Ryszard DOMAN

Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

DYNAMIKA ROZKŁADÓW WARUNKOWYCH POLSKICH ZWROTÓW FINANSOWYCH

Wstęp

W nowoczesnych finansach zarówno wśród teoretyków, jak i praktyków, utrwalił się już pogląd, że przyjmowanie założenia o dynamicznej naturze jedynie dwóch pierwszych momentów warunkowych procesów stochastycznych, generujących zwroty instrumentów finansowych, może być przyczyną podejmowania nie w pełni optymalnych działań w takich obszarach, jak wybór portfela inwestycyjnego, wycena instrumentów pochodnych czy szacowanie wartości zagrożonej. Za sprawę najważniejszą w tym kontekście uważa się modelowanie dynamiki asymetrii i grubości ogonów rozkładów warunkowych zwrotów, opisywanych zwykle przez warunkową skośność i kurtozę. W nowoczesnych technikach zarządzania ryzykiem coraz więcej uznania zyskuje jednak również znajomość dynamiki elastycznie parametryzowanej funkcji gęstości warunkowej, pozwalająca modelować i prognozować dynamikę momentów wyższych rzędów oraz kwantyli warunkowych. Po raz pierwszy modelowanie gęstości warunkowej, dopuszczające nietrywialną dynamikę nie tylko parametrów położenia i skali, ale również parametrów kształtu, zostało podjęte przez Hansena [5] i związane było z zastosowaniem jako rozkładu innowacji w modelu GARCH [1] skośnego rozkładu t Studenta, którego parametr odpowiadający za skośność ewoluował w czasie. Idee Hansena zostały rozwinięte przez Jondeau i Rockingera [7]. Wyniki badań dynamiki warunkowej skośności i kurtozy w polskich zwrotach finansowych, modelowanej z wykorzystaniem uogólnionego

przez Hansena rozkładu t Studenta, przedstawione są w pracach Domana [3], [4]. W kontekście tym należy również wymienić pracę Piontka [8, s. 111-119], w której do modelowania warunkowej kurtozy oraz skośności w polskich finansowych szeregach czasowych zastosowany został rozkład Pearsona typu IV.

W tej pracy, wzorując się na podejściu Yana [9], modelujemy dynamikę rozkładów warunkowych stóp zmian notowań dwóch polskich indeksów giełdowych, WIG20 i WIRR, przy założeniu że rozkłady reszt standaryzowanych z dopasowanych modeli GARCH należą do rodziny rozkładów S_U Johnsona [6], których parametry kształtu mogą zmieniać się w czasie. Otrzymane wyniki wskazują, że dla badanych szeregów dynamika tych parametrów jest nietrywialna, ale nie ma charakteru autoregresyjnego i zależy w sposób istotny jedynie od innowacji o znaku ujemnym. Interpretacja wyników pozwala również stwierdzić, że występuje różnica jakościowa między dynamiką rozkładów warunkowych stóp zmian indeksu WIG20 a dynamiką rozkładów warunkowych stóp zmian indeksu WIRR.

1. Rozkład S_U Johnsona

Niech Z będzie zmienną losową, mającą standardowy rozkład normalny. Zgodnie z nomenklaturą zaproponowaną przez Johnsona [6], o zmiennej losowej X określonej za pomocą równości

$$Z=\gamma+\delta \operatorname{ar\,sinh}\left(\frac{X-\xi}{\lambda}\right), \tag{1}$$

gdzie ar sinh oznacza funkcję odwrotną do funkcji sinus hiperboliczny, będziemy mówić, że ma rozkład S_U z parametrem położenia ξ, parametrem skali λ ($\lambda>0$) oraz parametrami kształtu γ i δ ($\delta>0$). Gęstość $f(\cdot\,;\xi,\lambda,\gamma,\delta)$ rozkładu S_U Johnsona wyraża się więc wzorem

$$f(x;\xi,\lambda,\gamma,\delta)=\frac{\frac{\delta}{\lambda}}{\sqrt{1+y^2}}\phi\left(\gamma+\delta \operatorname{ar\,sinh}(y)\right), \tag{2}$$

gdzie $x\in R$, $y=(x-\xi)/\lambda$, a ϕ jest gęstością standardowego rozkładu normalnego. Z określenia (1) wynika, że dla $\xi=0$, $\lambda=1$ momenty zwykłe zmiennej X można wyliczać jako

$$m_k = \frac{1}{2^k\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)\left(\exp\left(\frac{x-\gamma}{\delta}\right) - \exp\left(\frac{\gamma-x}{\delta}\right)\right)^k dx. \quad (3)$$

Korzystając z (3), można otrzymać wzory na średnią μ oraz momenty centralne μ_2, μ_3, μ_4. W przypadku gdy $\xi = 0$, $\lambda = 1$ oraz przy oznaczeniach $\omega = \exp(1/(2\delta^2))$, $\theta = \gamma/\delta$, mają one postać:

$$\mu = -\omega \sinh\theta, \quad (4)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{2}(\omega^2 - 1)(\omega^2 \cosh 2\theta + 1), \quad (5)$$

$$\mu_3 = -\frac{1}{4}\omega^2(\omega^2 - 1)^2[\omega^2(\omega^2 + 2)\sinh 3\theta + 3\sinh\theta], \quad (6)$$

$$\mu_4 = \frac{1}{8}(\omega^2 - 1)^2[\omega^4(\omega^8 + 2\omega^6 + 3\omega^4 - 3)\cosh 4\theta +$$

$$+ 4\omega^4(\omega^2 + 2)\cosh 2\theta + 3(2\omega^2 + 1)]. \quad (7)$$

W dalszym ciągu będziemy rozważać standaryzowane zmienne losowe o rozkładzie S_U Johnsona. Dla danej pary parametrów (γ, δ) taka zmienna $Y \sim S_U(0, 1, \lambda, \delta)$ określona jest jako

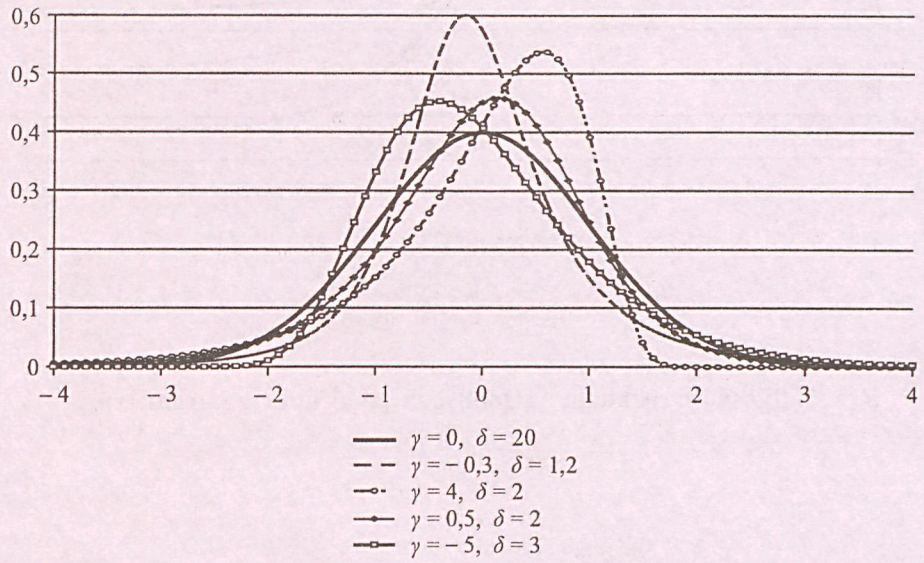
$$Y = \frac{X - m}{s}, \quad (8)$$

gdzie X ma rozkład S_U Johnsona z parametrami kształtu (γ, δ) oraz parametrami położenia i skali $\xi = 0$, $\lambda = 1$, a m i s oznaczają średnią i odchylenie standardowe zmiennej X wyliczone zgodnie ze wzorami (4) i (5). Funkcja gęstości standaryzowanego rozkładu S_U Johnsona z parametrami kształtu (γ, δ) ma zatem postać

$$g(x; \gamma, \delta) = \frac{\delta s}{\sqrt{2\pi(1 + (sx + m)^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2}((\gamma + \delta \operatorname{ar\,sinh}(sx + m))^2\right), \quad (9)$$

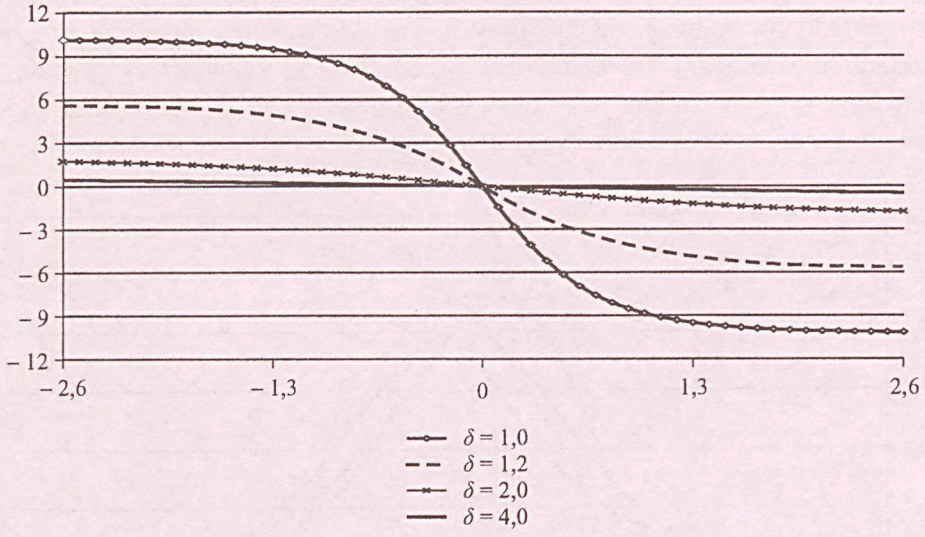
gdzie $m = \mu$ oraz $s = \sqrt{\mu_2}$ określone są wzorami (4) i (5). Dla $\gamma = 0$ rozkłady określone wzorem (9) są symetryczne. Ogólnie są one jednomodalne, przy czym dla $\gamma \neq 0$ moda ma znak zgodny, a skośność znak przeciwny do znaku

parametru γ. Ponadto można wykazać, że dla $\gamma = 0$ gęstość standaryzowanego rozkładu S_U Johnsona dąży, przy $\delta \to \infty$, do gęstości standardowego rozkładu normalnego. Na rysunku 1 przedstawione są wykresy gęstości standaryzowanych zmiennych losowych o rozkładzie S_U Johnsona dla różnych parametrów kształtu (γ, δ).

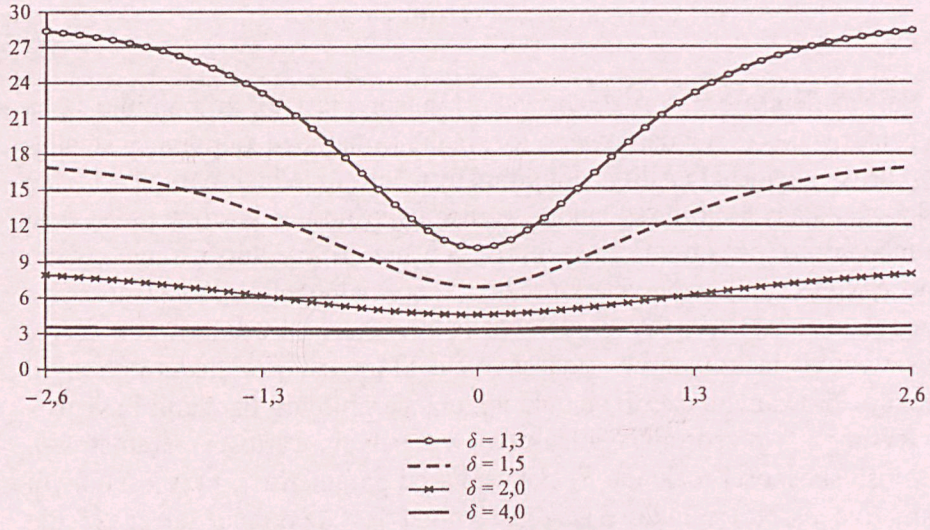


Rys. 1. Gęstość standaryzowanego rozkładu S_U Johnsona dla różnych wartości parametrów kształtu γ i δ

Najważniejszą cechą rozkładów S_U Johnsona jest to, że pomimo iż są one generowane ze standardowego rozkładu normalnego za pomocą stosunkowo prostej, zadanej analitycznie, transformacji, to jednak pary utworzone z odpowiadających tym rozkładom wartości skośności i kurtozy pokrywają stosunkowo szeroki obszar płaszczyzny R^2, przy czym kurtoza ma zawsze wartość większą niż w przypadku rozkładu normalnego. Taka własność jest szczególnie pożądana przy modelowaniu rozkładów warunkowych szeregów zwrotów instrumentów finansowych, które, co jest faktem znanym i udokumentowanym, często charakteryzują się grubymi ogonami i asymetrią. Rysunek 2 przedstawia, dla kilku wybranych wartości parametru δ, zależność skośności rozkładu S_U Johnsona od parametru γ, przy ustalonym parametrze δ. Na rysunku 3 przedstawiona jest podobna zależność dla kurtozy. Można zaobserwować, że już dla $\delta = 4$ w obu wypadkach wykresy są bardzo płaskie.

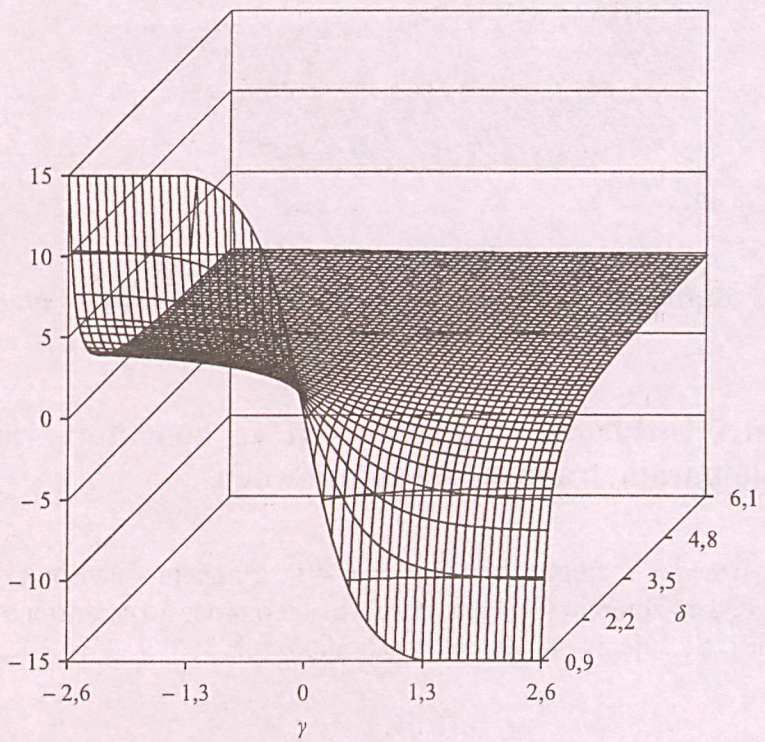


Rys. 2. Skośność rozkładu S_U Johnsona jako funkcja parametru γ

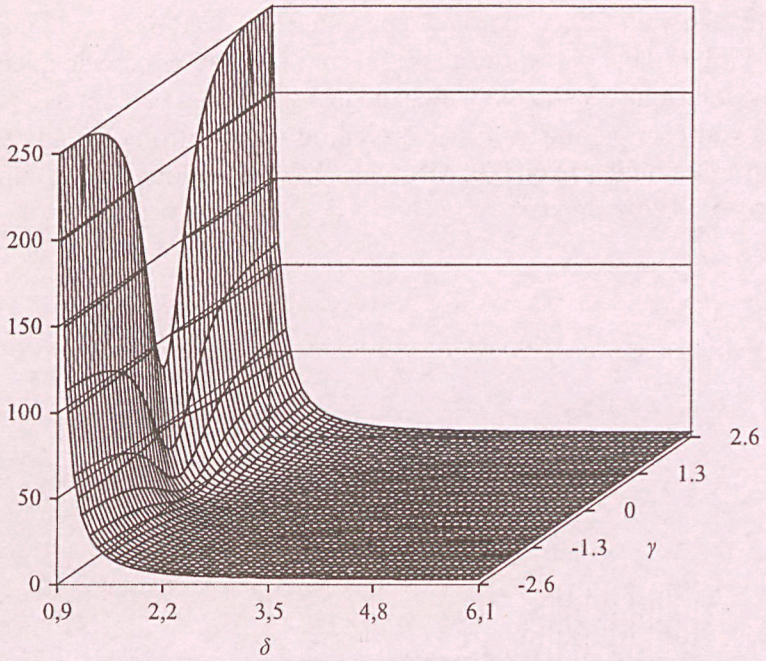


Rys. 3. Kurtoza rozkładu S_U Johnsona jako funkcja parametru γ

Na rysunkach 4 i 5 pokazane są powierzchnie, będące wykresami funkcji przyporządkowujących parom parametrów (γ, δ) z prostokąta $[-2{,}6;\ 2{,}6] \times [0{,}9;\ 6{,}1]$ wartości skośności i kurtozy odpowiadającego rozkładu S_U Johnsona. Wyraźnie widoczne jest silne spłaszczenie obu powierzchni dla wartości parametru δ większych od 4 oraz stromość, gdy wartości parametru δ są mniejsze od 0,9. Można wykazać, że obie powierzchnie mają osobliwość wzdłuż prostej.



Rys. 4. Skośność standaryzowanego rozkładu S_U Johnsona jako funkcja parametrów (γ, δ)



Rys. 5. Kurtoza standaryzowanego rozkładu S_U Johnsona jako funkcja parametrów (γ, δ)

2. Model rozkładów warunkowych ze zmieniającymi się w czasie parametrami kształtu innowacji

Niech r_t oznacza szereg czasowy zwrotów instrumentu finansowego oraz niech Ω_t będzie zbiorem (σ-algebrą) informacji o procesie r_t, dostępnych do momentu t. Stosujemy standardową dekompozycję

$$r_t = E(r_t|\Omega_{t-1}) + y_t, \tag{10}$$

a zatem $E(y_t|\Omega_{t-1}) = 0$. W pracy [9] szereg reszt y_t jest modelowany za pomocą modelu typu GARCH, [1], w którym standaryzowane innowacje mają rozkład S_U Johnsona z mogącymi zmieniać się w czasie parametrami kształtu:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim IS_U(0, 1, \gamma_t, \delta_t), \tag{11}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha y_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \tag{12}$$

$$\gamma_t = c_0 + c_1 \varepsilon_{t-1}^+ + c_2 \varepsilon_{t-1}^- + c_3 \gamma_{t-1}, \tag{13}$$

$$\delta_t = d_0 + d_1 \varepsilon_{t-1}^+ + d_2 \varepsilon_{t-1}^- + d_3 \delta_{t-1}, \tag{14}$$

gdzie $\varepsilon_t^+ = \max(\varepsilon_t, 0)$, $\varepsilon_t^- = \max(-\varepsilon_t, 0)$.

3. Opis danych empirycznych

W pracy badane są szeregi stóp zmian notowań (zwroty) dwóch polskich indeksów giełdowych WIG20 i WIRR z okresu od 3 stycznia 1995 do 28 października 2005. WIG20 jest indeksem typu cenowego i obliczany jest na podstawie portfela akcji 20 największych i najbardziej płynnych spółek z rynku podstawowego. WIRR jest indeksem najmniejszych spółek giełdowych i jest indeksem dochodowym. Badane zwroty r_t indeksów są procentowymi zwrotami logarytmicznymi i obliczane są jako

$$r_t = 100(\ln p_t - \ln p_{t-1}),$$

gdzie p_t oznacza kurs zamknięcia w dniu t. Podstawowe statystyki opisowe badanych szeregów przedstawione są w tabeli 1.

Tabela 1. Statystyki opisowe procentowych zwrotów logarytmicznych indeksów WIG20 i WIRR

Szereg zwrotów	WIG20	WIRR
Liczba obserwacji	2709	2709
Średnia	0,0416	0,0547
Odchylenie standardowe	1,9155	1,6829
Minimum	−14,1608	−10,2711
Maksimum	13,7088	10,8791
Skośność	−0,0938	−0,1407
Kurtoza	7,0941	7,4638

Wartości kurtozy przekraczają dwukrotnie wartość dla rozkładu normalnego i są prawie równe dla obu szeregów. Skośność w obu wypadkach jest ujemna i ma wartość bezwzględną większą w wypadku indeksu WIRR. W obu szeregach występowała pewna autokorelacja, a zastosowany test Engle'a odrzucił ich warunkową homoskedastyczność.

4. Estymacja modeli i omówienie otrzymanych wyników

Modele zmienności i zmieniających się w czasie parametrów kształtu standaryzowanych innowacji, przedstawione w punkcie 2, estymowane były metodą największej wiarygodności za pomocą autorskich programów pracujących w środowisku MATLAB. W związku ze skomplikowaną postacią funkcji wiarygodności ważną rzeczą było wybranie odpowiednich wartości początkowych i badanie wrażliwości estymacji na ich zmianę. Jak zwykle w takiej sytuacji, estymowane były najpierw zagnieżdżone modele prostsze, a otrzymane dla nich parametry były przyjmowane jako wartości początkowe w estymacji modeli bardziej złożonych. Nie powiodła się estymacja pełnego modelu opisanego równaniami (11)-(14) z powodu, jak się wydaje, niewystępowania w badanych szeregach mechanizmu autoregresyjnego w dynamice parametrów kształtu. Zatem estymowano jedynie dwa typy modeli. Model statyczny (I) z ograniczeniami $c_1=c_2=c_3=0$, $d_1=d_2=d_3=0$ w równaniach (13) i (14) oraz model II dopuszczający nietrywialną dynamikę parametrów kształtu, ale podlegający ograniczeniom $c_3=0$, $d_3=0$. Średnia warunkowa estymowana była łącznie z modelem (11)-(14), w postaci

$$E(r_t|\Omega_{t-1})=a_0+\sum_{i=1}^{p} a_i r_{t-i}, \tag{15}$$

przy czym na podstawie analizy reszt y_i i wskazań kryteriów informacyjnych przyjęto w obu wypadkach $p=1$ oraz $a_0=0$, w wypadku indeksu WIRR. Wyestymowane parametry modeli przedstawione są w tabeli 2. Wszystkie modele okazały się kowariancyjnie stacjonarne a wariancje bezwarunkowe mają zbliżone wartości, należące do przedziału [4,1; 4,8]. Widoczna jest

również duża persystencja zmienności. Parametr c_0 jest ujemny dla indeksu WIG20, co w wypadku modelu I oznacza dodatnią skośność rozkładów warunkowych, a dla indeksu WIRR jest dodatni, czyli skośność rozkładów warunkowych jest ujemna. Na podstawie wzorów (5)-(7) można wyliczyć, że dla $\gamma = -0{,}1707$, $\delta = 2{,}0792$ (WIG20) skośność innowacji w modelu I wynosi 0,1678, a kurtoza 4,3808. Dla indeksu WIRR i modelu I wartościom parametrów $\gamma = 0{,}5580$, $\delta = 2{,}3388$ odpowiadają skośność $-0{,}3945$ i kurtoza 4,1596. Widoczna jest nieistotność parametrów c_1 i d_1. Fakt ten należy interpretować w ten sposób, że innowacje o znaku dodatnim

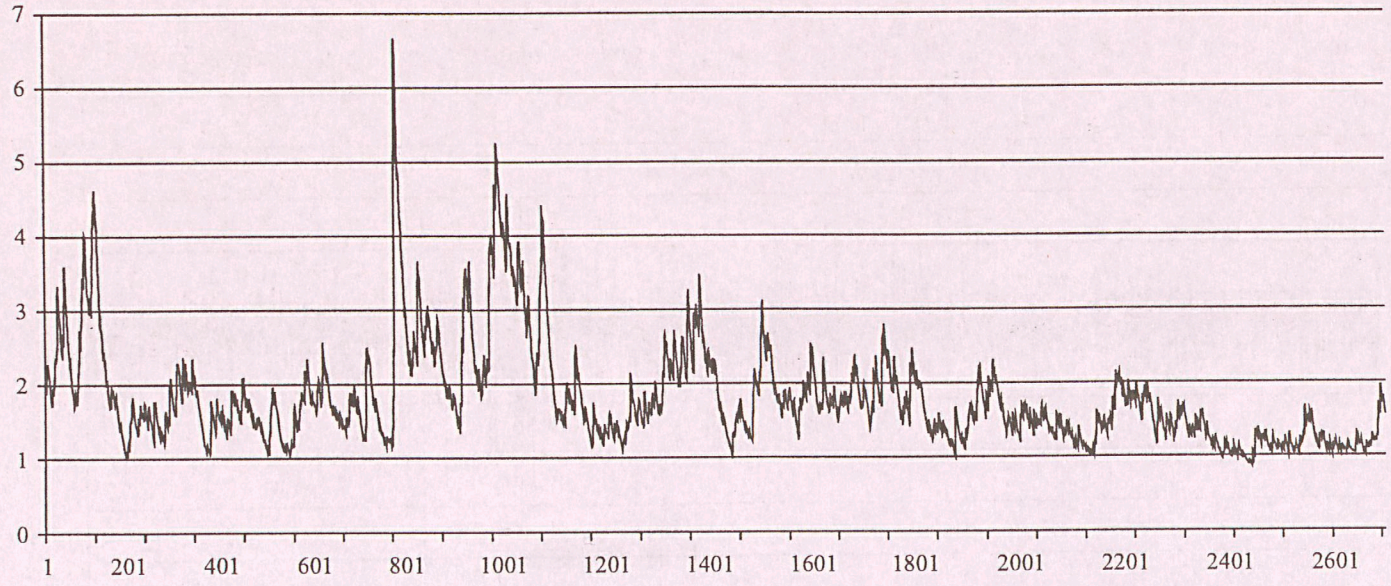
Tabela 2. Wyestymowane parametry modeli ze stałymi (I) oraz zmiennymi w czasie (II) parametrami kształtu innowacji. W nawiasach podane są błędy standardowe

Parametr	WIG20		WIRR	
	Model I	Model II	Model I	Model II
a_0	0,0738 (0,0303)	0,0782 (0,0288)		
a_1	0,0621 (0,0199)	0,0713 (0,0191)	0,1698 (0,0202)	0,1778 (0,0188)
ω	0,0543 (0,0190)	0,0616 (0,0183)	0,0149 (0,0051)	0,0156 (0,0051)
α	0,0907 (0,0150)	0,1003 (0,0138)	0,0929 (0,0142)	0,0918 (0,0054)
β	0,8963 (0,0172)	0,8856 (0,0155)	0,9040 (0,0136)	0,9046 (0,0067)
c_0	−0,1707 (0,1031)	−0,1062 (0,0435)	0,5580 (0,1317)	0,1255 (0,0619)
c_1		−0,0538 (0,0568)		0,0269 (0,1142)
c_2		0,0795 (0,0206)		0,2104 (0,1066)
d_0	2,0792 (0,1776)	−2,2775 (0,1026)	2,3388 (0,2134)	−2,3586 (0,1443)
d_1		0,0917 (0,0893)		0,4042 (0,2508)
d_2		0,0564 (0,0329)		0,2559 (0,0995)

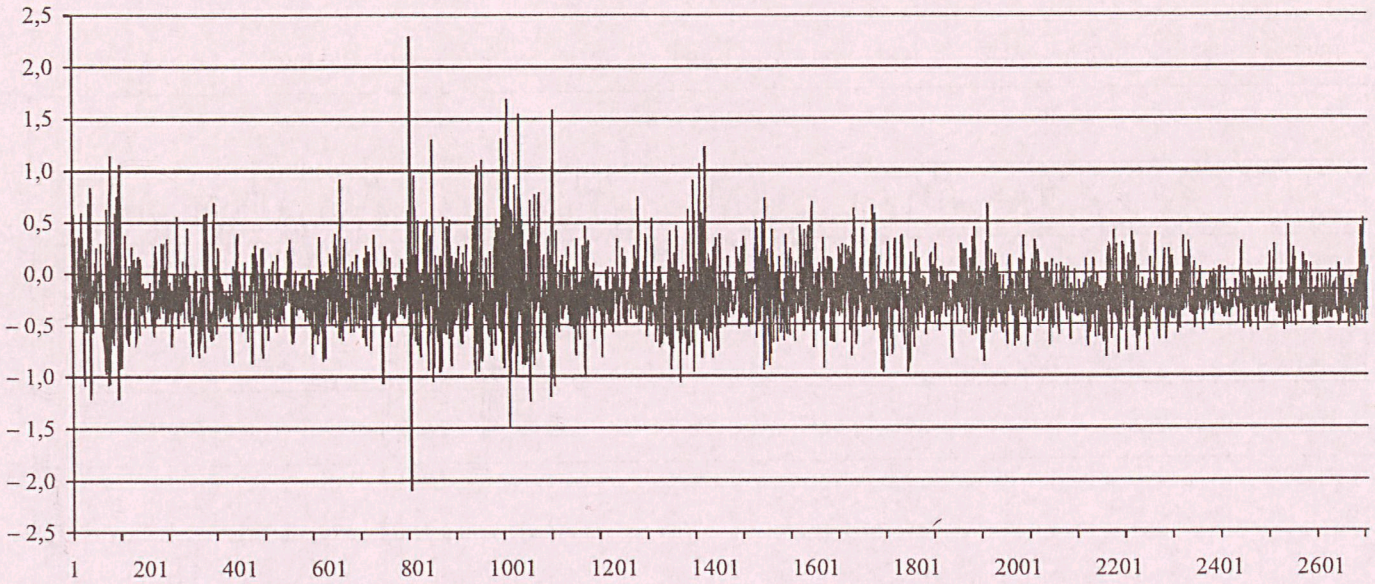
nie wpływają istotnie na zmianę parametrów kształtu rozkładów warunkowych. Pozostaje to w zgodzie z obserwacją, że inwestorzy giełdowi gwałtowniej reagują w przypadku zwrotów ujemnych, co może się przekładać nie tylko we wzroście zmienności i jest opisane w literaturze finansowej jako tzw. efekt dźwigni, ale również może powodować zmianę

kształtu rozkładu warunkowego. Dokładniejsza analiza wyestymowanych parametrów modeli z dynamicznymi parametrami kształtu pozwala wykryć również pewne cechy jakościowe w dynamice rozkładów warunkowych badanych szeregów, specyficzne dla każdego z indeksów WIG20 i WIRR. Różnic takich należało się spodziewać choćby z tego powodu, że indeks WIG20 tworzą najlepsze i najbardziej płynne spółki notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, a WIRR jest indeksem spółek najmniejszych, notowanych na rynku równoległym i w związku z tym dynamika każdego z tych indeksów może odzwierciedlać zachowania inwestorów różnego typu. Dla indeksu WIRR parametr kształtu γ_t pozostaje cały czas dodatni, co oznacza ujemną skośność rozkładów warunkowych. Ponieważ parametr c_2 jest istotny i dodatni, więc innowacje o znaku ujemnym powodują wzrost wartości bezwzględnej skośności, przy zachowaniu jej znaku ujemnego. Wskazuje to na skłonność inwestujących na rynku równoległym do reakcji pogłębiających spadki cen. W wypadku indeksu WIG20 skośność rozkładów warunkowych nie ma stałego znaku, ale jej średnia jest dodatnia. Dodatni znak istotnego statystycznie parametru c_2 oznacza tu, że innowacja ujemna powoduje zmniejszenie wartości bezwzględnej skośności rozkładu warunkowego, prowadząc nawet do symetrii, co należałoby interpretować jako uspokojenie lub postawę wyczekiwania ze strony inwestorów. Taka reakcja wydaje się typowa dla dużych inwestorów instytucjonalnych. Z analizy kombinacji oszacowań parametrów d_0, d_1, d_2 dla obu indeksów wynika, że bezpośrednio po innowacjach o znaku ujemnym wzrasta wartość parametru δ w funkcji gęstości rozkładu warunkowego. Przy niepowiększonej wartości parametru γ oznaczałoby to spadek kurtozy. Taka sytuacja występuje w wypadku indeksu WIG20, co potwierdza tezę o dominacji postawy oczekiwania wśród inwestorów związanych z portfelem tego indeksu. Natomiast w wypadku indeksu WIRR, wzrost wartości bezwzględnej parametru γ powoduje wzrost kurtozy i bez szczegółowej analizy lokalnej trudno wnioskować o kierunku zmiany wartości kurtozy rozkładu warunkowego.

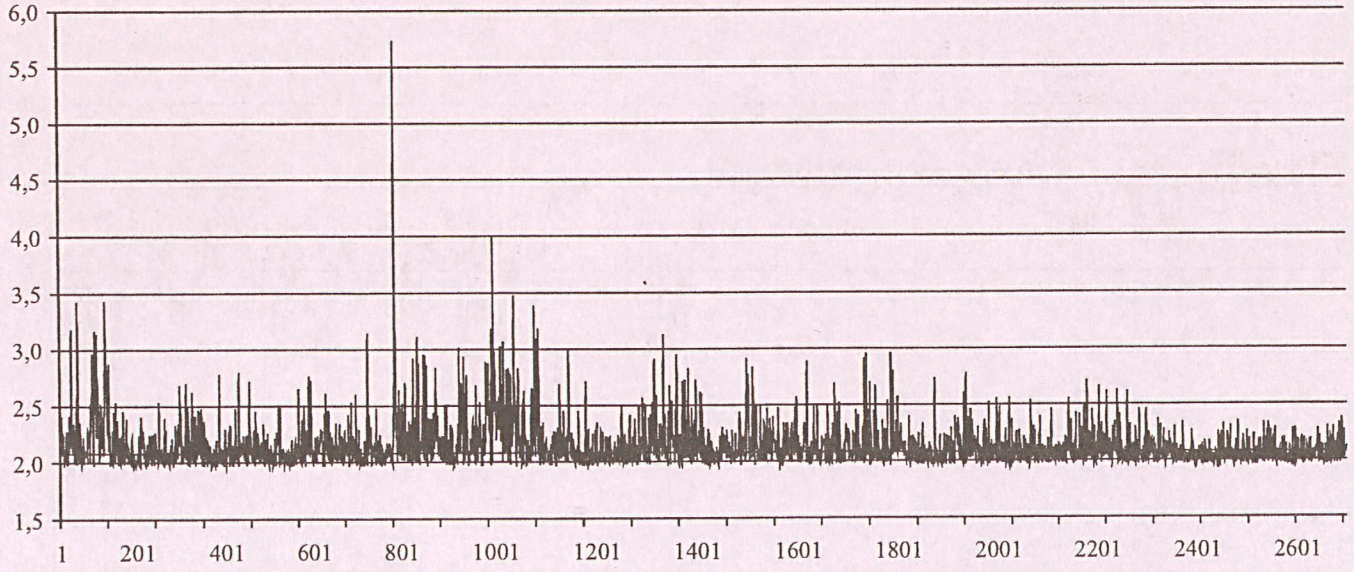
Na rysunkach (6)-(11) przedstawiona jest dynamika zmienności σ_t, oraz parametrów kształtu γ_t i δ_t rozkładów warunkowych stóp zmian indeksów WIG20 i WIRR w badanym okresie. W przypadku dynamicznych parametrów kształtu pogrubioną jaśniejszą linią prostą zaznaczony jest poziom odpowiadający oszacowaniu odpowiedniego parametru uzyskanemu dla modelu statycznego (model I).



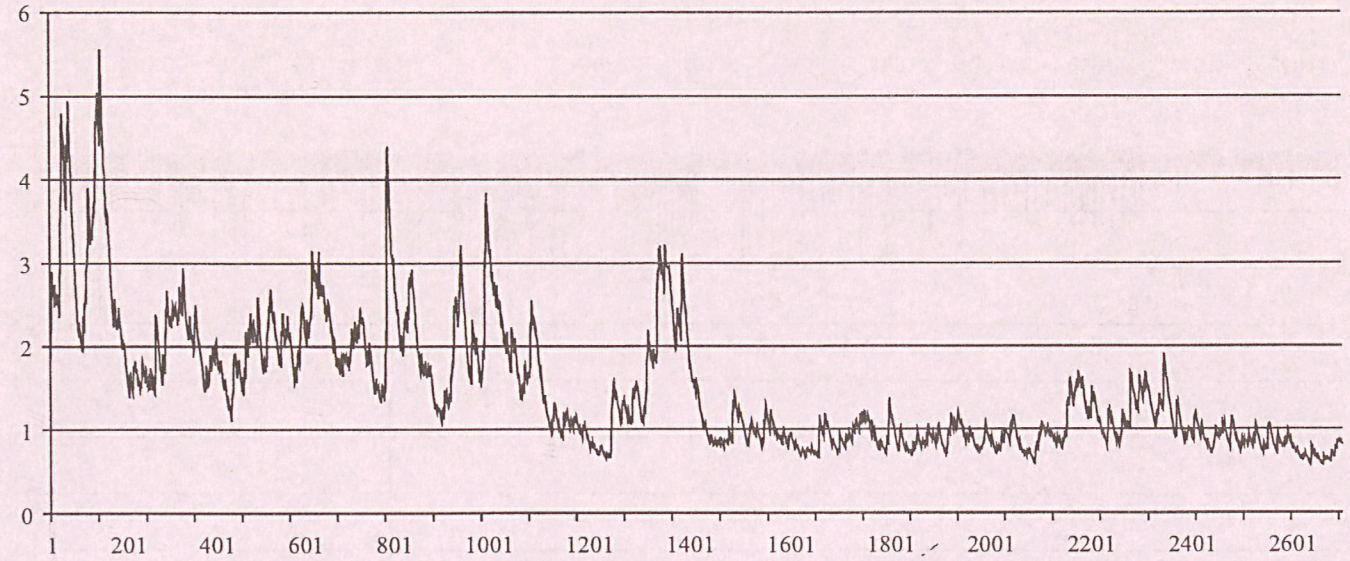
Rys. 6. Zmienność (σ_t) indeksu WIG20 oszacowana na podstawie modelu II



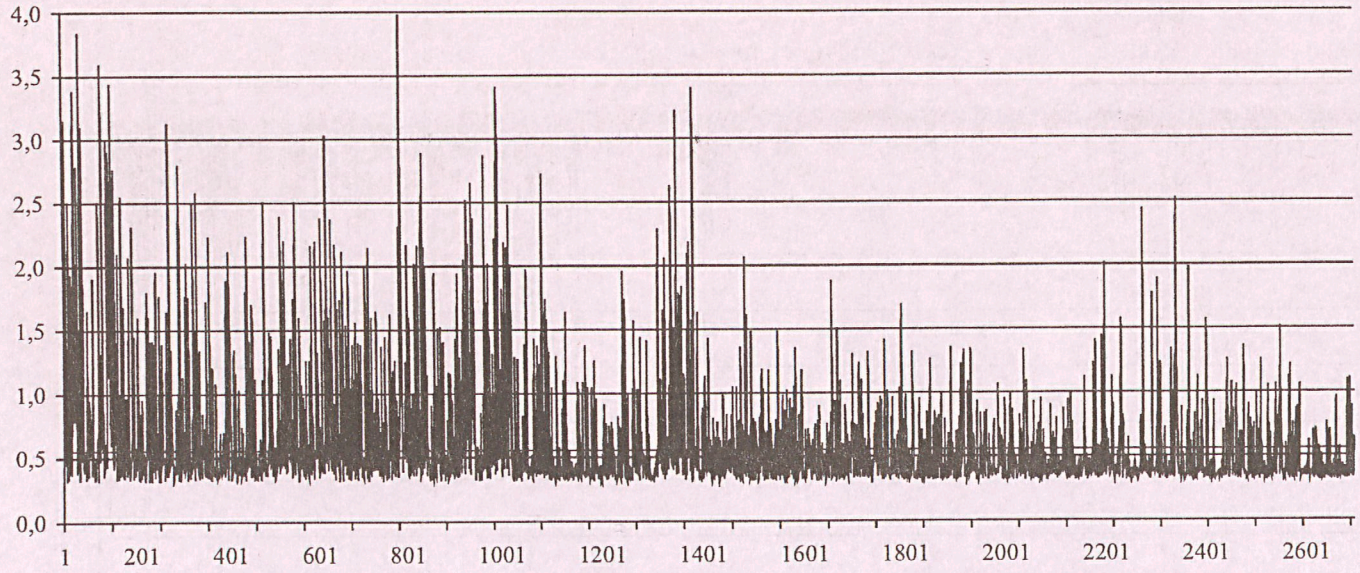
Rys. 7. Dynamika parametru kształtu γ_t rozkładu warunkowego zwrotów indeksu WIG20



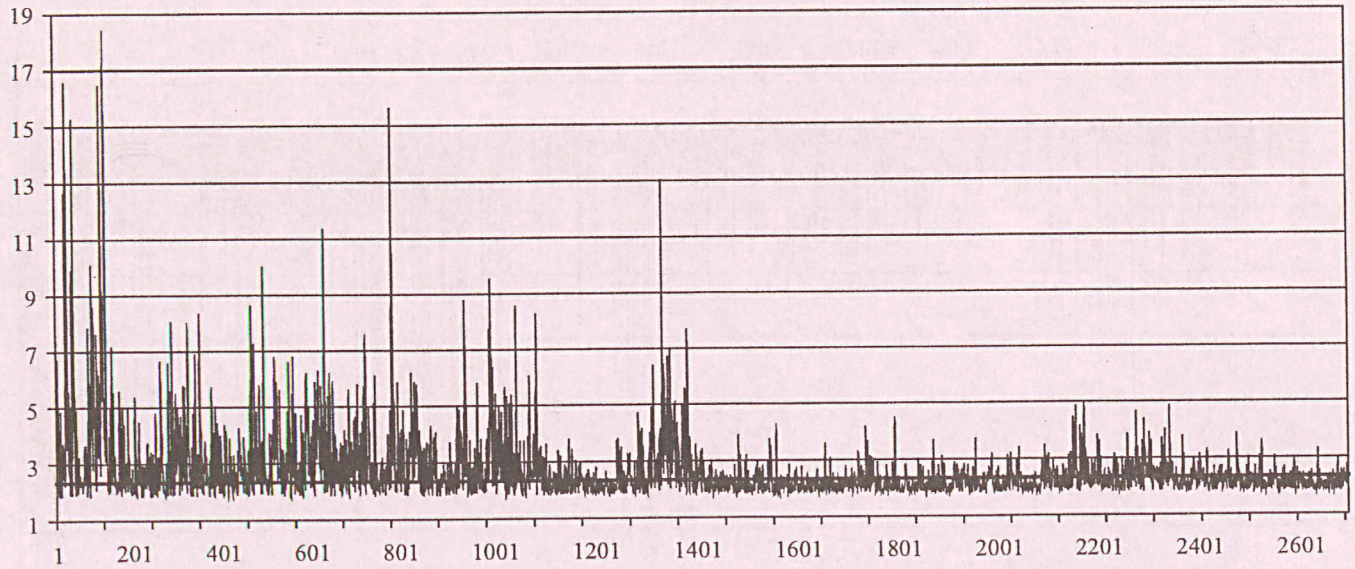
Rys. 8. Dynamika parametru kształtu δ_t rozkładu warunkowego zwrotów indeksu WIG20



Rys. 9. Zmienność (σ_t) indeksu WIRR oszacowana na podstawie modelu II



Rys. 10. Dynamika parametru kształtu γ_t rozkładu warunkowego zwrotów indeksu WIRR



Rys. 11. Dynamika parametru kształtu δ_t rozkładu warunkowego zwrotów indeksu WIRR

5. Ocena dopasowania rozkładów warunkowych

Ewoluująca w czasie gęstość rozkładu warunkowego stóp zmian notowań indeksu giełdowego jest oczywiście nieobserwowalna, nawet *ex post*. Zatem oceny jej dopasowania nie należą do zadań łatwych, gdyż nie można tu wykorzystywać środków standardowych. Metoda stosowana przez nas została zaproponowana w pracy Diebolda, Guntera i Taya [2]. Bazuje ona na związku łączącym gęstości $\{f_t(\cdot|\Omega_{t-1})\}_{t=1}^{T}$ prawdziwego procesu generującego zwroty r_t, który jest nieobserwowalny, z ciągiem $\{p_t(\cdot|\Omega_{t-1})\}_{t=1}^{T}$ wyestymowanych funkcji gęstości. Związek ten jest dany przez transformację całkową

$$u_t = \int_{-\infty}^{r_t} p_t(u)\,du, \tag{16}$$

gdzie r_t oznacza zwrot faktycznie zrealizowany w momencie t. W cytowanej pracy [2] udowodniono, że jeśli ciąg $\{p_t(\cdot|\Omega_{t-1})\}_{t=1}^{T}$ wyestymowanych funkcji gęstości warunkowych pokrywa się z ciągiem gęstości $\{f_t(\cdot|\Omega_{t-1})\}_{t=1}^{T}$ prawdziwego procesu generującego dane, to przy spełnieniu zwykłych warunków dotyczących niezerowania się jakobianu i ciągłości odpowiednich pochodnych cząstkowych, ciąg $\{u_t\}_{t=1}^{T}$ transformat określonych wzorem (16) jest realizacją ciągu niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie jednostajnym na przedziale $[0, 1]$: $\{u_t\}_{t=1}^{T} \sim IID\ U(0,1)$.

Do testowania warunku $IID\ U(0,1)$ dla ciągów $\{u_t\}_{t=1}^{T}$ wyliczonych przy użyciu wyestymowanych przez nas, z dynamicznego modelu II, funkcji gęstości rozkładów warunkowych szeregów zwrotów indeksów WIG20 i WIRR, stosowany był test Kołmogorowa-Smirnowa. Dodatkowo przeprowadzone zostały badania histogramu szeregu $\{u_t\}_{t=1}^{T}$ i autokorelacji w szeregach $\{u_t-\bar{u}\}_{t=1}^{T}$, $\{(u_t-\bar{u})^2\}_{t=1}^{T}$, $\{(u_t-\bar{u})^3\}_{t=1}^{T}$ i $\{(u_t-\bar{u})^4\}_{t=1}^{T}$. Wyniki testu Kołmogorowa-Smirnowa przedstawione są w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki testu Kołmogorowa-Smirnowa dla wyestymowanych gęstości rozkładów warunkowych

Szereg zwrotów	WIG20	WIRR
Wartość statystyki	0,0175	0,0123
p-wartość	0,3719	0,8034

Na podstawie otrzymanych wyników, dla żadnego z badanych szeregów nie można odrzucić hipotezy zerowej $\{u_t\}_{t=1}^{T} \sim IID\ U(0,1)$. Świadczy to korzystnie o jakości dopasowania rozkładów warunkowych.

Podsumowanie

Badanie dynamiki warunkowych rozkładów zwrotów instrumentów finansowych, ograniczające się do rozpatrywania przypadku, w którym mogą zmieniać się w czasie jedynie dwa pierwsze momenty warunkowe, przestaje odpowiadać na potrzeby sygnalizowane w związku ze stosowaniem coraz bardziej wyrafinowanych technik w intensywnie rozwijających się nowoczesnych finansach. Specyficzne cechy szeregów zwrotów instrumentów finansowych nakładają wymagania, dotyczące elastyczności w zakresie asymetrii i struktury ogonów rodzin parametryzowanych rozkładów, mogących znaleźć zastosowanie w modelowaniu dynamiki ich rozkładów warunkowych. Rodzina rozkładów S_U Johnsona wydaje się jednym z kandydatów, mogących sprostać tym wymaganiom. Dodatkowym argumentem na rzecz częstszego podejmowania prób stosowania właśnie tej rodziny rozkładów do bardziej wyrafinowanego modelowania dynamiki zwrotów finansowych jest to, że rozkłady S_U Johnsona są generowane ze standardowego rozkładu normalnego za pomocą stosunkowo nieskomplikowanej transformacji analitycznej. Fakt ten ma olbrzymie znaczenie praktyczne przy obliczaniu momentów wyższych rzędów i kwantyli.

Przedstawione w tym artykule badania dotyczące dynamiki rozkładów warunkowych zwrotów dwóch polskich indeksów giełdowych, WIG20 i WIRR, miały na celu ocenę przydatności rozkładów S_U Johnsona w kontekście polskiego rynku finansowego. Otrzymane wyniki wskazują na istnienie nietrywialnej dynamiki parametrów kształtu rozkładów warunkowych badanych szeregów zwrotów. Należy jednak stwierdzić, że siła tej dynamiki nie jest wielka, brakuje w niej persystencji i generowana jest istotnie jedynie przez innowacje o znaku ujemnym. Przyczyną takiego stanu rzeczy mogą być specyficzne cechy polskiego rynku kapitałowego, konkretnie, ogólny niski poziom aktywności. Badania dynamiki rozkładów warunkowych w odniesieniu do polskiego rynku finansowego, dopuszczające zmienność w czasie również parametrów kształtu, powinny być jednak kontynuowane. W szczególności warto by było zbadać dokładniej, w jakim stopniu poszerzenie tradycyjnych modeli zmienności o równania dynamiki

parametrów kształtu przyczynia się do poprawy jakości prognozowania samej zmienności oraz wartości zagrożonej czy ogólnie kwantyli warunkowych. Praktyczne znaczenie w zarządzaniu ryzykiem finansowym powinny znaleźć również prognozy warunkowej skośności i kurtozy wyznaczane za pomocą przedstawionych tu modeli. Należy również przypomnieć, że rodzina rozkładów S_U Johnsona, stosowana w badaniach opisanych w tej pracy, ma konkurentów w zakresie modelowania dynamiki momentów wyższego rzędu rozkładów warunkowych. Do najbardziej znanych należą skośne rozkłady t Studenta oraz rozkłady Pearsona typu IV. Porównanie możliwości prognostycznych modeli, w których standaryzowane innowacje należą do tych konkurencyjnych rodzin rozkładów, wydaje się zadaniem bardzo interesującym i mającym duże znaczenie praktyczne.

Literatura

[1] Bollerslev T., *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, Journal of Econometrics 1986, 31, 307-327.

[2] Diebold F.X., Gunther T.A., Tay A.S., *Evaluating Density Forecasts with Application to Financial Risk Management*, International Economic Review 1998, 39, 863-883.

[3] Doman R., *Modeling Conditional Skewness and Kurtosis of the Polish Financial Returns*, Macromodels'2004, Proceedings of the Thirty First International Conference, 2005, 145-158.

[4] Doman R., *Forecasting the Conditional Skewness and Kurtosis of Polish Financial Returns*, w: *Financial Markets: Principles of Modelling, Forecasting, and Decision-Making*, Łódź University Press, Łódź 2006.

[5] Hansen B.E., *Autoregressive Conditional Density Estimation*, International Economic Review 1994, 35, 705-730.

[6] Johnson N.L., *Systems of Frequency Curves Generated by Method of Translation*, Biometrika 1949, 36, 149-176.

[7] Jondeau E., Rockinger M., *Conditional Volatility, Skewness, and Kurtosis: Existence, Persistence, and Comovements*, Journal of Economic Dynamics and Control 2003, 27, 1699-1737.

[8] Piontek K., *Modelowanie warunkowej kurtozy oraz skośności w finansowych szeregach czasowych*, w: *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Wydawnictwo UMK, Toruń 2005.

[9] Yan J., *Asymmetry, Fat-tail, and Autoregressive Conditional Density in Financial Return Data with Systems of Frequency Curves*, University of Iowa, Statistics and Actuarial Science Technical Reports 355, 2005.

DYNAMICS OF THE CONDITIONAL DISTRIBUTIONS OF POLISH FINANCIAL RETURNS

Summary

The knowledge of dynamics of the conditional distributions of financial returns that is restricted to considering only the first two conditional moments is not sufficient for many issues in modern finance. In this paper we model dynamics of the conditional distributions of the returns on two Polish stock indices WIG20 and WIRR under the assumption that the standardized residuals from the fitted GARCH models belong to Johnson's S_U family with time-varying shape parameters. The obtained results show that the dynamics of the parameters is nontrivial, depends only on negative innovations, and is specific for each of the indices.

Część trzecia

Optymalizacja decyzji i analiza wypukła