Marcin KAMIŃSKI

TESTOWANIE STABILNOŚCI KOINTEGRACJI STÓP PROCENTOWYCH W POLSCE

Wprowadzenie

Celem artykułu jest przedstawienie metod testowania stabilności parametrów kointegracji, ukazanie w jaki sposób metody te mogą zostać wykorzystane do badania relacji pomiędzy stopami procentowymi w Polsce oraz wykorzystanie tych procedur. Czy stopy procentowe w Polsce są skointegrowane? Kointegracja zmiennych ekonomicznych (patrz np. Engle, Granger 1987, Johansen 1988) oznacza występowanie pomiędzy tymi zmiennymi stałych związków, mimo że same zmienne zachowują się w nieco chaotyczny sposób. We współczesnej literaturze ekonometrycznej zmienne takie określa się mianem zmiennych niestacjonarnych. Jedną z form niestacjonarności jest błądzenie przypadkowe (*random walk*). Zmienne błądzące przypadkowo to zmienne, na które zakłócenia losowe mają permanentny wpływ. W niniejszym artykule przyjęto się założenie, że stopy procentowe generowane są właśnie przez proces błądzenia przypadkowego (np. Sargent 1978). Założenie to zostało także zweryfikowane za pomocą serii testów w artykule Ziarko-Siwek i Kamińskiego (2003) na tych samych danych empirycznych, które wykorzystano w niniejszej pracy.

Jakie znaczenie ma pytanie o stałość relacji kointegrujących? Jeśli stopy procentowe są skointegrowane, to zmiany jednych stóp (np. krótkoterminowych) pozostają w ścisłym związku ze zmianami innych (np. stóp długoterminowych). Modelowanie kointegracji nie wymaga przy tym określenia, czy zależności te są przyczynowo-skutkowe i w którym kierunku miałaby taka przyczynowość występować. Jeśli uda się potwierdzić stabilność relacji kointegrujących, bank centralny uzyskuje informację, że poprzez oddziaływanie na stopy krótkoterminowe może mieć wpływ na zmiany stóp długoterminowych.

Modelowanie stóp procentowych za pomocą mechanizmu korekty błędów nie jest nowym pomysłem. Stock i Watson (1988) przebadali trzy szeregi czasowe stóp procentowych w Stanach Zjednoczonych i wykryli dwie relacje kointegrujące i jeden wspólny trend stochastyczny. Ich próba składała się z miesięcznych danych

od stycznia 1960 do sierpnia 1979 roku. Hall, Anderson i Granger (1992) zastosowali metodę Johansena do oszacowania wektorów kointegracyjnych w próbce jedenastu szeregów czasowych stóp zwrotu w terminie do wykupu. Ich zbiór obserwacji składał się z miesięcznych danych od stycznia 1970 do grudnia 1988 roku. Jak zauważają autorzy, w tym okresie dwukrotnie nastąpiła zmiana w polityce pieniężnej, w związku z czym analiza została przeprowadzona zarówno na pełnej próbie, jak i osobno w trzech podpróbach. Wyniki estymacji wskazują, że stopy zwrotu były skointegrowane zarówno w pełnej próbie, jak i w podpróbach, a relacjami kointegrującymi były spready w pełnej próbie i w dwóch z trzech podprób. Ponadto autorzy zauważają, że w modelu ujmującym cztery stopy krótkoterminowe występuje tylko jeden wspólny trend stochastyczny.

W drugim punkcie przedstawiono metodę estymacji zerokuponowych stóp procentowych i scharakteryzowano próbkę obserwacji, a trzeci poświęcono krótkiemu przeglądowi literatury, dotyczącej testowaniu stabilności parametrów kointegracji, omówieniu modelu kointegracji oraz charakterystyce metody rekursywnej estymacji. Czwarty punkt zawiera omówienie wyników badań i podsumowanie.

1. Charakterystyka badanych szeregów czasowych

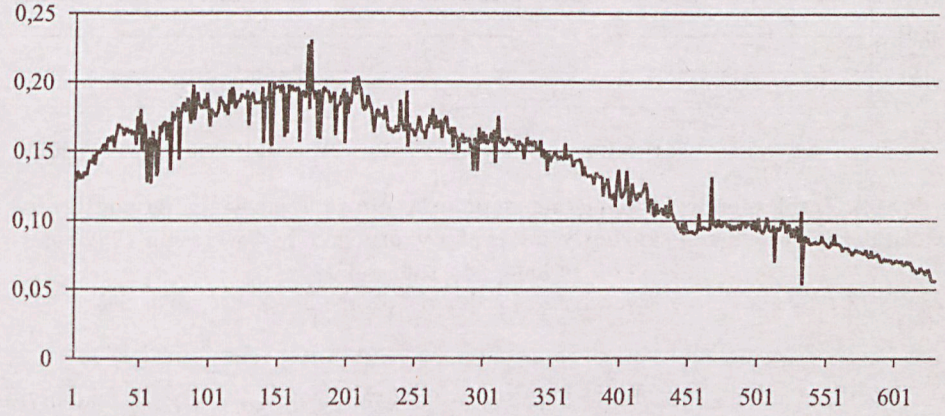
W celu oszacowania parametrów modelu wiążącego ze sobą stopy procentowe należy w pierwszym kroku podjąć decyzję, czy korzystać ze stóp dochodowości w terminie do wykupu czy ze stóp zerokuponowych. W niniejszym artykule oparto się na stopach zerokuponowych. Zaletami takiego podejścia są:

- możliwość korzystania z danych o dużej częstotliwości; obligacje o interesującym nas terminie do wykupu (obligacja miesięczna, roczna i pięcioletnia) emitowane są rzadko, natomiast obrót obligacjami na rynku wtórnym dokonuje się niemal codziennie;
- wykluczenie wpływu efektu kuponowego, który może powodować, że dwie obligacje o tym samym terminie do wykupu mogą być sprzedawane tego samego dnia po różnych cenach.

Wadą tego podejścia jest fakt, że stosowane metody estymacji stóp zerokuponowych są niedoskonałe i wymagają wykorzystania stosunkowo skomplikowanych procedur numerycznych. W artykule oparto się na metodzie prostych wielomianów zaproponowanej (i natychmiast odrzuconej) przez J.H. McCullocha (1971). Autor korzysta z owej metody, gdyż pozwala ona na dość wierne przybliżenie rzeczywistych stóp zerokuponowych oraz dlatego, że te rejony, w których najczęstsze są znaczne błędy estymacji (bardzo krótkie oraz bardzo długie terminy do wykupu) nie są przedmiotem dalszych badań. Szczegółowy opis procedury obliczeniowej przedstawiono w pracy: (Ziarko-Siwek, Kamiński 2003,

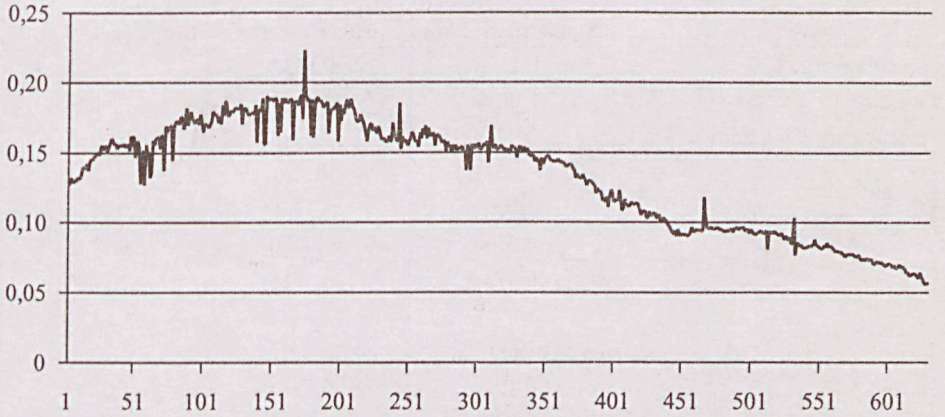
s. 13-17). Inne często stosowane metody estymacji zerokuponowych stóp procentowych omówili m.in. Świętoń (2002) oraz Stępniak i Zieliński (2000).

W pracy Ziarko-Siwek i Kamińskiego (2003) wyznaczono trzy szeregi czasowe złożone z 627 obserwacji stóp zerokuponowych od września 1999 do listopada 2002 roku. Stopy te zostały obliczone na podstawie cen polskich obligacji skarbowych. Dane te prezentują rysunki 1-3.



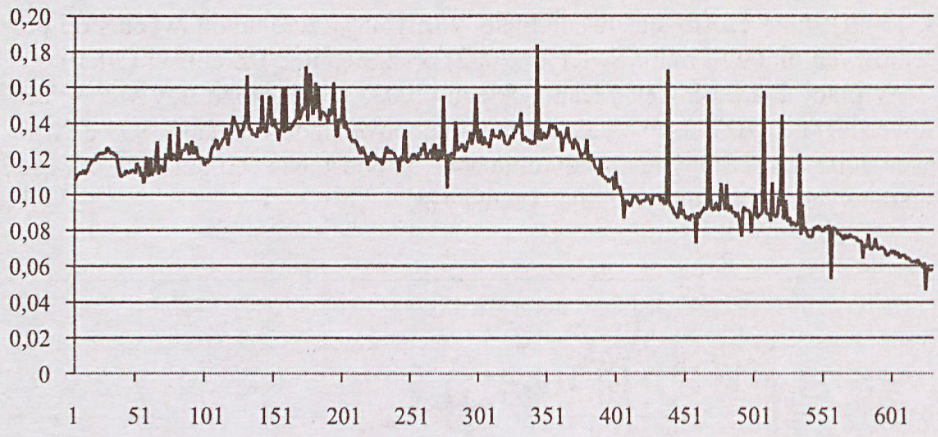
Rys. 1. Zerokuponowa miesięczna stopa procentowa oszacowana na podstawie cen polskich obligacji skarbowych z rynku wtórnego od 14 września 1999 roku do 14 listopada 2002 roku

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne na podstawie: (Ziarko-Siwek, Kamiński 2003)



Rys. 2. Zerokuponowa roczna stopa procentowa oszacowana na podstawie cen polskich obligacji skarbowych z rynku wtórnego od 14 września 1999 roku do 14 listopada 2002 roku

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne na podstawie: (Ziarko-Siwek, Kamiński 2003)



Rys. 3. Zerokuponowa pięcioletnia stopa procentowa oszacowana na podstawie cen polskich obligacji skarbowych z rynku wtórnego od 14 września 1999 roku do 14 listopada 2002 roku

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne na podstawie: (Ziarko-Siwek, Kamiński 2003)

Poniższa tabela prezentuje statystyki opisowe badanej próby. W badanym okresie stopy procentowe wykazywały tendencję zniżkową, przy czym stopa pięcioletnia spadała nieco wolniej (o około 2-3% rocznie) od stóp miesięcznej i pięcioletniej (4-5% przeciętny roczny spadek).

Statystyki opisowe zerokuponowych stóp procentowych

	Stopa miesięczna	Stopa roczna	Stopa pięcioletnia
Średnia wartość	0,1376	0,1333	0,1121
Wariancja	0,0017	0,0015	0,0006
Odchylenie standardowe	0,0414	0,0386	0,0251
Macierz korelacji	1,0000	0,9966	0,8734
	0,9966	1,0000	0,8916
	0,8734	0,8916	1,0000
Parametry trendu liniowego $y = a + bt$			
a	0,1996	0,1913	0,1443
b	-0,0002	-0,0002	-0,0001
R^2	0,7455	0,7518	0,5485
Odchylenie standardowe składnika resztowego	0,0209	0,0192	0,0168

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne na podstawie: (Ziarko-Siwek, Kamiński 2003).

Stopa pięcioletnia zachowywała się w tym okresie najbardziej nieliniowo – jedynie 54% zmienności tej stopy zostało objaśnione przez trend liniowy. Warto zauważyć także, że trzy badane stopy były silnie ze sobą skorelowane, gdyż współczynnik korelacji Pearsona nie był niższy niż 87%.

Do dalszych badań wykorzystano zatem szeregi czasowe, obejmujące nieco ponad 3 lata. Warto tutaj zauważyć, że nie jest to długi okres, a metoda kointegracji służy właśnie do znajdowania długookresowych relacji pomiędzy zmiennymi ekonomicznymi. W typowych badaniach (na przykład Rangvid i Sorensen (2001) badają konwergencję kursów walutowych 11 krajów, których waluty zostały zastąpione przez euro) wykorzystywane są dane z ponad 10 lat. Problem ten jest tylko częściowo załagodzony przez wykorzystanie danych o wysokiej częstotliwości.

2. Analiza kointegracji stóp procentowych

Badania nad stabilnością relacji kointegrujących, które nie są oparte na analizie reszt z regresji, zostały zapoczątkowane przez Hansena (1992), który przedstawił rozkłady statystyk mnożników Lagrange'a dla kilku testów stałości parametrów kointegracji. W szczególnym przypadku jako hipotezę zerową w tych testach można przyjąć występowanie zależności długoterminowych, podczas gdy hipotezę alternatywną można interpretować jako brak kointegracji. Hansen i Johansen (1999) zaproponowali procedury graficzne oparte na rekursywnie obliczanych wartościach własnych. Innowacyjność tego podejścia polegała na tym, że zamiast koncentrować się na testowaniu stałości znacznej (p^2) liczby parametrów mechanizmu korekty błędów (gdzie p jest liczbą zmiennych w modelu), można testować stabilność samych *eigenvalues*, których jest r (r oznacza liczbę wektorów kointegracyjnych w modelu). Ponadto wyprowadzili oni rozkłady graniczne statystyk do testów Plobergera (Ploberger et al. 1989) oraz Nybloma (1989).

Quintos i Phillips (1993) przedstawili test, w którym hipotezą zerową jest kointegracja. Test ten pozwala na sprawdzenie stałości albo wybranego parametru, albo podmacierzy parametrów, pozwalając na zlokalizowanie źródła niestabilności w kointegracji. Seo (1998) wyprowadził testy, służące wykrywaniu nieznanego z góry punktu zwrotnego w parametrach mechanizmu korekty błędów oraz w parametrach szybkości dostosowań, a także do potwierdzenia wystąpienia punktu zwrotnego w z góry określonym momencie. Testy te nie wymagają rekursywnych obliczeń tak jak procedura Hansena i Johansena, są oparte na estymatorze największej wiarygodności[1]. Podał on także tablice wartości krytycznych dla statystyk Ave-LM oraz Sup-LM, z których skorzystano w tej pracy.

[1] Przegląd literatury zaprezentowany tutaj jest z pewnością niewyczerpujący, ale zainteresowany czytelnik znajdzie odniesienia do innych artykułów w cytowanej tu literaturze.

Stock i Watson (1994) przeprowadzili eksperyment, mający na celu określenie, jak częsta jest niestabilność parametrów w modelach szeregów czasowych. Korzystając z 76-miesięcznych szeregów czasowych, opisujących gospodarkę Stanów Zjednoczonych, oraz z testów Nybloma, CUSUM, a także testu ilorazu wiarygodności zaproponowanego przez Quandta oszacowali oni znaczną liczbę modeli ekonometrycznych i ocenili stabilność parametrów. Ze swych badań wyciągnęli wniosek, że znaczna większość modeli ekonometrycznych dotknięta jest skazą niestabilności parametrów. Trudno jednak ocenić, jaka część odrzuceń hipotezy o stałości parametrów wynika z błędnej specyfikacji modelu, problemu pominiętych istotnych zmiennych itp.

W niniejszym artykule posłużono się metodami testowania stabilności zaproponowanymi przez Hansena i Johansena (1999). Z twierdzenia Grangera o reprezentacji (Engle, Granger 1987) wynika, że jeżeli niestacjonarne zmienne są skointegrowane, to można je modelować za pomocą mechanizmu korekty błędów. Model taki ma postać:

$$\Delta \mathbf{r}_t = \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{*\mathrm{T}} \mathbf{r}^*_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \boldsymbol{\Gamma}_i \, \Delta \mathbf{r}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_t . \tag{1}$$

W modelu tym $\boldsymbol{\alpha}_{(p\times r)}$ jest macierzą parametrów szybkości dostosowań, $\boldsymbol{\beta}^*_{(p+1\times r)}$ to macierz parametrów mechanizmu korekty błędów łącznie z wierszem jedynek, a $\mathbf{r}^*_{t(p+1\times 1)}$ $(t = 1,..., n)$ jest wektorem obserwacji w momencie t, którego element $p + 1$ jest jednością. Należy zwrócić uwagę, że w powyższym modelu na wyraz wolny zostało nałożone ograniczenie, tak że pojawia się on jedynie w mechanizmie korekty błędów, a nie poza nim. Takie ograniczenie jest możliwe, gdy $\boldsymbol{\alpha}_\perp{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu} = 0$, gdzie $\boldsymbol{\alpha}_{\perp(p\times p-r)}$ jest macierzą wektorów ortogonalnych do $\boldsymbol{\alpha}$, a $\boldsymbol{\mu}_{(p\times 1)}$ jest wektorem wyrazów wolnych (Johansen 1991). Gdy ten warunek jest spełniony, w szeregu czasowym $\mathbf{r}_t$ nie występuje trend deterministyczny, a jedynie stochastyczny. Ponadto $\boldsymbol{\Gamma}_{i(p\times p)}$ są macierzami parametrów, określających skalę autoregresji (krótkookresowej dynamiki) w modelu, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ jest wektorem niezależnych losowych zakłóceń o p-wymiarowym rozkładzie normalnym, a $n+k$ oznacza liczbę obserwacji zmiennej $\mathbf{r}_t$.

Z powyższych oznaczeń wynika, że model (1) szacowany w niniejszym artykule składa się z trzech równań. Pierwsze z tych równań (przy założeniu, że $r = 2$, $k = 2$) ma postać:

$$\begin{aligned}\Delta r_{1t} = {} & \alpha_{11}(\beta_{11} r_{1t-1} + \beta_{12} r_{2t-1} + \beta_{13} r_{3t-1} + \beta_{14}) + \\ & + \alpha_{12}(\beta_{21} r_{1t-1} + \beta_{22} r_{2t-1} + \beta_{23} r_{3t-1} + \beta_{24}) + \gamma_1 \Delta \mathbf{r}_{t-1} \varepsilon_{1t} .\end{aligned} \tag{2}$$

W równaniu tym γ_1 jest pierwszym wierszem macierzy Γ_1, natomiast $\Delta \mathbf{r}_t$ jest kolumnowym wektorem zmian wartości zmiennych w okresie t. W dalszym ciągu artykułu składowe wektora $\mathbf{r}_t$, r_{1t}, r_{2t} i r_{3t} będą kolejno oznaczać stopy miesięczną, roczną i pięcioletnią. Jak widać, powyższy model zawiera dwa niezależne mechanizmy korekty błędów. Korekta błędów występuje, gdy wyrażenia zawarte w nawiasach odchylają się od zera. Znaki parametrów w macierzy α powinny być takie, że by korekta błędów powodowała, że powracanie zmiennych do swej długoterminowej równowagi, która jest określona przez wartości parametrów w macierzy β. Z tych rozważań wynika, że oceny parametrów macierzy $\mathbf{b}$ można interpretować tylko w kontekście długookresowej równowagi i odchyleń od niej[2].

Po oszacowaniu parametrów modelu i obliczeniu wartości własnych pojawia się pytanie, ile jest istotnych relacji kointegrujących, wiążących badane szeregi czasowe. Odpowiedź na to pytanie jednoznacznie wyznacza liczbę tzw. wspólnych trendów stochastycznych (patrz Stock, Watson 1988), których jest zawsze $p–r$. Intuicyjnie wspólny trend można utożsamiać ze zmienną, będącą realizacją procesu błądzenia przypadkowego, która wpływa jednocześnie na wszystkie zmienne w modelu. Osobnym pytaniem jest pytanie, jaka to jest konkretnie zmienna – może to być na przykład kombinacja liniowa kilku znanych zmiennych ekonomicznych. Identyfikacji wspólnych trendów autor zamierza poświęcić swe badania w przyszłości.

Określeniu liczby istotnych relacji kointegrujących służy test śladu, który jest testem sekwencyjnym. Hipotezę zerową formułuje się następująco: w modelu istnieje co najwyżej r relacji kointegrujących. Odrzucenie hipotezy zerowej prowadzi do wniosku, że istnieje $r + 1$ istotnych wektorów kointegrujących. Decyzję o właściwej wartości r podejmuje się na podstawie wartości własnych, które są w istocie współczynnikami korelacji kanonicznej (Johansen 1988). Formalnie statystyka empiryczna testu śladu (ang. *trace test*, patrz też Johansen 1991) dla $H_0 : r = r_0$ wyraża się wzorem:

$$(3) \qquad trace_{r_0} = -n \sum_{i=r_0+1}^{p} \ln(1-\hat{\lambda}_i),$$

gdzie $\hat{\lambda}$ jest i-tą największą wartością własną.

Powyższy model szacowany jest rekursywnie za pomocą dwóch metod. Przez rekursywną estymację (ang. *recursive estimation*, w odróżnieniu od *rolling esti-*

[2]W artykule przyjęto konwencję, że teoretyczne parametry populacji generalnej oznaczane są literami greckimi, a ich oceny znakami alfabetu łacińskiego. Ponadto należy zwrócić uwagę, że r oznacza liczbę wektorów kointegrujących, podczas gdy r_{it} są wartościami zmiennej i w okresie t.

mation, patrz Rangvid, Sorensen 2001) autor rozumie estymację na podstawie rosnącej podpróby ($t = 1,..., y$), gdzie y wzrasta w każdym kroku o jedność od n_0 do n. Stała n_0 musi być na tyle duża, by parametry modelu były jednoznacznie identyfikowalne i nie podlegały zbyt znacznym zniekształceniom, wynikającym ze zbyt małej próbki. W niniejszym opracowaniu wybrano $n_0 = 50$, co oznacza, że $\tau = n_0/n \approx 0{,}08$. Pierwszą z trzech wymienionych przez Hansena i Johansena (1999, s. 307) metod rekursywnego testowania stabilności jest szacowanie wszystkich parametrów od początku dla każdej podpróbki. Drugą metodą jest tzw. wykoncentrowanie (*concentrating out*) parametrów macierzy Γ, czyli wyeliminowanie tych parametrów i oparcie rekursywnej estymacji na funkcji wiarygodności, w której w każdym kroku parametry te są równe wartościom dla całej próby.

Do oszacowania parametrów modelu kointegracji metodą Johansena (Johansen 1988) stosuje się metodę regresji zredukowanego rzędu. Polega ona na wykluczeniu w pierwszym kroku parametrów dynamiki krótkookresowej, a w drugim kroku na obliczeniu wartości własnych odpowiednio skonstruowanej macierzy momentów. Przy korzystaniu z pierwszej metody rekursywnej estymacji w każdym kroku obliczenia rozpoczynane są od danych początkowych, czyli powtarzane są obydwa kroki. W przypadku drugiej metody pierwszy krok wykonany jest dla wszystkich obserwacji – obliczone są reszty z modeli regresji dla pełnej próby – a następnie drugi krok wykonywany jest rekursywnie na rosnących ciągach tych reszt.

3. Wyniki obliczeń i wnioski

Wyniki estymacji modelu kointegracji dla całej próby przedstawiają tabele 1-3[3]. Model oszacowano przy założeniu, że $k = 2$, to znaczy z jednym opóźnieniem. Ujęcie w modelu każdego kolejnego opóźnienia zwiększa liczbę szacowanych parametrów w $p^2 = 9$. Oceny parametrów mechanizmu korekty błędów zostały znormalizowane tak, aby w macierzy **b** pojawiła się macierz jednostkowa stopnia[4] r. Tabela 1 przedstawia rezultaty testu śladu. Hipoteza zerowa, mówiąca że istnieją co najwyżej dwa wektory kointegrujące, nie może zostać

[3] Estymację parametrów dla całej próby przeprowadzono z wykorzystaniem pakietu EViews Student Version 3.1, natomiast rekursywna procedura została zaprogramowana samodzielnie przez autora w programie Gauss Light 5.0 (www.aptech.com). Procedury i wyniki estymacji są dostępne na życzenie.

[4] Taka normalizacja jest niemal zawsze możliwa (z wyjątkiem mało prawdopodobnego przypadku, gdy wiersze macierzy **b** są dokładnie liniowo zależne), gdyż regresja zredukowanego rzędu pozwala jedynie na określenie r-wymiarowej przestrzeni, w której znajdują się wektory kointegrujące. Tabela 4 zawiera transpozycję macierzy **b**.

odrzucona nawet na 5% poziomie istotności, z czego wynika, że stopy procentowe w badanym okresie były związane aż dwiema relacjami kointegrującymi.

Tabela 1. Wyniki oszacowania modelu kointegracji dla całej próby – oceny wartości własnych, wartości empiryczne oraz krytyczne testu śladu

Hipoteza zerowa	Wartości własne	Statystyka testu śladu	Wartości krytyczne – poziom istotności	
			5%	1%
Brak wektorów kointegracyjnych*	0,2917	299,7321	34,91	41,07
Co najwyżej jeden wektor kointegracyjny*	0,1247	84,1722	19,96	24,60
Co najwyżej dwa wektory kointegracyjne	0,0014	0,8954	9,24	12,97

*Na 1% poziomie istotności. Wartości krytyczne podane są w artykule M. Osterwalda-Lenuma (1992).

Tabela 2. Wyniki oszacowania modelu kointegracji dla całej próby – znormalizowane oceny parametrów mechanizmu korekty błędów

	b_{1j}	b_{2j}	b_{3j}	b_{4j}
$j = 1$	1	0	–1,7434	0,0578
			(0,0833)	(0,0095)
$j = 2$	0	1	–1,6432	0,0509
			(0,0710)	(0,0081)

Oceny wektorów kointegrujących łącznie z odchyleniami standardowymi tych ocen (w nawiasach) zamieszczono w tabeli 3. Należy zauważyć, że na podstawie pierwszego wektora kointegrującego można dla każdej stopy miesięcznej wyznaczyć jednoznacznie stopę pięcioletnią, dla którego te stopy są w równowadze. Równowaga ta bowiem występuje, gdy $\mathbf{b}^T\mathbf{r}_t = 0$. Wektor ten wyznacza więc proporcję stóp procentowych, do której będą one w długim okresie powracać:

$$r_1 = 1{,}7434 \cdot r_3 - 0{,}0578, \tag{4}$$

$$r_3 = \frac{r_1 + 0{,}0578}{1{,}7434} = 0{,}5736 r_1 + 0{,}0331. \tag{5}$$

Analogiczny związek pomiędzy stopami roczną i pięcioletnią można wyprowadzić na podstawie drugiego wektora kointegrującego. Interpretując uzyskane

wyniki, można więc stwierdzić, że wzrost miesięcznej stopy procentowej o jeden procent będzie związany w długim okresie ze wzrostem stopy pięcioletniej o przeciętnie 0,5736%. Taki sam wzrost stopy rocznej będzie związany ze wzrostem stopy długoterminowej o przeciętnie 0,6086%[5].

Z kolei oceny parametrów szybkości dostosowania przekazują informację o tym, jak bardzo poziom poszczególnych zmiennych reaguje na odchylenia mechanizmu korekty błędów od zera. Odchylenie takie może mieć wpływ na wszystkie trzy zmienne, występujące w modelu. Dla pierwszego wektora kointegrującego dodatnie odchylenie od równowagi wystąpi, gdy lewa strona równania (4) będzie większa niż prawa strona, a więc wtedy, gdy stopa miesięczna wzrośnie zanadto lub stopa pięcioletnia spadnie ponadprzeciętnie[6]. Takie dodatnie zaburzenie będzie miało pozytywny wpływ na wszystkie trzy zmienne w modelu, gdyż wszystkie trzy elementy pierwszego wiersza tabeli 3 (czyli pierwszej kolumny macierzy **a**) są dodatnie. W podobny sposób można zinterpretować elementy drugiej kolumny tej macierzy.

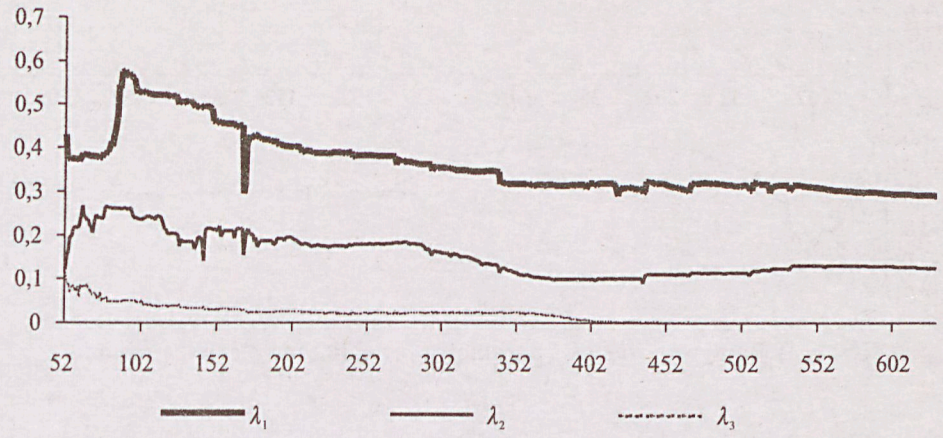
Tabela 3. Wyniki oszacowania modelu kointegracji dla całej próby – znormalizowane oceny parametrów mechanizmu korekty błędów

	a_{1j}	a_{2j}	a_{3j}
$j = 1$	0,4707	1,3514	0,9970
	(0,1179)	(0,1696)	(0,1650)
$j = 2$	–0,4721	–1,2585	–0,6945
	(0,10205)	(0,1467)	(0,1428)

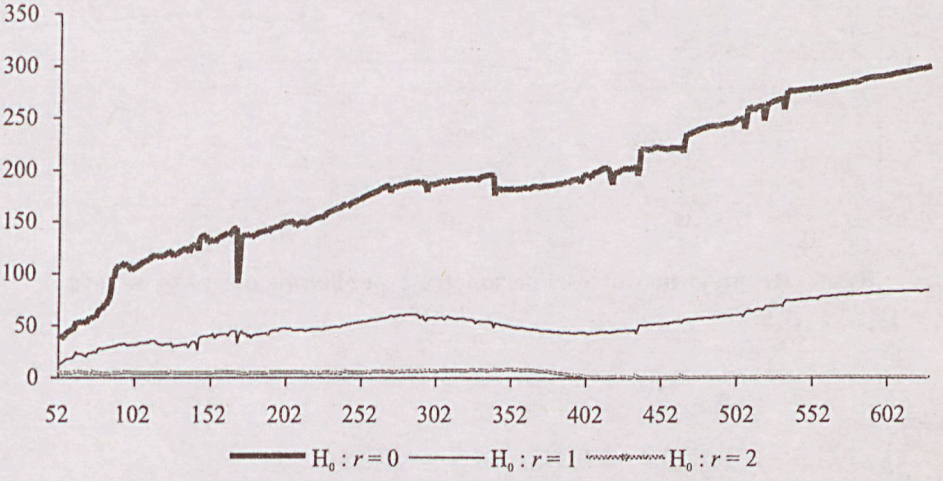
Wyniki estymacji rekursywnej pierwszą metodą zaprezentowano na rysunkach 4-9. Rysunek 4 prezentuje wartości własne obliczane dla kolejnych podprób. Są one z niewielkimi wyjątkami niezmienne, niezależnie od tego którą podpróbę bierze się pod uwagę. Pierwsza wartość własna wzrasta znacząco, gdy

[5] Warto jednocześnie zauważyć, że zmiana stopy pięcioletniej, związana w pierwszej relacji ze zmianą stopy miesięcznej, będzie także związana ze zmianą stopy rocznej w drugiej relacji kointegrującej. Siłę bezpośredniego oddziaływania stopy miesięcznej na roczną można wyprowadzić z macierzy **b** przez odmienną normalizację tej macierzy. Taka odmienna normalizacja może zostać przeprowadzona przez wymnożenie macierzy **b** przez macierz odwrotną do macierzy kwadratowej, złożonej z dwóch wybranych wierszy macierzy **b** (na przykład wiersza drugiego i trzeciego). Warto więc zwrócić uwagę, że ocen parametrów wektorów kointegrujących nie wolno interpretować w izolacji od siebie, a już szczególnym błędem byłoby jednoczesne interpretowanie ocen uzyskanych na podstawie więcej niż jednej normalizacji.

[6] Oczywiście słowo „przeciętnie" należy tutaj interpretować w kontekście długoterminowej równowagi.



Rys. 4. Rekursywne wartości własne obliczone pierwszą metodą



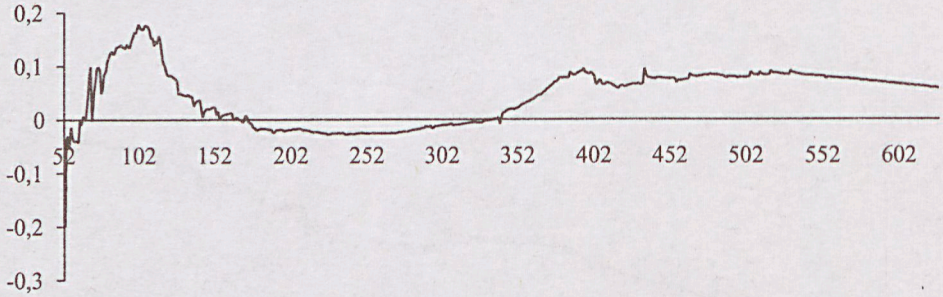
Rys. 5. Rekursywne statystyki testu śladu obliczone pierwszą metodą

podpróba zawiera około 100 obserwacji, co świadczy o tym, że pierwsza relacja kointegrująca była silniejsza w ciągu pierwszych stu dni roboczych po 14 września 1999 roku aniżeli potem[7]. Trzecia wartość własna początkowo oscyluje

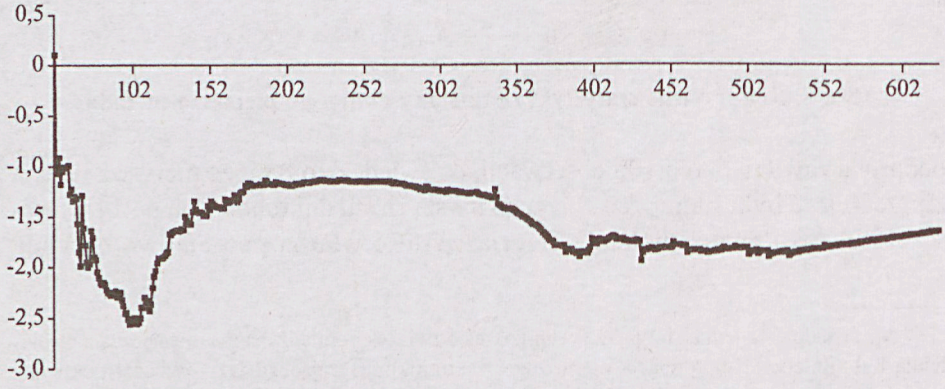
[7]Nie świadczy to jednak o tym, że w tym okresie związek pomiędzy stopą miesięczną a pięcioletnią był silniejszy. Interpretacja pierwszego wektora kointegrującego jako związku pomiędzy tymi dwiema stopami wynika bowiem jedynie z przyjętej normalizacji. Ponadto fakt, że druga wartość własna jest dla każdej podpróby mniejsza od pierwszej, nie może być interpretowany jako dowód tego, że związek pomiędzy stopą miesięczną a pięcioletnią jest silniejszy aniżeli związek pomiędzy stopą roczną a pięcioletnią.



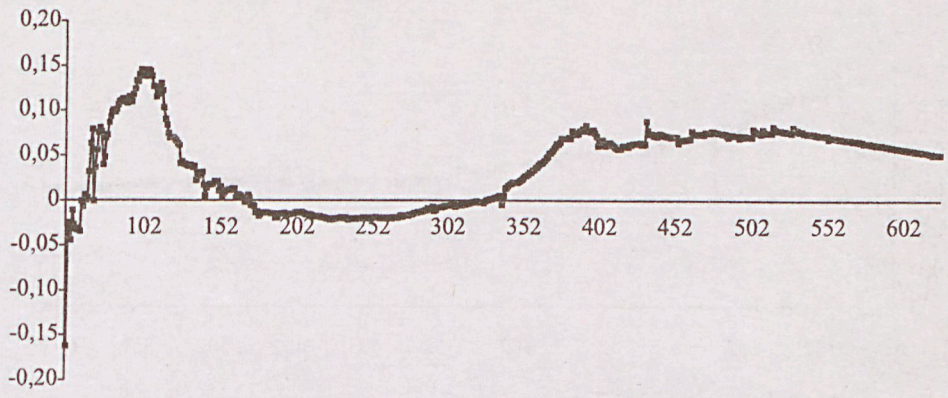
Rys. 6. Rekursywne wartości parametru b_{13} obliczone pierwszą metodą



Rys. 7. Rekursywne wartości parametru b_{14} obliczone pierwszą metodą



Rys. 8. Rekursywne wartości parametru b_{23} obliczone pierwszą metodą



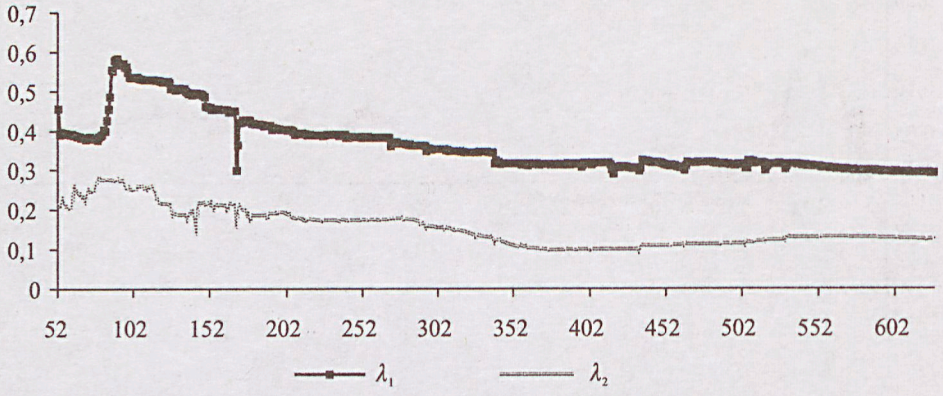
Rys. 9. Rekursywne wartości parametru b_{24} obliczone pierwszą metodą

wokół 0,1, jednak następnie zanika, prawdopodobnie więc początkowe wartości wynikają z obciążenia, związanego z niewielkim rozmiarem próby.

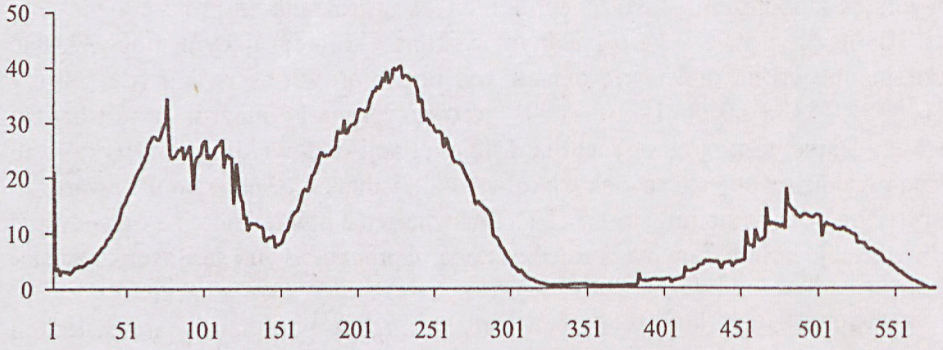
Hipotezy zerowe o zero i jednym wektorze kointegrującym mogły zostać odrzucone już na podstawie pierwszych podzbiorów obserwacji ($y \approx 60$ dla $H_0 : r = 0$ i $y \approx 80$ dla $H_0 : r = 1$). Pierwsza relacja kointegrująca jest bardzo istotna statystycznie, natomiast dla drugiej relacji odpowiednia statystyka testu śladu wykazuje pewien spadek wokół $y = 400$, jednak nie spada poniżej wartości krytycznej dla poziomu istotności 1%. Można więc powiedzieć, że oszacowane dwie relacje kointegracyjne pomiędzy stopami procentowymi są stosunkowo stabilne.

W odróżnieniu od powyższych statystyk oceny parametrów mechanizmu korekty błędów wykazują się dość dużą chwiejnością i zmieniają nawet w niektórych przedziałach znak. Należy zauważyć, że zmiany w parametrach są bardzo silnie skorelowane pomiędzy sobą – maksima b_{13} i b_{23} odpowiadają minimom b_{14} i b_{24}, i odwrotnie. Oceny te stabilizują się wokół wartości z całej próby, gdy podpróba liczy ponad 400 obserwacji, a więc około 2/3 całej próby.

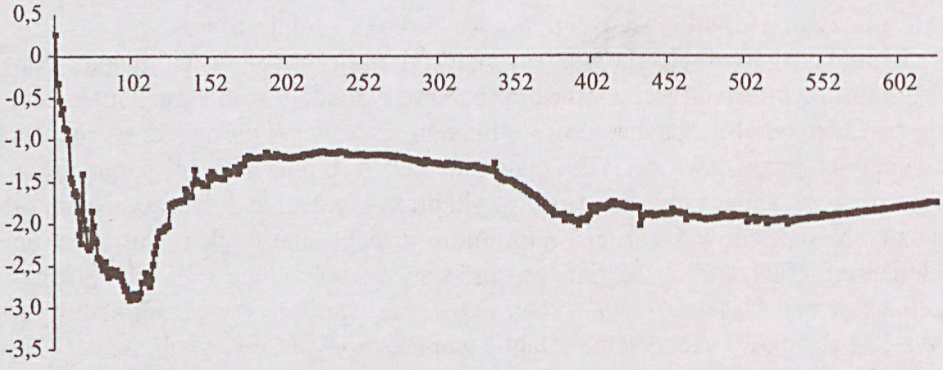
Rysunki 10-15 zawierają wykresy statystyk obliczonych drugą metodą. Należy zauważyć, że wartości własne oraz parametry modelu kointegracji nie różnią się znacząco od obliczonych pierwszą metodą, aczkolwiek nie są identyczne. Na rysunku 11 przedstawiono także ciąg statystyk Nybloma stałości parametrów. Formułę pozwalającą obliczyć te statystyki oraz twierdzenie dotyczące asymptotycznych rozkładów średniej i supremum z ciągu statystyk podali Hansen i Johansen (1999, s. 315). Średnia wartość statystyki Nybloma wynosi 12,92, natomiast Q maksymalne – 40,16. Dla określenia wartości krytycznej statystyki Ave-LM (średniej) skorzystano z tablic zamieszczonych w artykule Seo (1998, s. 238), z których wybrano wartość Ave-$LM_2^{\alpha\beta}$ na 1% poziomie istotności i dla nieznanego punktu zwrotnego leżącego w przedziale $t \in (0{,}05; 0{,}95)$. Wartość ta wynosi 14,74, w związku z czym nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zero-



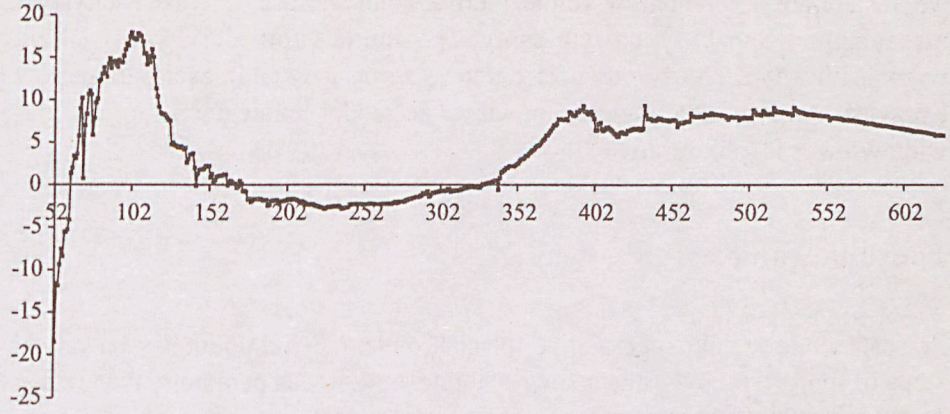
Rys. 10. Rekursywne wartości własne obliczone drugą metodą



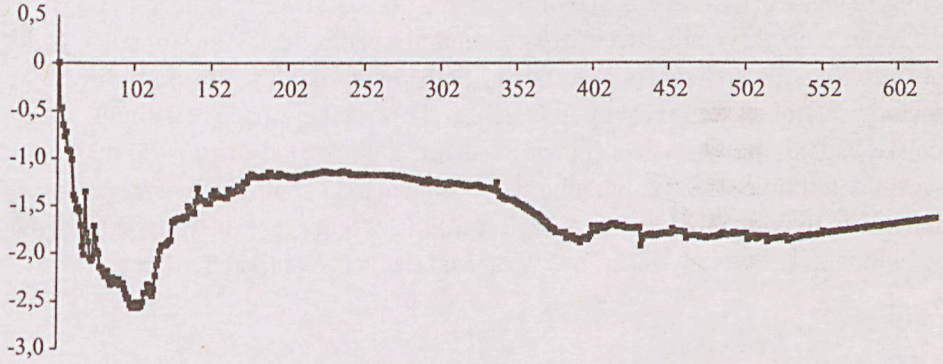
Rys. 11. Statystyki Nybloma obliczone rekursywnie



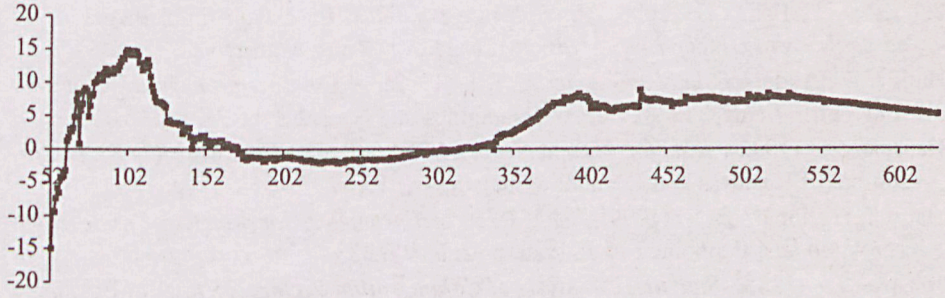
Rys. 12. Rekursywne wartości parametru b_{13} obliczone drugą metodą



Rys. 13. Rekursywne wartości parametru b_{14} obliczone drugą metodą



Rys. 14. Rekursywne wartości parametru b_{23} obliczone drugą metodą



Rys. 15. Rekursywne wartości parametru b_{24} obliczone drugą metodą

wej o stabilności parametrów kointegracji. Z kolei wartość krytyczna statystyki maksymalnej Sup-$LM_2^{\alpha\beta}$ na tym samym poziomie istotności wynosi 30,28, w związku z tym należy odrzucić hipotezę zerową o stabilności parametrów i przyjąć hipotezę alternatywną, mówiącą, że model kointegracji nie jest prawidłowo wyspecyfikowany.

Podsumowanie

Przedstawione wyniki sugerują, że relacje kointegracyjne pomiędzy badanymi stopami spotowymi były stosunkowo stabilne, aczkolwiek parametry tych relacji mają tendencję do zmiany w czasie. Mogą one posłużyć w dalszych badaniach nad terminową strukturą stóp procentowych. Związki, jakie występują pomiędzy stopami procentowymi, są od dawna przedmiotem licznych kontrowersji i są wyjaśniane przez wiele teorii: oczekiwań, segmentacji rynku i innych (Fabozzi, Fong, 2000, Mishkin 2002, Sławiński 1996, Ziarko-Siwek, Kamiński 2003).

Należy obiektywnie stwierdzić, że trudno ocenić, w jakim stopniu wyniki obliczeń i wnioski wyciągnięte na tej podstawie znajdują się pod wpływem metody estymacji stóp zerokuponowych, wykorzystanej w tym badaniu. Dlatego dalsze badania powinny być przeprowadzone albo na podstawie stóp dochodowości w terminie do wykupu, albo na podstawie stóp spotowych oszacowanych innymi metodami, takimi jak modelowanie oszczędne czy metoda sklejanych wielomianów. Powinny także być oparte na danych z dłuższego okresu.

Literatura

Engle, R.F., Granger, C.W.J. (1987), *Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*, Econometrica, nr 55, s. 251-276.

Fabozzi, F.J., Fong, G. (2000), *Zarządzanie portfelem inwestycji finansowych przynoszących stały dochód*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Hall, A.D., Anderson, H.M., Granger, C.W.J. (1992), A *Cointegration Analysis of Treasury Bills Yields*, The Review of Economics and Statistics, nr 74, s. 116-126.

Hansen, B.E. (1992), *Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes*, Journal of Business and Economic Statistics, nr 10, s. 321-335.

Hansen, H., Johansen, S. (1999), *Some Tests for Parameter Constancy in Cointegrated Var – Models*, Econometrics Journal, nr 2, s. 306-333.

Johansen, S. (1988), *Statistical Analysis of Cointegration Vectors*, Journal of Economic Dynamics and Control, nr 12, s. 231-254.

Johansen, S. (1991), *Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models*, Econometrica, nr 59, s. 1551-1580.

McCulloch, H.J. (1971), *Measuring the Term Structure of Interest Rates*, Journal of Business, nr 44, s. 19-31.

Mishkin, F.S. (2002), *Ekonomika pieniądza, bankowości i rynków finansowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Nyblom, J. (1989), *Testing for the Constancy of Parameters Over Time*, Journal of the American Statistical Association, nr 84, s. 223-230.

Osterwald-Lenum, M. (1992), A *Note with Quantiles of The Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, nr 54, s. 461-472.

Ploberger, W., Kramer, W., Kontrus, K. (1989), A *New Test for Structural Stability in the Linear Regression Model*, Journal of Econometrics, nr 40, s. 307-318.

Quintos, C.E., Philips, P.C.B. (1993), *Parameter Constancy in Cointegrating Regressions*, Empirical Economics, nr 18, s. 675-706.

Rangvid, J., Sorensen, C. (2001), *Convergence in the ERM and Declining Number of Common Stochastic Trends*, Working Paper, Copenhagen Business School.

Sargent, T.J. (1976), *A Classical Macroeconomic Model for the United States*, Journal of Political Economy, nr 84, s. 207-238.

Seo, B. (1998), *Tests for Structural Change in Cointegrated Systems*, Econometric Theory, nr 14, s. 222-259.

Sławiński, A. (1996), *Krzywa dochodowości*, Bank i Kredyt, nr 11, s. 25-35.

Stępniak, I., Zieliński, J. (2000), *Estymacja i interpretacja zerokuponowej krzywej dochodowości*, Materiały i Studia NBP, nr 108.

Stock, J.H., Watson, M.W. (1988), *Testing for Common Trends*, Journal of American Statistical Association, nr 83, s. 1097-1107.

Stock, J.H., Watson, M.W. (1994), *Evidence on Structural Instability in Macroeconomic Time Series Relations*, Technical Working Paper nr 164, National Bureau of Economic Research.

Świętoń, M. (2002), *Terminowa struktura dochodowości skarbowych papierów wartościowych w Polsce w latach 1998-2001*, Materiały i Studia NBP, nr 150.

Ziarko-Siwek, U., Kamiński, M. (2003), *Empiryczna weryfikacja hipotezy o racjonalnych oczekiwaniach odnoszących się do terminowej struktury stóp procentowych w Polsce*, Materiały i Studia NBP, nr 159.

STABILITY TESTING OF COINTEGRATING RELATIONSHIPS BETWEEN INTEREST RATES IN POLAND

Summary

In this work a new method of testing for stability of error correction model parameters and eigenvalues has been employed. This method is attributed to Hansen and Johansen (1999) and it was used to check for relations between three spot interest rates in Poland in period from September 1999 to November 2002. The error correction model with drift has been estimated using Johansen (1988) maximum likelihood method. The arti-

cle presents a detailed interpretation of estimated parameters and a glimpse of several important articles concerning non-residual based stability testing procedures in models with nonstationary variables. The most important result is discovery of two cointegrating relations and one common stochastic trend influencing spot rates and showing that these relations are stable.