Małgorzata JUST
Katedra Badań Operacyjnych
Akademia Ekonomiczna w Poznaniu

ZASTOSOWANIE NIEPRECYZYJNYCH PROGNOZ W MODELU PROGNOSTYCZNO-DECYZYJNYM

Wstęp

Celem pracy jest zastosowanie nieprecyzyjnych prognoz, przedstawionych za pomocą zbiorów rozmytych w modelu prognostyczno-decyzyjnym, który pozwala na przetwarzanie informacji niejasnych, nieprecyzyjnych. Ponieważ ocena obecnego stanu rynku przez inwestorów i przewidywanie przyszłych stanów może być wyrażona w sposób nieprecyzyjny, więc uzasadniona wydaje się próba zastosowania modelu do prognozowania rynków kapitałowych.

W pierwszym punkcie omówimy model procesu prognostyczno-decyzyjnego (zob. [4]), w którym prognozy sformułowane są w sposób nieprecyzyjny za pomocą zbiorów rozmytych. W modelu za podstawę ekspertyzy decyzyjnej przyjmuje się rodziny α-akceptowalnych prognoz (zob. [3]), na podstawie których wyznacza się rodziny prognozowanych korzyści. Jako relację opisującą preferencje pomiędzy decyzjami przyjmuje się relacje Nakamury (zob. [2]).

W drugim punkcie rozpatrujemy przykład, pokazujący możliwość zastosowania uprzednio przedstawionego modelu.

1. Model procesu prognostyczno-decyzyjnego

W niniejszym punkcie omówimy model procesu prognostyczno-decyzyjnego zaprezentowany w [3].

Zakładamy, że decydent – podmiot podejmujący decyzję – może korzystać z pomocy doradców. Ostateczny wybór najbardziej stosownej decyzji należy

jednak do decydenta. Oznacza to, że ponosi on odpowiedzialność za podjęcie decyzji. Jeżeli jednak na podjętą decyzję wpłynęły sugestie doradców, to część odpowiedzialności ponoszonej przez decydenta spływa na doradców. Mianem doradców określać będziemy:

- ekspertów lub zespół ekspertów wyposażonych w wiedzę o sytuacji decyzyjnej,
- odpowiednio dobrane matematyczne zadanie decyzyjne.

W modelu zakładamy, że zbiór decyzji dopuszczalnych D zawiera skończoną liczbę elementów, co pozwala zapisać ten zbiór symbolicznie:

$$D=\{d_i : i\in N,\ i\leqslant n\}, \tag{1}$$

gdzie n oznacza liczbę decyzji.

Na wybór decyzji mają wpływ także czynniki niekontrolowane przez ośrodek decyzyjny. Oznacza to, że w chwili podejmowania decyzji nie znamy stanu tych czynników. Każdy możliwy stan tych czynników nazywamy stanem świata zewnętrznego. Przyjmujemy, że zbiór stanów świata zewnętrznego S zawiera skończoną liczbę elementów, co pozwala zapisać ten zbiór w postaci:

$$S=\{s_j : j\in N,\ j\leqslant m\}, \tag{2}$$

gdzie m oznacza liczbę potencjalnych stanów świata zewnętrznego.

W modelu zakładamy ponadto, że obowiązek oceny skutków decyzji spoczywa na doradcy. Oceniając decyzję, doradca może badać efekty, wypływające z realizacji tych decyzji w różnych warunkach ukształtowanych przez stany świata zewnętrznego. Doradca nie musi uwzględniać wszystkich stanów świata zewnętrznego. Propozycję wyboru stanów świata zewnętrznego nazywać będziemy kontekstem. Rodzinę wszystkich kontekstów oznaczać będziemy symbolem $P(S)$. Doradca każdemu kontekstowi przypisuje swoje przeświadczenie, że może ograniczyć badanie skutków realizacji podjętej decyzji do stanów świata zewnętrznego tam zaproponowanych. Dla każdej decyzji d_i stopień swego przekonania o wystarczającym zakresie kontekstu oceny doradca wyraża za pomocą funkcji $I(\cdot, d_i): P(S)\to\langle 0, 1\rangle$. Funkcję $I(\cdot, d_i)$ nazywamy „intuicją doradcy". Można pokazać (zob. [3]), że $I(\cdot, d_i)$ jest prawdopodobieństwem, określonym jednoznacznie na zbiorze wszystkich potencjalnych stanów świata zewnętrznego za pomocą ciągu $\{I(\{s_j\}, d_i)\}_{j=1}^{m}$. Zdefiniowana „intuicja doradcy" jest prawdopodobieństwem subiektywnym, które ustala doradca.

Aby ocenić efekt, jaki przynoszą poszczególne decyzje, określimy funkcję korzyści $K: D\times S\to R$. Wartość $K(d_i, s_j)$ będziemy interpretować jako korzyść,

jaką uzyskamy z podjęcia decyzji d_i pod warunkiem, że w momencie realizacji tej decyzji świat osiągnie stan s_j.

Naturalne jest dążenie doradcy do zdobycia jak największej liczby wiarygodnych informacji o spodziewanym stanie świata zewnętrznego, gdyż pozwala to na bardziej trafne wskazanie decyzji optymalnych. W związku z tym zakładamy, że doradca korzysta z pomocy prognostyka, wypowiadającego sądy o stanach świata zewnętrznego (prognozy (zob. [4])). Rozważać będziemy sytuację, gdy doradca przyjmuje jako uzasadnione prognozy ξ_i. Zakładamy, że informacja zawarta w prognozie i przedstawiona jest jako zbiór rozmyty A_i, scharakteryzowany za pomocą funkcji przynależności $\mu_{A_i}: R \to \langle 0, 1 \rangle$. W dalszych rozważaniach przyjmujemy, że doradca wybiera jako podstawę do sformułowania ekspertyzy decyzyjnej prognozy $\xi_{i\alpha}$, sformułowane dla pewnego ustalonego poziomu akceptacji $\alpha \in (0, 1\rangle$. W celu wyznaczenia trafności prognozy $\xi_{i\alpha}$ wyznaczmy α-przekroje zbioru rozmytego A_i zgodnie z zależnością:

$$A_i^{[\alpha]} = \{x \in R : \mu_{A_i} \geqslant \alpha\}. \tag{3}$$

Pozwala to zdefiniować trafność prognozy $\xi_{i\alpha}$ następującym wzorem:

$$P(\xi_{i\alpha} | \{s_j\}) = \int_{A_i^{[\alpha]}} dF(t | \{s_j\}), \tag{4}$$

gdzie $F(\cdot | \{s_j\})$ jest dystrybuantą rozkładu prawdopodobieństwa warunkowego informacji $P(\cdot, \{s_j\})$.

Uwzględniając powyższe zależności, możemy opisać „intuicję doradcy", ukształtowaną pod wpływem prognozy $\xi_{i\alpha}$ za pomocą prawdopodobieństwa warunkowego $P(\cdot, \xi_{i\alpha}): P(S) \to \langle 0, 1 \rangle$, zdefiniowanego dla każdej prognozy $\xi_{i\alpha}$ zależnością:

$$P(\{s_k\} | \xi_{i\alpha}) = \frac{P(\xi_{i\alpha} | \{s_k\}) I(\{s_k\}, d_i)}{\sum_{I(\{s_j\}, d_i) > 0} P(\xi_{i\alpha} | \{s_j\}) I(\{s_j\}, d_i)}. \tag{5}$$

Następnie definiujemy funkcję prognozowanych korzyści $\bar{K}(\cdot, \xi_{i\alpha}): D \to R$ za pomocą zależności:

$$\bar{K}(d_i | \xi_{i\alpha}) = \sum_{I(\{s_j\}, d_i) > 0} K(d_i, s_j) P(\{s_j\} | \xi_{i\alpha}) \tag{6}$$

dla każdej dopuszczalnej decyzji $d_i \in D$. Funkcję $\bar{K}(\cdot, \xi_{i\alpha})$ nazywać będziemy α-wiarygodnie uzasadnioną prognozowaną korzyścią.

Naturalne jest dążenie doradcy do sporządzenia takiej prognozy, która będzie zawierać informację bogatszą niż informacja zawarta w pojedynczej α-akceptowalnej prognozie $\xi_{i\alpha}$. W naszym modelu prognostyczno-decyzyjnym najpełniejszą formą informacji jest rodzina informacji zawartych w prognozach α-akceptowalnych. Rodzina ta wyznacza informacje zawarte w prognozie wiarygodnej, którą oznaczać będziemy symbolem ξ_i^*, oraz pozwala zdefiniować jednoznacznie rodzinę α-akceptowalnych korzyści $\{\bar{K}(\cdot, \xi_{i\alpha}) : \alpha \in (0, 1\rangle\}$.

Określimy teraz relację preferencji pomiędzy decyzjami dopuszczalnymi. W tym celu rozważmy dowolną parę (d_i, x), składającą się z decyzji dopuszczalnej d_i oraz liczby x. Jeśli nie istnieje poziom zaufania α że spełniony jest warunek:

$$\bar{K}(d_i, \xi_{i\alpha}) = x, \tag{7}$$

to zdanie:

„Po podjęciu decyzji d_i oczekujemy korzyści x" (8)

jest nieuzasadnione. Wartość logiczna zdania (8) jest równa zero. W pozostałych wypadkach zdanie jest uzasadnione przez każdą α-akceptowalną prognozę $\xi_{i\alpha}$. Jeśli jako ocenę prawdziwości zdania (8) przyjmiemy stopień minimalnego zaufania, jakim darzymy informacje elementarne, wymienione w prognozie α-akceptowalnej, spełniającej warunek (7), to określimy dla każdej decyzji dopuszczalnej d_i i każdej wiarygodnej prognozy ξ_i^* podzbiór rozmyty $K^*[d_i, \xi_i^*]$, dany za pomocą funkcji przynależności $\mu_{K^*[d_i, \xi_i^*]} : R \to \langle 0, 1\rangle$, opisanej zależnością:

$$\bigvee_{x \in R} \mu_{K^*[d_i, \xi_i^*]}(x) = \max\{0, \sup\{\alpha \in (0, 1\rangle : x = \bar{K}(d_i, \xi_{i\alpha})\}\}. \tag{9}$$

Podzbiór rozmyty $K^*[d_i, \xi_i^*]$ będziemy nazywać wiarygodnie uzasadnioną prognozowaną korzyścią. Relację preferencji pomiędzy decyzjami określimy za pomocą relacji Nakamury (zob. [2]), określonej na zbiorze $K(\xi_i^*) = \{K^*[d_i, \xi_i^*], d_i \in D\}$. Relację oznaczać będziemy symbolem $\Re[\xi_i^*, \xi_j^*]$. Natomiast zdanie „$K^*[d_i, \xi_i^*] \Re K^*[d_j, \xi_j^*]$" będziemy czytać „na podstawie prognoz ξ_i^* i ξ_j^* orzekamy, że podjęcie decyzji d_i przyniesie korzyści nie mniejsze niż podjęcie decyzji d_j". Przed sprecyzowaniem postaci $\Re[\xi_i^*, \xi_j^*]$ określimy skłonność doradcy do ryzyka. W tym celu wykorzystamy współczynnik pesymizmu β, występujący w decyzyjnej regule Hurnicza (zob. [1]). Dla doradcy, cechującego się neutralnym stosunkiem do ryzyka, współczynnik

$\beta=\frac{1}{2}$. Całkowitą awersję doradcy do ryzyka identyfikujemy z wartością $\beta=1$, a $\beta=0$ odpowiada pełnej skłonności doradcy do ponoszenia ryzyka. Pozwala to opisać relację $\Re[\xi_i^*, \xi_j^*]$ za pomocą funkcji przynależności $\rho_{\Re[\xi_i^*,\xi_j^*]}: K^*(\xi_i^*)\times K^*(\xi_j^*)\to\langle 0, 1\rangle$, opisanej zależnością:

$$\rho_{\Re[\xi_i^*,\xi_j^*]}(K_i, K_j)=\begin{cases}\dfrac{\delta^*(K_i, K_i\Delta K_j)}{\delta^*(K_i, K_j)}, & \delta^*(K_i, K_j)>0,\\ \dfrac{1}{2}, & \delta^*(K_i, K_j)=0,\end{cases} \tag{10}$$

dla dowolnej pary wiarygodnie uzasadnionych prognozowanych korzyści K_i, K_j, gdzie poszczególne pojęcia określone są zależnościami:

$$\forall_{A, B\in F(R)}\ \delta^*(A, B)=\int_{-\infty}^{\infty}(\beta|\mu_{\underline{A}}(x)-\mu_{\underline{B}}(x)|+(1-\beta)|\mu_{\overline{A}}(x)-\mu_{\overline{B}}(x)|)\,dx, \tag{11}$$

$$\forall_{A, B\in F(R)}\ \mu_{A\Delta B}(x)=\sup_{\{u,v\in R, x=\min\{u,v\}\}}\{\min\{\mu_A(u), \mu_B(v)\}\}, \tag{12}$$

$$\mu_{\underline{A}}(x)=\sup_{\{u\in R, u\leqslant x\}}\{\mu_A(u)\}, \tag{13}$$

$$\mu_{\overline{A}}(x)=\sup_{\{u\in R, u\geqslant x\}}\{\mu_A(u)\}, \tag{14}$$

gdzie $F(R)$ oznacza rodzinę podzbiorów rozmytych.

Następnie wyznaczamy relację obiektywnych preferencji $\bar{\Re}[\xi_i^*, \xi_j^*]$, używając tożsamości:

$$\forall_{d_i, d_j\in D}\ d_i\bar{\Re}d_j\Leftrightarrow K^*[d_i, \xi_i^*]\Re K^*[d_j, \xi_j^*]. \tag{15}$$

Zdanie „$d_i\bar{\Re}d_j$" czytamy w następujący sposób: „na podstawie prognoz ξ_i^* i ξ_j^* orzekamy, że decyzja d_i jest nie mniej przydatna niż decyzja d_j". Funkcję przynależności $\rho_{\Re[\xi_i^*,\xi_j^*]}: D\times D\to\langle 0, 1\rangle$ relacji preferencji $\bar{\Re}[\xi_i^*, \xi_j^*]$ definiujemy za pomocą tożsamości:

$$\forall_{d_i, d_j\in D}\ \rho_{\Re[\xi_i^*,\xi_j^*]}(d_i, d_j)=\rho_{\Re[\xi_i^*,\xi_j^*]}(K^*[d_i, \xi_i^*], K^*[d_j, \xi_j^*]). \tag{16}$$

Powyższe zależności pozwalają określić funkcję przynależności $\mu_{SD[\xi_i^*,\xi_j^*]}: D\to\langle 0, 1\rangle$ ekspertyzy decyzyjnej sformowanej na podstawie prognoz wiarygodnych ξ_i^*, ξ_j^* zależnością:

$$\mu_{SD[\xi_i^*,\xi_j^*]}(d_i) = \min_{d_j \in D} \{\rho_{\Re[\xi_i^*,\xi_j^*]}(\cdot, d_j)\}. \tag{17}$$

Wartość $\mu_{SD[\xi_i^*,\xi_j^*]}(d_i)$ jest interpretowana jako odpowiedzialność, jaką bierze na siebie doradca za podjęcie decyzji d_i.

2. Przykład zastosowania modelu prognostyczno-decyzyjnego

Podamy przykład, pokazujący możliwość zastosowania modelu przedstawionego w poprzednim punkcie.

Rozważać będziemy sytuację, w której inwestor ma do wyboru dwie decyzje: może kupić akcje PEKAO lub BZWBK. W związku z tym przyjmujemy, że zbiór decyzji dopuszczalnych $D = \{d_1, d_2\}$, gdzie poszczególne symbole oznaczają zlecenia:

d_1 – kup akcje spółki PEKAO,

d_2 – kup akcje spółki BZWBK.

Zakładamy, że inwestor korzysta z pomocy doradcy, który wyróżnia pięć możliwych stanów rynku w przyszłości:

s_1 – sytuacja na rynku będzie bardzo zła,

s_2 – sytuacja na rynku będzie zła,

s_3 – sytuacja na rynku będzie średnia,

s_4 – sytuacja na rynku będzie dobra,

s_5 – sytuacja na rynku będzie bardzo dobra.

Poszczególne stany opisywane są odpowiednio wysokością tygodniowej stopy zwrotu z akcji spółki PEKAO i spółki BZWBK. Dla badanych spółek wyznaczono tygodniowe stopy zwrotu w okresie od 11 lipca 2003 roku do 25 czerwca 2004 roku i na podstawie wyznaczonych stóp zwrotu określono możliwe stany i prawdopodobieństwa wystąpienia tych stanów $I(\{s_j\}, d_i)$ oraz korzyści dla wszystkich wariantów inwestycyjnych w przypadku poszczególnych stanów świata zewnętrznego $K(d_i, s_j)$ następująco:

s_j	$(-12, -7\rangle$	$(-7, -2\rangle$	$(-2, 3\rangle$	$(3, 8\rangle$	$(8, 13\rangle$
$I(\{s_j\}, d_1)$	0,04	0,22	0,48	0,22	0,04
$I(\{s_j\}, d_2)$	0,08	0,12	0,52	0,26	0,02
$K(d_1, s_j)$ (w %)	−9,5	−4,5	0,5	5,5	10,5
$K(d_2, s_j)$ (w %)	−9,5	−4,5	0,5	5,5	10,5

Doradca chcąc zdobyć jak najwięcej informacji o spodziewanym stanie świata zewnętrznego, korzysta z pomocy prognostyka. Przyjmujemy, że prognostyk jako uzasadnione prognozy uznał zdania: „Stopa zwrotu z akcji spółki PEKAO będzie wynosiła około 0,34%" oraz „Stopa zwrotu z akcji spółki BZWBK będzie wynosiła około 0,41%". Informacja zawarta w pierwszej prognozie została przedstawiona jako zbiór rozmyty A_1, określony funkcją przynależności:

$$\underset{x\in R}{\forall}\ \mu_{A_1}(x)=\left(1+\left(\frac{x-0{,}34}{4{,}04}\right)^2\right)^{-1},$$

a informacja zawarta w drugiej prognozie jako zbiór rozmyty A_2, określony funkcją przynależności:

$$\underset{x\in R}{\forall}\ \mu_{A_2}(x)=\left(1+\left(\frac{x-0{,}41}{4{,}49}\right)^2\right)^{-1}.$$

Zauważmy, że prognozy zostały przedstawione jako zbiory rozmyte, zatem w celu wyznaczenia trafności prognoz α-akceptowalnych wyznaczamy α-przekroje zbiorów rozmytych, zgodnie z wzorem (3).

Stąd otrzymujemy:

$$A_1^{[\alpha]}=\left\langle 0{,}34-4{,}04\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}},\ 0{,}34+4{,}04\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right\rangle,$$

$$A_2^{[\alpha]}=\left\langle 0{,}41-4{,}49\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}},\ 0{,}41+4{,}49\sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right\rangle$$

dla każdego $\alpha\in(0,\ 1\rangle$.

W rozpatrywanym przykładzie stany świata zewnętrznego zdefiniowane są w postaci przedziałów $s_j=(a_j,\ b_j\rangle$, zatem dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa warunkowego informacji $P(\cdot, \{s_j\})$ jest opisana zależnością:

$$F(x|\{s_j\})=\begin{cases}0, & x\leqslant a_j,\\ \dfrac{x-a_j}{b_j-a_j}, & a_j<x\leqslant b_j,\\ 1, & b_j<x.\end{cases}$$

Uwzględniając powyższą zależność oraz korzystając ze wzoru (4), wyznaczmy trafność α-akceptowalnej prognozy $\xi_{i\alpha}$ dla każdego $\alpha\in(0,\ 1\rangle$ i dla każdej

decyzji $d_i \in D$, a następnie za pomocą zależności (5) określamy rozkład „intuicji doradcy", ukształtowany pod wpływem prognozy α-akceptowalnej $\xi_{i\alpha}$ dla $\alpha \in (0, 1\rangle$ i $d_i \in D$.

Uzyskane wielkości pozwalają wyznaczyć za pomocą wzoru (6) α-wiarygodnie uzasadnioną prognozowaną korzyść dla każdej decyzji $d_i \in D$ i dla każdego $\alpha \in (0, 1\rangle$:

$$\bar{K}(d_1|\xi_{1\alpha}) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}, & \alpha \in \left(0, \dfrac{40804}{441493}\right), \\ \dfrac{-56344 + 33936\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{89872 + 3232\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{40804}{441493}, \dfrac{40804}{421493} \right\rangle, \\ \dfrac{-112128 + 64640\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{95744{,}4}, & \alpha \in \left(\dfrac{40804}{421493}, \dfrac{40804}{187493} \right), \\ \dfrac{-233156 + 128472\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{68168 + 14544\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{40804}{187493}, \dfrac{40804}{175493} \right\rangle, \\ \dfrac{-185704 + 177760\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{68592}, & \alpha \in \left(\dfrac{40804}{175493}, \dfrac{40804}{58493} \right), \\ \dfrac{-134100 + 99384\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{54760 + 21008\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{40804}{58493}, \dfrac{40804}{54493} \right\rangle, \\ \dfrac{1}{2}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{40804}{54493}, 1 \right\rangle, \end{cases}$$

$$\bar{K}(d_2|\xi_{2\alpha}) = \begin{cases} \dfrac{3}{5}, & \alpha \in \left(0, \dfrac{201601}{1786682}\right), \\ \dfrac{7122 + 18858\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{94964 + 1796\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{201601}{1786682}, \dfrac{201601}{1741682} \right\rangle, \\ \dfrac{-105510 + 87106\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{106820 - 5388\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left(\dfrac{201601}{1741682}, \dfrac{201601}{777682}\right), \\ \dfrac{-290706 + 196662\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{70388 + 16164\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{201601}{777682}, \dfrac{201601}{750682} \right\rangle, \\ \dfrac{-128102 + 176906\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{56316 + 12572\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left(\dfrac{201601}{750682}, \dfrac{201601}{268682}\right), \\ \dfrac{-67496 + 71840\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}{42848 + 35920\sqrt{\dfrac{1-\alpha}{\alpha}}}, & \alpha \in \left\langle \dfrac{201601}{268682}, \dfrac{201601}{259682} \right\rangle, \\ \dfrac{1}{2}, & \alpha \in \left(\dfrac{201601}{259682}, 1\right\rangle. \end{cases}$$

Korzystając ze wzoru (9), możemy dla każdej decyzji $d_i \in D$ i wiarygodnej prognozy ξ_i^* wyznaczyć zbiór rozmyty $K^*[d_i, \xi_j^*]$.

Zgodnie z modelem przedstawionym w pierwszym punkcie powinniśmy teraz określić relację preferencji pomiędzy decyzjami, która porządkowałaby rozmyte korzyści i pozwalała wyznaczyć stopień odpowiedzialności doradcy za podjęcie poszczególnych decyzji. W modelu przedstawionym w poprzednim punkcie zaproponowano relację Nakamury do opisu relacji preferencji. Zatem

korzystając ze wzorów (10) i (16), możemy wyznaczyć funkcję przynależności relacji preferencji $\bar{\Re}[\xi_i^*, \xi_j^*]$, która zależy od skłonności doradcy do podejmowania ryzyka i przyjmuje postać:

$$\rho_{\Re[\xi_1^*,\xi_2^*]}(d_1, d_2)=\frac{0{,}00094\beta}{0{,}30848\beta+0{,}2}, \qquad \rho_{\Re[\xi_2^*,\xi_1^*]}(d_2, d_1)=\frac{0{,}30754\beta+0{,}2}{0{,}30848\beta+0{,}2}.$$

Przyjrzyjmy się funkcji przynależności relacji preferencji $\bar{\Re}[\xi_i^*, \xi_j^*]$ w trzech szczególnych przypadkach:

- pełnej skłonności doradcy do ponoszenia ryzyka identyfikowanej z $\beta=0$:

$$\rho_{\Re[\xi_1^*,\xi_2^*]}(d_1, d_2)=0, \qquad \rho_{\Re[\xi_2^*,\xi_1^*]}(d_2, d_1)=1;$$

- neutralnego stosunku doradcy wobec ryzyka, któremu odpowiada $\beta=0{,}5$:

$$\rho_{\Re[\xi_1^*,\xi_2^*]}(d_1, d_2)=0{,}001327, \qquad \rho_{\Re[\xi_2^*,\xi_1^*]}(d_2, d_1)=0{,}998673;$$

- pełnej awersji doradcy do ponoszenia ryzyka identyfikowanej z $\beta=1$:

$$\rho_{\Re[\xi_1^*,\xi_2^*]}(d_1, d_2)=0{,}001849, \qquad \rho_{\Re[\xi_2^*,\xi_1^*]}(d_2, d_1)=0{,}998151.$$

Uzyskane wyniki pozwalają wyznaczyć ze wzoru (17) funkcję przynależności ekspertyzy decyzyjnej, która w rozważanym przykładzie jest równa funkcji przynależności relacji preferencji:

$$\mu_{SD[\xi_1^*,\xi_2^*]}(d_1)=\rho_{\Re[\xi_1^*,\xi_2^*]}(d_1, d_2), \qquad \mu_{SD[\xi_2^*,\xi_1^*]}(d_2)=\rho_{\Re[\xi_2^*,\xi_1^*]}(d_2, d_1).$$

Otrzymane wartości $\mu_{SD[\xi_i^*,\xi_j^*]}(d_i)$ interpretujemy jako odpowiedzialność, jaką bierze na siebie doradca za podjęcie decyzji d_i. Widzimy więc, że doradca obdarzony pełną skłonnością do ponoszenia ryzyka bierze na siebie pełną odpowiedzialność za podjęcie decyzji opatrzonej etykietą: „kup akcje spółki BZWBK". Natomiast doradca cechujący się neutralnym stosunkiem do ryzyka bierze na siebie odpowiedzialność za podjęcie decyzji opatrzonej etykietą: „kup akcje spółki PEKAO" w stopniu równym 0,001327 oraz w stopniu równym 0,998673 za podjęcie decyzji opatrzonej etykietą: „kup akcje spółki BZWBK". Także doradca obdarzony pełną awersją do ponoszenia ryzyka bierze w znacznie większym stopniu (0,998151) odpowiedzialność za podjęcie decyzji o kupnie akcji spółki BZWBK niż za podjęcie decyzji o kupnie akcji spółki PEKAO (0,001849).

Na rynkach kapitałowych występują informacje nieprecyzyjne, a zatem istotną zaletą prezentowanego modelu jest to, że nie pomija opisu tej

nieprecyzyjności. Należy także dopatrywać się zalety w tym, że przyjmując nieprecyzyjną informację, model zwraca nieprecyzyjną informację o decyzji optymalnej. W ten sposób w modelu znajdujemy margines na behawioralne decyzje inwestycyjne.

Literatura

[1] Z. Czerwiński, *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, Warszawa 1984
[2] K. Nakamura, *Preference Relations on a Set of Fuzzy Utilities As a Basis for Decision Making*, Fuzzy Sets and Systems 20, 1986
[3] K. Piasecki, *Decyzje i wiarygodne prognozy*, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań, 1990
[4] W. Sadowski, *Decyzje i prognozy*, PWE, Warszawa, 1981

APPLICATION OF IMPRECISE FORECASTS IN DECISION MAKING MODEL

Summary

This paper presents the model of decision-making under imprecise forecasts. Introduced model is applied for choose of stocks.