności w okresie t, tj. odległości od progu rentowności OPR_t wyznacza bowiem strefę bezpieczeństwa przedsiębiorstwa. Im jest ona większa, tym mniejsze ryzyko działania przedsiębiorstwa i wystąpienia braku rentowności. Wysoka strefa bezpieczeństwa gwarantuje więc jednostce gospodarującej stabilność działania (A. Jarugowa, I. Sobańska, R. So-

chacka, 1991, s. 220), obrazując równocześnie jej stopień wrażliwości na zachodzące w czasie zmiany w rozmiarach działalności.

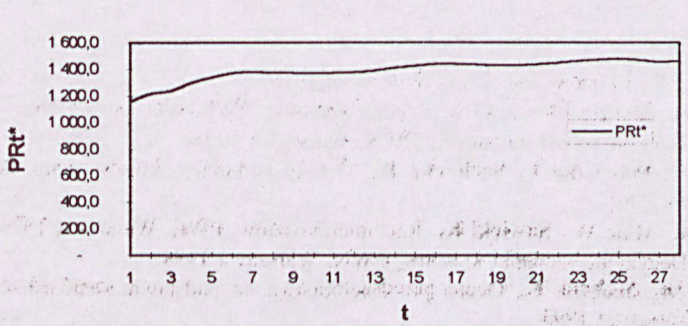
Zakładając stabilność relacji między kosztami a przychodami ze sprzedaży wyrobów, której odwzorowaniem jest miesięczna funkcja regresji pełzającej, można pokusić się o znalezienie odpowiedzi na pytanie: przy jakich przychodach ze sprzedaży możliwe jest osiągnięcie miesięcznego zysku brutto w wysokości ZB_t. Przyjmijmy, że ZB_t = 120 tys. PLN. Wówczas PR_t^* i OPR_t^* w poszczególnych miesiącach badanego przedziału czasowego kształtują się na poziomie określonym w tabeli 3 oraz na wykresach 5 - 6.

Tabela 3. Próg rentowności i odległość od progu rentowności wyznaczona na podstawie relacji (7) i (8).

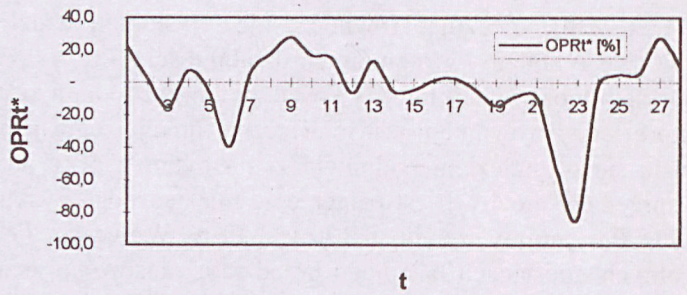
(tys. PLN)

t	PR_t^*	OPR_t^* [%]	t	PR_t^*	OPR_t^* [%]
1	1161	22,7	15	1428	(-)4,6
2	1218	2,2	16	1440	1,3
3	1240	(-)15,5	17	1441	2,8
4	1299	7,3	18	1439	(-)4,5
5	1340	(-)5,7	19	1432	(-)14,4
6	1371	(-)39,6	20	1432	(-)8,4
7	1378	5,8	21	1439	(-)9,1
8	1376	17,8	22	1449	(-)54,9
9	1375	28,1	23	1463	(-)83,6
10	1374	16,8	24	1475	(-)1,6
11	1376	15,2	25	1481	5,0
12	1381	(-)6,6	26	1470	5,4
13	1391	13,4	27	1455	27,5
14	1413	(-)5,2	28	1461	9,8

Źródło: Zestawienie własne na podstawie tabeli 1.



Rys. 5. Próg rentowności PR_t^* przedsiębiorstwa w przedziale czasowym (1, ..., N)



Rys. 6. Odległość od progu rentowności OPR_t^* przedsiębiorstwa w przedziale czasowym (1, ..., N)

Jak widać charakterystyki liczbowe PR_t^* i OPR_t^* wykazują znaczne zróżnicowanie w ujęciu dynamicznym. W wielu okresach badanego przedziału czasowego osiągnięte przychody ze sprzedaży nie gwarantują osiągnięcia zakładanego zysku brutto. Świadczy o tym ujemna wartość OPR_t^*, przy czym im jest ona większa co do natężenia, tym szanse uzyskania postulowanego zysku brutto są bardziej wątpliwe. Istnieje wówczas konieczność wzrostu przychodów ze sprzedaży w tych okresach bądź podjęcia działań zmierzających do obniżki jednostkowego kosztu zmiennego i kosztów stałych.

Skalę tej obniżki można zaś określić dokonując analizy poszczególnych czynników determinujących kształtowanie się jego progu rentowności. Problematyka ta będzie jednakże przedmiotem odrębnych rozważań.

Literatura

Bartosiewicz S., Ekonometria, PWE, Warszawa 1976.

Bednarski L., Analiza finansowa w przedsiębiorstwie, PWE, Warszawa 1994.

Dobija M., Rachunkowość zarządcza, PWN, Warszawa 1995.

Jarugowa A., Sobańska I., Sochacka P., Metody kalkulacji, koszty, ceny, decyzje, PWE, Warszawa 1991.

Jarugowa A., Malc W., Sawicki K., Rachunek kosztów, PWE, Warszawa 1979.

Nowak E., Decyzyjne rachunki kosztów, PWN, Warszawa 1994.

Sierpińska M., Jachma T., Ocena przedsiębiorstwa na podstawie standardów światowych, PWN, Warszawa 1993.

Szczepaniak J., Ocena przedsiębiorstwa na podstawie sprawozdań finansowych, Ekorno, Łódź 1992.