Dorota Appenzeller

WYKORZYSTANIE ANALIZY DYSKRYMINACYJNEJ DO OCENY KONDYCJI FINANSOWEJ POLSKICH SPÓŁEK GIEŁDOWYCH

1. Uwagi wstępne

Analiza dyskryminacyjna to metoda statystyczna, która w połączeniu z analizą wskaźnikową wykorzystywana jest m.in. do przewidywania upadłości przedsiębiorstw. Jak wykazały badania prowadzone na Zachodzie – wartości niektórych wskaźników finansowych i konstruowanej na ich podstawie funkcji dyskryminacyjnej mają tę własność, że wykazują wyraźne załamanie nawet na kilka lat przed wystąpieniem upadłości. Własność ta wykorzystywana jest do monitorowania zmian kondycji przedsiębiorstw w kolejnych okresach i wykrywania grożącej im upadłości.

Dalej przedstawiony zostanie sposób konstrukcji liniowej funkcji dyskryminacyjnej i omówiona zostanie ta funkcja skonstruowana do prognozowania upadłości polskich przedsiębiorstw. Funkcja ta wykorzystana zostanie do oceny aktualnej kondycji i potencjalnego zagrożenia upadłością wybranych polskich spółek giełdowych. W wyniku przeprowadzonej analizy, spółki te zostaną podzielone na trzy grupy o różnej „wartości" dla inwestorów. Na zakończenie zweryfikowane zostanie, czy uznanie spółki (na podstawie jej kondycji finansowej) za dobrą inwestycję znajduje odzwierciedlenie w rynkowej stopie zwrotu z jej akcji.

2. Konstrukcja liniowej funkcji dyskryminacyjnej

Rozważmy dwie rozłączne populacje π_0 oraz π_1 i załóżmy, że każdy obiekt należący do tych populacji scharakteryzowany jest za pomocą wartości K zmiennych $X_1, ..., X_K$, które tworzą w rozważanych populacjach K-wymiarowy wektor losowy:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ X_K \end{bmatrix}, \tag{1}$$

którego rozkład w populacji π_i $(i=0,1)$ opisany jest funkcją gęstości $f_i(x)$.
Zajmiemy się skonstruowaniem narzędzia, które pozwoli na zaklasyfikowanie do jednej z rozważanych populacji dowolnego obiektu Q, dla którego posiadamy obserwację x, będącą realizacją wektora losowego X. Procedury matematyczne wykorzystywane przy konstrukcji takiego narzędzia najczęściej sprowadzają problem klasyfikacji w wielowymiarowej przestrzeni zmiennych opisujących obiekty do klasyfikacji na podstawie pewnej prostej „jednowymiarowej" funkcji wektora obserwacji tych obiektów. Funkcja ta zwana jest funkcją dyskryminacyjną i musi być ona zbudowana w taki sposób, by na podstawie przyjmowanych przez nią wartości można było w sposób jednoznaczny zaklasyfikować dowolny obiekt scharakteryzowany wektorem x do jednej z rozważanych populacji. W interesującym nas przykładzie dwóch populacji postuluje się zazwyczaj, by wartością funkcji dyskryminacyjnej rozdzielającą obiekty na te populacje było zero. Postać analityczna funkcji dyskryminacyjnej zależy od założeń, które przyjmowane są przy jej konstrukcji, w szczególności od założeń dotyczących rozkładu wektora losowego X w rozważanych populacjach. Dalej zajmiemy się wyprowadzeniem tzw. liniowej funkcji dyskryminacyjnej.

Na wstępie załóżmy, że znane są:

- prawdopodobieństwo *a priori* pojawienia się obiektu z populacji π_i, oznaczmy je jako p_i; (2)
- funkcje gęstości wektora losowego X w poszczególnych populacjach, czyli $f_i(x)$ $(i=0,1)$. Funkcje te są rozkładami warunkowymi wektora losowego X w poszczególnych populacjach. (3)

Niech $\gamma_i(x)$ oznacza prawdopodobieństwo *a posteriori* tego, że obiekt opisany danym wektorem x, będącym realizacją K-wymiarowego wektora losowego X, należy do populacji π_i. Korzystając z twierdzenia Bayesa, prawdopodobieństwo to zapisać możemy, opierając się na prawdopodobieństwach *a priori* p_i oraz na rozkładach warunkowych wektora losowego X w obu populacjach $f_i(x)$. Prawdopodobieństwo to dla dowolnego wektora x zdefiniowane jest wzorem:

$$\gamma_i(x) = \frac{p_i f_i(x)}{p_0 f_0(x) + p_1 f_1(x)} \quad \text{dla} \quad i=0,1. \tag{4}$$

Ustalając przynależność do rozważanych populacji dowolnego obiektu Q opisanego wektorem x, postuluje się, by został on zaklasyfikowany do tej populacji π_i, dla której prawdopodobieństwo *a posteriori* osiąga większą wartość. Powyższy postulat zapisać można jako następującą regułę decyzyjną, zwaną też bayesowską regułą klasyfikacyjną:

- jeżeli dla danego wektora x zachodzi: $\gamma_1(x) < \gamma_0(x)$, to uznajemy, że dany obiekt należy do populacji π_0;
- jeżeli dla danego wektora x zachodzi: $\gamma_1(x) \geq \gamma_0(x)$, to uznajemy, że dany obiekt należy do populacji π_1.

By powyższej regule klasyfikacyjnej nadać konkretną postać analityczną, zapiszemy ją w postaci ilorazu prawdopodobieństw *a posteriori* przynależności obiektu do rozważanych populacji. Niech $Z(x)$ oznacza iloraz tych prawdopodobieństw, czyli

$$Z(x) = \frac{\gamma_0(x)}{\gamma_1(x)} = \frac{\dfrac{p_0 f_0(x)}{p_0 f_0(x) + p_1 f_1(x)}}{\dfrac{p_1 f_1(x)}{p_0 f_0(x) + p_1 f_1(x)}} = \frac{p_0 f_0(x)}{p_1 f_1(x)} . \qquad (5)$$

Ponieważ dla danego obiektu Q wektor x jest ustalony, zatem wartości funkcji $f_i(x)$ (dla $i = 0,1$) zależą tylko od parametrów rozkładu wektora X w danej populacji i w tym sensie traktować je można jako funkcje wiarygodności. Zauważmy ponadto, że występujący we wzorze (5) iloraz prawdopodobieństw *a priori* jest pewną dodatnią stałą. Oznacza to, że po odpowiednich przekształceniach reguła klasyfikacyjna sprowadzona została do ilorazu funkcji wiarygodności w rozważanych populacjach. Wartość przyjmowana dla danego wektora x przez funkcję $Z(x)$ decyduje o zaklasyfikowaniu obiektu do jednej z rozważanych populacji. Zgodnie z wcześniejszymi postulatami zachodzi:

- jeżeli dla danego wektora x : $Z(x) > 1$, to uznajemy, że dany obiekt Q należy do populacji π_0;
- jeżeli dla danego wektora x : $Z(x) \leq 1$, to uznajemy, że dany obiekt Q należy do populacji π_1.

Postać analityczna $Z(x)$ zależy od założonej postaci funkcji gęstości wektora losowego X w obu populacjach. U podstaw klasycznej liniowej analizy dyskryminacyjnej leży założenie, że rozważane funkcje gęstości mają K-wymiarowy rozkład normalny, o różnych wektorach wartości oczekiwanych w każdej populacji oraz o jednakowej macierzy wariancji-kowariancji. Taki też rozkład przyjmiemy w dalszych rozważaniach.

Niech

$$\mu_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_{iK} \end{bmatrix} \qquad (i=0,1)$$

oznacza K-wymiarowy wektor wartości oczekiwanych zmiennych tworzących wektor losowy X w populacji π_i, zaś Σ oznacza macierz wariancji-kowariancji tych zmiennych (jednakową w obu populacjach). Przy tych oznaczeniach rozkład wektora X w populacji π_i zapisać można $X \sim N(\mu_i, \Sigma)$.

Załóżmy ponadto, że prawdopodobieństwo *a priori* przynależności obiektu do każdej z populacji jest takie samo (czyli $p_0 = p_1 = 1/2$). Przy powyższych założeniach iloraz prawdopodobieństw a posteriori $Z(x)$ przyjmie postać:

$$Z(x) = \frac{pf_0(x)}{pf_1(x)} = \frac{N(\mu_0, \Sigma)}{N(\mu_1, \Sigma)} = \frac{(2\pi)^{-0,5K} |\Sigma|^{-0,5} \exp\left[-0,5(x-\mu_0)^T \Sigma^{-1}(x-\mu_0)\right]}{(2\pi)^{-0,5K} |\Sigma|^{-0,5} \exp\left[-0,5(x-\mu_1)^T \Sigma^{-1}(x-\mu_1)\right]}. \quad (6)$$

Po odpowiednich przekształceniach, iloraz (6) zapisać można jako:

$$Z(x) = \exp\left[(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 + \mu_1)\right]. \quad (7)$$

$Z(x)$ jest funkcją wykładniczą, której wartość dla danego wektora x zależy od tego, jaką wartość przyjmie wyrażenie występujące w jej wykładniku. Zauważmy, że na to, by $Z(x) > 1$, musi zachodzić:

$$(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 + \mu_1) > 0, \quad (8)$$

gdy zaś nierówność spełniona jest w przeciwnym kierunku, wtedy $Z(x) \leq 1$. W związku z tym ostatecznie to właśnie wyrażenie występujące w wykładniku funkcji $Z(x)$ stanowić będzie podstawę do zdefiniowania funkcji dyskryminacyjnej.

Rozważmy zatem funkcję dyskryminacyjną opisaną wyrażeniem:

$$D(x) = (\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 + \mu_1). \quad (10)$$

Funkcja ta jest liniową kombinacją obserwacji zmiennych tworzących wektor losowy X dla klasyfikowanego obiektu, a współczynniki tej kombinacji obliczane są na podstawie parametrów rozkładów wektora losowego X w rozważanych populacjach π_0 i π_1. Warunkiem stosowalności wzoru (10) do obliczania wartości współczynników funkcji dyskryminacyjnej jest odwracalność macierzy wariancji-kowariancji Σ. Aby macierz ta była nieosobliwa, zmienne występujące w funkcji dyskryminacyjnej nie mogą być silnie skorelowane. Zauważmy ponadto, że jeżeli wektory μ_0 oraz μ_1 są identyczne, wtedy dla każdego obiektu (niezależnie od wartości występujących w odpowiadającym mu wektorze (x) wartość funkcji dyskryminacyjnej (10) jest taka sama i wynosi 0. Oznacza to, że populacje, charakteryzujące się takimi samymi wartościami oczekiwanymi zmiennych opisujących obiekty, są z punktu widzenia analizy dyskryminacyjnej nierozróżnialne i nie ma możliwości ustalenia, do której z nich należą poszczególne obiekty.

Przy przyjętym założeniu, że wektory losowe X mają K-wymiarowe rozkłady normalne, o różnych wektorach wartości oczekiwanych w każdej z populacji oraz o jednakowej macierzy wariancji-kowariancji w obu populacjach, funkcja dyskryminacyjna $D(x)$ ma jednowymiarowy rozkład normalny o wartości oczekiwanej w populacji π_0 równej

$$E(D) = E\left[(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 + \mu_1)\right] = \frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 - \mu_1) = \frac{1}{2}\sigma^2, \quad (11)$$

a w populacji π_1

$$E(D) = E\left[(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 + \mu_1)\right] = -\frac{1}{2}(\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 - \mu_1) = -\frac{1}{2}\sigma^2 \quad (12)$$

oraz wariancji jednakowej w obu populacjach i równej

$$\mathrm{var}(D) = (\mu_0 - \mu_1)^T \Sigma^{-1}(\mu_0 - \mu_1) = \sigma^2. \quad (13)$$

Wartość oczekiwaną $D(x)$ w populacji π_i interpretować należy jako wartość funkcji dyskryminacyjnej dla najbardziej typowego, centralnego obiektu w danej populacji, zwanego jej centroidem i opisanego wektorem μ_i. Jak wynika ze wzorów (11) i (12), centroidom w obu populacjach odpowiada wartość funkcji dyskryminacyjnej taka sama co do wartości bezwzględnej, lecz przeciwnego znaku.

Dotychczas przy omawianiu sposobu konstrukcji oraz własności funkcji dyskryminacyjnej zakładaliśmy, że znane są prawdopodobieństwa *a priori* przynależności obiektów do poszczególnych populacji oraz parametry rozkładu wektorów losowych

X w populacjach π_0 i π_1 (czyli wektory wartości oczekiwanych μ_0 i μ_1 oraz macierz Σ). Znajomość tych wielkości pozwalała na ustalenie wartości współczynników występujących w równaniu funkcji dyskryminacyjnej. W praktycznych zastosowaniach analizy dyskryminacyjnej parametry rozkładu wektora X w populacjach zazwyczaj nie są znane. W takiej sytuacji konstrukcja funkcji dyskryminacyjnej przeprowadzana musi być na podstawie próby, złożonej z obiektów pochodzących z obu rozważanych populacji i przede wszystkim wymaga oszacowania parametrów rozkładu wektorów losowych X w obu populacjach.

Przyjmijmy zatem następujące oznaczenia:

N_i – liczebność tej części próby, która pobrana została z populacji π_i ($i=0,1$ i $N_0+N_1=N$)

$\bar{x}_{ik}$ – oszacowana na podstawie próby ocena wartości oczekiwanej zmiennej X_k w populacji π_i

$\bar{x}_i$ – K-wymiarowy wektor ocen z próby wartości oczekiwanych zmiennych opisujących obiekty w populacji π_i

S – oszacowana na podstawie próby KxK-wymiarowa ocena macierzy Σ wariancji-kowariancji zmiennych opisujących obiekty

x_{ijk} – wartość zmiennej X_k dla obiektu O_j należącego do populacji π_i ($i=0,1$; $j=1, .., N_i$; $k=1, ..., K$)

Dla populacji π_i zachodzi:

$$\bar{x}_i = \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{x}_{iK} \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie } \bar{x}_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^{N_i} x_{ijk}}{N_i} \qquad i=0,1 \tag{14}$$

oraz

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=1}^{N_i} \left(x_{ijk} - \bar{x}_{ik}\right)\left(x_{ijk} - \bar{x}_{ik}\right)^T \tag{15}$$

gdzie n – oznacza liczbę stopni swobody i wynosi

$$n = \sum_{i=0}^{1} N_i - 1. \tag{16}$$

Uzyskane na podstawie powyższych wzorów oszacowania z próby parametrów rozkładu wektorów losowych X w rozważanych populacjach wykorzystywane są do

utworzenia próbkowej wersji liniowej funkcji dyskryminacyjnej[1]. Wstawiając oszacowane na podstawie próby wektory $\bar{x}_i$ $(i=0,1)$ oraz macierz S do równania (10) otrzymujemy funkcję dyskryminacyjną o postaci:

$$D^*(x)=\left(\bar{x}_0-\bar{x}_1\right)^T S^{-1}x-\frac{1}{2}\left(\bar{x}_0-\bar{x}_1\right)^T S^{-1}\left(\bar{x}_0+\bar{x}_1\right), \qquad (17)$$

która jest próbkowym odpowiednikiem oryginalnej funkcji dyskryminacyjnej (10) i nosi nazwę statystyki klasyfikacyjnej Walda-Andersona.

3. Model prognozowania upadłości dla polskich przedsiębiorstw

U podstaw prognozowania upadłości leży założenie, że funkcjonujące w danym momencie w gospodarce przedsiębiorstwa należą do dwóch rozłącznych populacji: populacji przedsiębiorstw w dobrej kondycji, którym „w najbliższym czasie" nie grozi upadłość, oraz populacji przedsiębiorstw, które z powodu przeżywanych trudności finansowych zagrożone są upadłością. Przy takim założeniu prognozowanie upadłości sprowadza się do zaklasyfikowania przedsiębiorstwa o określonej kondycji finansowej do jednej z tych dwóch populacji, a narzędzia ilościowe służące do tego celu nazywane są modelami prognozowania upadłości. Wszystkie wykorzystywane w praktyce modele prognozowania upadłości, w tym w szczególności modele skonstruowane za pomocą analizy dyskryminacyjnej, oparte są na dostarczanej przez wskaźniki finansowe informacji, charakteryzującej aktualną kondycję ekonomiczno-finansową rozważanych przedsiębiorstw. Jak wykazały badania, dla syntetycznej oceny kondycji przedsiębiorstwa z punktu widzenia jego zagrożenia upadłością, wystarcza wyselekcjonowanie pewnych, nielicznych wskaźników, o określonych własnościach formalnych[2]. Wnioski wynikające ze wskazań takich wyselekcjonowanych wskaźników są bardziej jednoznaczne i nie mniej trafne, niż wnioski uzyskiwane na podstawie wielu wskaźników w tradycyjnej analizie wskaźnikowej.

Obecnie przedstawimy skonstruowany zgodnie z analizą dyskryminacyjną model[3], pozwalający na prognozowanie upadłości polskich przedsiębiorstw. Przy konstruowaniu tego modelu, zgodnie z klasyczną analizą dyskryminacyjną przyjęto, że

---

[1] Procedura taka funkcjonuje dobrze, jeżeli K jest małe (mała liczba zmiennych), zaś N (łączna liczba obserwacji w próbach) jest relatywnie duża, tak by różnica N-K była wystarczająco duża, by ocena macierzy kowariancji była dobrze określona i o pełnym wymiarze.

[2] Wskaźniki te powinny być wzajemnie nieskorelowane, a ich wartości przeciętne w obu populacjach powinny być istotnie zróżnicowane.

[3] Model zaczerpnięto z pracy D. Hadasik, *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań 1999, Zeszyt nr 153

- wektor wskaźników finansowych W, opisujących kondycję przedsiębiorstw ma w rozważanych populacjach rozkłady normalne, o różnych wektorach wartości oczekiwanych w każdej populacji oraz o jednakowej macierzy wariancji i kowariancji, czyli $W \sim N(\mu_i, \Sigma)$;
- prawdopodobieństwo *a priori* przynależności przedsiębiorstw do obu rozważanych populacji jest takie samo i wynosi 0,5;
- przedsiębiorstwom zdrowym odpowiada nieujemna wartość funkcji dyskryminacyjnej, zaś przedsiębiorstwom zagrożonym upadłością – wartość ujemna.

Wstępnie przyjęte przy konstrukcji modelu wskaźniki finansowe obejmowały cztery podstawowe obszary funkcjonowania przedsiębiorstwa: jego płynność, zadłużenie, sprawność i rentowność. Model zbudowany został na podstawie próby złożonej z 22 przedsiębiorstw upadłych i odpowiadających im 22 przedsiębiorstw zdrowych[4], a dobór wskaźników do modelu przeprowadzono za pomocą analizy dyskryminacyjnej „w przód". Zastosowana procedura statystyczna pozwoliła na wyselekcjonowanie czterech wskaźników, mających zasadnicze znaczenie dla rozróżniania między przedsiębiorstwami zagrożonymi upadłością i zdrowymi. Postać uzyskanego modelu opisuje równanie:

$$D(W) = -2{,}50761 \times W1 + 0{,}00141147 \times W2 - 0{,}00925162 \times W3 + 0{,}0233545 \times W4 + 2{,}60839,$$

gdzie $W1$ – oznacza wskaźnik ogólnego zadłużenia, $W2$ – wskaźnik obrotu należnościami, $W3$ – wskaźnik rotacji zapasów oraz $W4$ – wskaźnik rentowności zapasów. Prezentowana dalej analiza miała na celu zweryfikowanie, na ile powyższy model prognozowania upadłości może być przydatny do oceny kondycji finansowej polskich spółek giełdowych. Jest to zagadnienie szczególnie ważne dla inwestorów giełdowych, ponieważ jak wykazały prowadzone m.in. w USA badania, informacja dotycząca kondycji przedsiębiorstw dostarczana przez modele prognozowania upadłości wyprzedza w czasie te informacje, które niosą ze sobą zmiany cen papierów wartościowych. W związku z tym na Zachodzie aktywni inwestorzy giełdowi wykorzystują modele prognozowania upadłości do doboru portfela papierów wartościowych. By odpowiedzieć na pytanie, na ile ocena kondycji spółek giełdowych na podstawie modelu prognozowania upadłości może stanowić pomoc w inwestowaniu na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, dokonano następującej analizy:

1. Na podstawie wartości funkcji dyskryminacyjnej na koniec roku 1997 oraz jej zmian w latach 1993-97 dokonano podziału analizowanych spółek na:

- spółki, w które ze względu na ich dobrą kondycję warto inwestować;
- spółki, w które ze względu na ich słabą lub/i pogarszającą się kondycję nie warto inwestować;

[4] Żadne z przedsiębiorstw tworzących próbę estymacyjną nie było notowane na giełdzie

- spółki, które przed podjęciem decyzji o zainwestowaniu środków w zakup ich akcji, wymagają prowadzenia dalszych, bardziej szczegółowych badań.

2. Na podstawie stopy zwrotu dla analizowanych spółek w pierwszym półroczu 1998 starano się zweryfikować, czy (ustalona w świetle analizy dyskryminacyjnej) dobra kondycja spółek giełdowych stanowi dla inwestora gwarancję, że przyniosą mu one dochód (stopę zwrotu) lepszy niż spółki giełdowe, których kondycja oceniona została jako zła (w szczególności spółki zagrożone upadłością).

4. Analiza kondycji finansowej wybranych spółek giełdowych

Oszacowany model wykorzystano do analizy kondycji finansowej 31 przedsiębiorstw, których akcje w grudniu 1997 znajdowały się w obrocie na warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych. W badanej grupie znalazły się zarówno najstarsze spółki giełdowe (notowane od 1991 roku), jak również taka spółka, której akcje weszły na giełdę dopiero w styczniu 1997. Cechą wspólną wszystkich analizowanych przedsiębiorstw jest to, że dostępne były ich sprawozdania finansowe za lata 1993–1997. Badane spółki poddano ocenie i klasyfikacji z punktu widzenia potencjalnych inwestorów giełdowych. Zgodnie z wcześniejszymi uwagami, dokonując klasyfikacji spółek, uwzględniano:

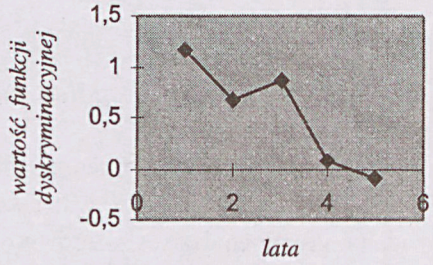
- ich kondycję finansową na koniec roku 1997 (na podstawie wartości funkcji dyskryminacyjnej),
- tendencję rozwojową w ostatnich 5 latach (na podstawie zmian wartości tej funkcji).

Przy ocenie kondycji spółek na koniec 1997 roku brano pod uwagę nie tylko znak funkcji dyskryminacyjnej, ale także porównywano wartość tej funkcji dla danego przedsiębiorstwa z przeciętną wartością funkcji dyskryminacyjnej dla przedsiębiorstw zdrowych w próbie estymacyjnej. Ponieważ dobór przedsiębiorstw do próby był losowy, uznano, że wartość ta, wynosząca 1,20489, charakteryzuje przeciętną kondycję przedsiębiorstw zdrowych, funkcjonujących w gospodarce. Informacje, na podstawie których przeprowadzono klasyfikację badanych spółek giełdowych, zawierają przedstawione na końcu tabele 1. i 2. Dalej scharakteryzujemy trzy wyodrębnione grupy spółek. Szczególną uwagę zwrócimy na te spółki, w które nie warto inwestować, ponieważ w świetle przeprowadzonej analizy zagrożone są upadłością (wniosek ten nie dotyczy tej grupy inwestorów, którzy lokują kapitały w akcjach upadających przedsiębiorstw).

Grupa I. Spółki zagrożone upadłością

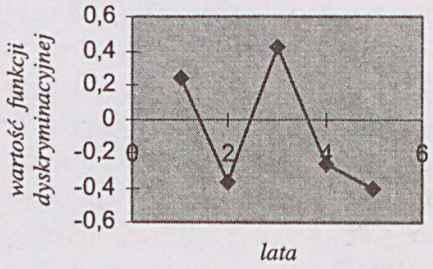
Wśród spółek zagrożonych upadłością zaznaczyły się wyraźnie dwie podgrupy. Do pierwszej z nich zaliczono spółki Bytom, Kruszwica oraz Spbp, dla których funkcja

dyskryminacyjna na koniec roku 1997 przyjęła wartość ujemną. Kondycja finansowa spółki BYTOM przez cały analizowany okres była niższa od przeciętnej i z wyjątkiem roku 1995 charakteryzowała się tendencją spadkową. Efektem tego stała się ujemna wartość funkcji dyskryminacyjnej w ostatnim objętym badaniem roku. Ponieważ tendencja spadkowa kondycji tej spółki trwa już kilka lat, nie ma podstaw, by stan ten uznać za przejściowy.



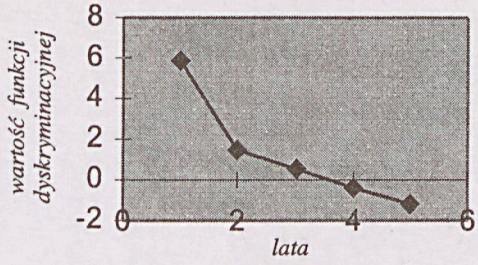
BYTOM S.A.

KRUSZWICA jest najmłodszą z rozpatrywanych spółek giełdowych i w świetle wskazań modelu dla tej spółki zaskakuje fakt, że znalazła się ona w ogóle na giełdzie. Okazuje się bowiem, że przez cały objęty analizą okres jej kondycja była zdecydowanie niższa od poziomu przeciętnego w gospodarce, przy czym już w latach 1994 oraz 1996 (tuż przed wejściem na giełdę) spółkę tę zaklasyfikować należało jako zagrożoną upadłością. Spółka ta jest dowodem na to, że w ostatnich latach na giełdę wchodzą nie tylko „dobre" przedsiębiorstwa.



KRUSZWICA S.A.

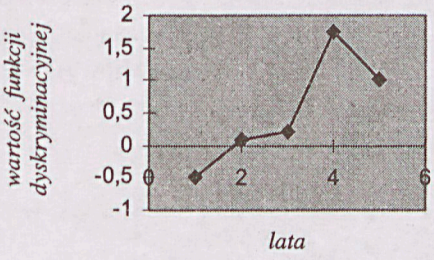
Spółka SPBP wkrótce po wejściu na giełdę zmuszona była podjąć postępowanie układowe, a następnie upadłościowe z wierzycielami. Analiza wartości funkcji dyskryminacyjnej dla tej spółki prowadzi do wniosku, że już w roku 1993 można było wykryć grożące jej niebezpieczeństwo i ostrzec potencjalnych inwestorów. W roku tym bowiem wartość funkcji dyskryminacyjnej dla SPBP ponad dwukrotnie przekraczała maksymalną wartość dla pozostałych analizowanych spółek.



SPBP S.A.

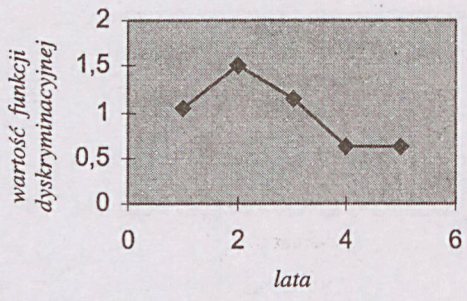
Taka „nienormalna" wartość świadczyła prawdopodobnie o nieprawidłowościach w sprawozdaniach finansowych, których źródłem mogła być chęć „dobrego" sprzedania spółki na giełdzie lub też chęć ukrycia grożącej upadłości. Od roku 1994, gdy SPBP weszło na giełdę, wartość funkcji dyskryminacyjnej zaczęła gwałtownie spadać, osiągając najpierw poziom niższy od przeciętnego w gospodarce, a od 1996 wartości ujemne. Chociaż ujemna wartość funkcji dyskryminacyjnej pojawiła się dopiero w 1996, to wcześniejsze symptomy: nienaturalnie wysoka jej wartość w roku 1993 oraz bardzo gwałtowny spadek w latach 1994 i 1995, stwarzały podstawy do przewidywania przyszłej upadłości.

Drugą podgrupę spółek zagrożonych upadłością tworzą: FORTE, SWARZĘDZ i ZASADA. Kondycja finansowa spółek FORTE i ZASADA jest gorsza od przeciętnej i wykazuje w ostatnich dwóch latach tendencję spadkową, nie można zatem wykluczyć, że w najbliższym czasie pojawi się niebezpieczeństwo upadłości. Warto zauważyć, że w obu tych spółkach w przeszłości wystąpiła już ujemna wartość funkcji dyskryminacyjnej, a więc były one już zagrożone upadłością (dla ilustracji podajemy wykres wartości funkcji dyskryminacyjnej dla spółki FORTE – dla drugiej z nich wykres jest prawie identyczny).



FORTE S.A.

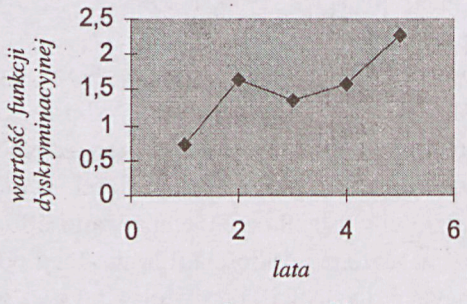
Odmiennie kształtuje się przebieg wartości funkcji dyskryminacyjnej dla spółki SWARZĘDZ. Dotychczas nie pojawiła się co prawda ujemna wartość tej funkcji, jednakże trwająca od czterech lat tendencja spadkowa powoduje systematyczne zbliżanie się jej do poziomu ujemnego.



SWARZĘDZ S.A.

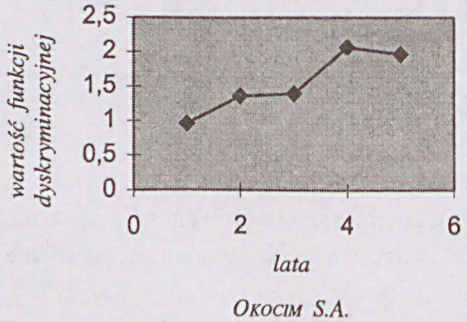
GRUPA II. *Spółki, w które warto inwestować*

Do grupy tej zaklasyfikowano spółki AGROS, REMAK i JUTRZENKA, których kondycja jest lepsza od przeciętnej i od co najmniej dwóch lat się poprawia. Dla ilustracji podajemy wykres wartości funkcji dyskryminacyjnej dla spółki JUTRZENKA.



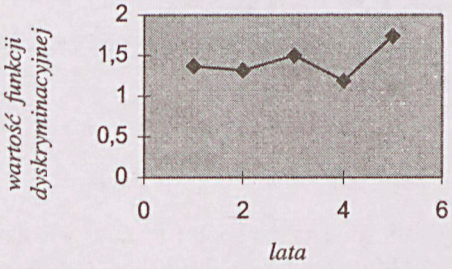
JUTRZENKA S.A.

Za dobre inwestycje uznano także spółki DĘBICA, KABEL i OKOCIM, których kondycja jest lepsza od przeciętnej i jedynie w ostatnim roku wystąpiła niewielka tendencja spadkowa (ów spadek kondycji uznano jednak za chwilowy). Przykładem zmian wartości funkcji dyskryminacyjnej dla tej podgrupy jest OKOCIM.



OKOCIM S.A.

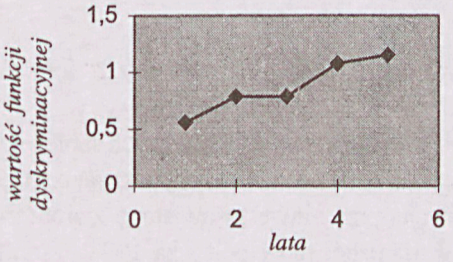
Trzecią podgrupę spółek, w które warto inwestować stanowią te, których kondycja jest lepsza od przeciętnej, a w latach 1993-1997 wykazywała nieznaczne, nieregularne wahania. Do podgrupy tej należą: JELFA, KROSNO, MOSTOSTAL EX, WÓLCZANKA, ŻYWIEC, BUDIMEX i PRÓCHNIK (dla którego załączono odpowiedni wykres). Zakładając, że obserwowane zmiany kondycji w ostatnich pięciu latach mają charakter „cykliczny", w spółki te warto inwestować w okresach obniżki kondycji, o ile tylko pociąga to za sobą również spadek cen ich akcji.



PRÓCHNIK S.A.

GRUPA III. Spółki wymagające prowadzenia dalszych badań

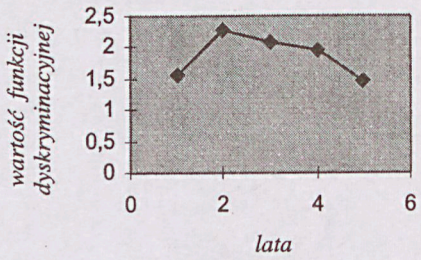
W grupie tej znalazł się przede wszystkim TONSIL, którego kondycja jest gorsza od przeciętnej, ale stale, nieznacznie rosnąca wartość funkcji dyskryminacyjnej świadczyć może o pozytywnych tendencjach zmian. Niebezpieczeństwo dla inwestorów w przypadku tej spółki polega na tym, że zmiany wartości funkcji dyskryminacyjnej są bardzo powolne i w którymś momencie może się okazać, że ze względu na słabą efektywność spółka ta ulegnie likwidacji, a środki produkcji zostaną przeniesione do innych, bardziej opłacalnych przedsięwzięć.



TONSIL S.A.

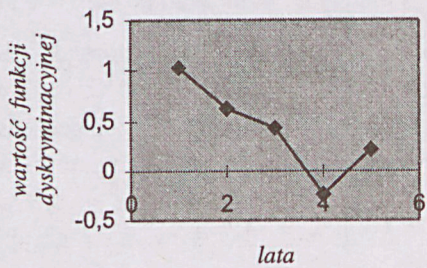
Dalszych badań wymagają również spółki o kondycji powyżej przeciętnej i co najmniej dwuletniej tendencji spadkowej. W badanej grupie są to: DOMPLAST, EXBUD (por. wykres), IRENA, MOSTOSTAL Warszawa, NOVITA, OŁAWA, PEKPOL, STOMIL Olsztyn

oraz UNIVERSAL. Na razie opłaca się jeszcze w spółki te inwestować, bo ich kondycja na tle innych przedsiębiorstw jest dobra. Trzeba jednak uważnie śledzić przyszłe zmiany i liczyć się z tym, że dalsze pogarszanie kondycji może się odbić m.in. na wypłacanych przez te spółki dywidendach.



EXBUD S.A.

Do omawianej obecnie grupy zaliczono także spółki RAFAKO i ROLIMPEX. Tu jednak mamy do czynienia z odmienną sytuacją: kondycja tych spółek jest bowiem gorsza od przeciętnej, przez cztery kolejne lata wykazywała tendencję spadkową i dopiero w roku 1997 nastąpiła pewna poprawa.



ROLIMPEX S.A.

5. Związek między kondycją spółek giełdowych a ich stopą zwrotu

W drugim etapie analizy, na podstawie notowań badanych spółek na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w roku 1998 zweryfikowano, na ile ich kondycja finansowa wpływa na uzyskiwaną przez inwestorów stopę zwrotu z ich akcji. Stopę zwrotu obliczono w dwóch wariantach: dla I półrocza 1998 oraz dla okresu od początku roku do 16.10.1998 (jest to ostatnia sesja, dla której posiadano notowania spółek w chwili przeprowadzania analizy). Wyniki obliczeń zawiera tabela 3. Dodatkowo obliczono współczynnik korelacji między stopami zwrotu z akcji poszczególnych spółek a odpowiadającą im wartością funkcji dyskryminacyjnej na koniec roku 1997. Okazało się, że:

a. półroczne stopy zwrotu skorelowane są z wartością funkcji dyskryminacyjnej w stopniu 0,1828,
b. stopy zwrotu za okres do 16.10.1998 skorelowane są z wartością tej funkcji zaledwie w stopniu 0,0208.

W obu przypadkach współczynnik korelacji nieistotnie różni się od zera, co tłumaczyć można przypuszczalnie w ten sposób, że polscy inwestorzy w swoich decyzjach, gdzie zainwestować pieniądze nie kierują się na razie informacjami dotyczącymi kondycji ekonomiczno-finansowej spółek. Z faktu, że współczynnik korelacji (aczkolwiek nieistotny statystycznie) ma nieco większą wartość dla półrocznych stóp zwrotu, można oczekiwać, że dla tego okresu wyraźniejszy będzie związek kondycji spółek ze stopą zwrotu z ich akcji. Przekonamy się o tym, analizując informacje zawarte w tabeli 3.

Jak wiadomo rok 1998 był złym rokiem na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Ceny większości spółek giełdowych spadały, w efekcie czego ich stopa zwrotu miała wartość ujemną. A zatem generalnie w roku 1998 nie opłacało się inwestować w akcje polskich spółek giełdowych. Potwierdziły to obliczone dla analizowanych spółek stopy zwrotu z ich akcji. Wśród półrocznych stóp zwrotu wartości dodatnie pojawiły się zaledwie w 8 spółkach, z których aż sześć zaklasyfikowanych zostało jako „dobre inwestycje", dwie pozostałe – jako spółki „wymagające dalszych badań". Dla wszystkich spółek zaklasyfikowanych do grupy „zagrożonej upadłością" półroczna stopa zwrotu okazała się ujemna, a więc w żadną z tych spółek nie opłacało się inwestować. W wypadku stopy zwrotu obliczonej od początku roku do 16.10.1998 pojawiły się tylko dwie wartości dodatnie: dla spółek BUDIMEX i ŻYWIEC, obu zaliczonych do grupy „wartej inwestowania".

Na zakończenie przeanalizujmy przeciętne stopy zwrotu dla wyodrębnionych trzech grup spółek. Okazuje się, że największą stratę ponieśli w roku 1998 ci inwestorzy, którzy zainwestowali w akcje spółek określonych jako „zagrożone upadłością" (przeciętna stopa „zwrotu" wyniosła w tej grupie –37% dla okresu półrocznego oraz –54% dla okresu do 16.10.98). Najmniejsze straty ponieśli natomiast ci, którzy zainwestowali w spółki uznane jako „dobre inwestycje" (przeciętna stopa „zwrotu" wyniosła w tej grupie odpowiednio –12% dla okresu półrocznego oraz –37% dla okresu do 16.10.98). Warto podkreślić, że we wszystkich spółkach straty były tym większe, im dłużej trwała inwestycja (ujemna półroczna stopa zwrotu była co do wartości bezwzględnej mniejsza niż wartość bezwzględna stopy zwrotu do 16.10.1998). Potwierdza to tylko utrzymującą się na Giełdzie Warszawskiej przez cały rok 1998 tendencją spadkową.

Jak wynika z zaprezentowanej wyżej analizy, model prognozowania upadłości staje się sprawnym i łatwym w wykorzystaniu narzędziem oceny kondycji spółek giełdowych przez inwestorów. Posługiwanie się tym modelem wymaga od inwestorów

jedynie obliczenia na podstawie ogólnie dostępnych, ogłaszanych publicznie sprawozdań spółek, czterech wskaźników finansowych i wstawienia ich wartości do równania modelu. Wskazania modelu (wartość funkcji dyskryminacyjnej i jej zmiany w czasie) pozwalają na wykrywanie spółek zagrożonych upadłością, a regularne śledzenie zmian wartości funkcji dyskryminacyjnej w kolejnych latach umożliwia przewidywanie tego zjawiska ze znacznym wyprzedzeniem. Ze względu na specyfikę roku 1998, dla którego przeprowadzono weryfikację przydatności modelu, wykazaliśmy przede wszystkim, że model taki może pomóc zminimalizować straty inwestorów. Należy jednak przypuszczać, że po ustabilizowaniu się sytuacji na Warszawskiej Giełdzie, za pomocą takich właśnie modeli będzie można dokonywać doboru portfela, maksymalizującego oczekiwaną stopę zwrotu inwestorów.

Literatura

[1] E.I. Altman, *Corporate financial distress and bankruptcy. A complete guide to predicting & avoiding distress and profiting from bankruptcy*, John Wiley & Sons, New York 1993

[2] J. Argenti, *Corporate collapse. The causes and symptoms*, McGraw-Hill, London 1976

[3] D. Hadasik, *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, ZN seria I nr 153, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań 1998

[5] K. Jajuga, *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa 1993

[6] J. Kolonko, *Analiza dyskryminacyjna i jej zastosowania w ekonomii*, PWN, 1980

[7] M. Krzyśko, *Analiza dyskryminacyjna*, Wydawnictwo UAM w Poznaniu, Seria Matematyka nr 6, Poznań 1982

[8] D.F. Morrison, *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, PWN, Warszawa 1990

[9] R.J. Taffler, *Forecasting company failure in the UK using discriminant analysis and financial ratio data*, „Journal of the Royal Statistical Society", Series A (general), v. 145, 1982

Tabela 1. Kondycja spółek giełdowych na tle „przeciętnego poziomu" w gospodarce

Nazwa spółki	*1993*	*1994*	*1995*	*1996*	*1997*
Najstarsze spółki giełdowe (do 1993 włącznie)					
EXBUD	+	+	+	+	+
IRENA	+	+	+	+	+
KROSNO	-	-	+	+	+
MOSTOSTAL Warszawa	+	+	+	+	+
MOSTOSTAL EXP	+	+	+	+	+
OKOCIM	-	+	+	+	+
PRÓCHNIK	+	+	+	-	+
SWARZĘDZ	-	+	-	-	-
TONSIL	-	-	-	-	-
WÓLCZANKA	+	+	+	+	+
ŻYWIEC	+	+	+	+	+
Spółki, które weszły na giełdę w 1994 roku					
AGROS	-	+	+	+	+
DĘBICA	+	+	+	+	+
DOM-PLAST	-	+	+	+	+
SPBP	+	+	-	-	-
JELFA	+	+	-	- (!)	- (!)
KABEL	-	-	+	+	+
NOVITA	+	+	+	+	+
RAFAKO	-	-	-	-	-
REMAK	+	+	-	+	+
ROLIMEX	-	-	-	- (!)	-
UNIVERSAL	+	+	+	+	-
Spółki, które weszły na giełdę w 1995 roku					
BUDIMEX	+	+	+	+	+
BYTOM	-	-	-	-	- (!)
JUTRZENKA	-	+	+	+	+
PEKPOL	+	+	+	+	+
STOMIL OL	+	+	+	+	+
ZASADA	- (!)	-	-	-	-
Spółki, które weszły na giełdę w 1996 roku					
FORTE	- (!)	-	-	+	-
OŁAWA	+	+	+	+	+
Spółka, która weszła na giełdę w 1997 roku					
KRUSZWICA	-	- (!)	-	- (!)	- (!)

Uwaga: znak „+" oznacza, że wartość funkcji dyskryminacyjnej dla danego przedsiębiorstwa przekraczała średni poziom w gospodarce, znak „-", że wartość dla przedsiębiorstwa była niższa od średniej, znak „-(!)", że wartość funkcji dyskryminacyjnej dla przedsiębiorstwa była ujemna, co świadczy o bezpośrednim zagrożeniu upadłością.

Tabela 2. Zmiany kondycji spółek giełdowych w świetle wartości funkcji dyskryminacyjnej

Nazwa spółki	*1994*	*1995*	*1996*	*1997*
Najstarsze spółki giełdowe (do 1993 włącznie)				
EXBUD	+	-	-	-
IRENA	+	-	-	-
KROSNO	-	+	-	+
MOSTOSTAL Warszawa	+	-	-	-
MOSTOSTAL EXP	+	-	+	-
OKOCIM	+	+	+	-
PRÓCHNIK	-	+	-	+
SWARZĘDZ	+	-	-	-
TONSIL	+	+	+	+
WÓLCZANKA	+	-	-	+
ŻYWIEC	+	-	-	+
Spółki, które weszły na giełdę w 1994 roku				
AGROS	+	-	+	+
DĘBICA	+	+	+	-
DOM-PLAST	+	+	-	-
SPBP	-	-	-	-
JELFA	-	+	-	+
KABEL	-	+	+	-
NOVITA	+	-	-	-
RAFAKO	-	-	-	+
REMAK	-	-	+	+
ROLIMEX	-	-	-	+
UNIVERSAL	+	-	-	-
Spółki, które weszły na giełdę w 1995 roku				
BUDIMEX	-	-	+	-
BYTOM	-	+	-	-
JUTRZENKA	+	-	+	+
PEKPOL	-	+	-	-
STOMIL OL	-	+	-	-
ZASADA	+	+	+	-
Spółki, które weszły na giełdę w 1996 roku				
FORTE	+	+	+	-
OŁAWA	+	+	-	-
Spółka, która weszła na giełdę w 1997 roku				
KRUSZWICA	-	+	-	-

Uwaga: w powyższej tabeli znak „+" oznacza, że w danym roku sprawozdawczym (w świetle wartości funkcji dyskryminacyjnej) kondycja danego przedsiębiorstwa uległa poprawie. Odpowiednio znak „-" – kondycja uległa pogorszeniu.

Tabela 3. Stopa zwrotu z inwestycji w akcje analizowanych spółek w 1998 roku

Nazwa spółki	Stopa zwrotu	
	I półrocze	do 16.10.98
Spółki zaklasyfikowane jako „dobra inwestycja"		
AGROS	-0,301	-0,829
BUDIMEX	0,203	0,090
DĘBICA	-0,186	-0,267
JELFA	0,058	-0,736
JUTRZENKA	-0,572	-0,800
KABLE	-0,306	-0,542
KROSNO	0,116	-0,344
MOSTOSTAL EX	-0,393	-0,607
OKOCIM	0,125	-0,104
PRÓCHNIK	-0,375	-0,464
REMAK	-0,328	-0,641
WÓLCZANKA	0,027	-0,239
ŻYWIEC	0,419	0,706
Przeciętna stopa zwrotu	**-0,11638**	**-0,36746**
Spółki zaklasyfikowane jako „zła inwestycja" (zagrożone upadłością)		
BYTOM	-0,518	-0,574
FORTE	-0,556	-0,731
KRUSZWICA	-0,085	-0,359
SPBP	-0,190	-0,241
SWARZĘDZ	-0,581	-0,823
ZASADA CENTRUM	-0,303	-0,561
Przeciętna stopa zwrotu	**-0,37217**	**-0,54817**
Spółki zaklasyfikowane jako „wymagające dalszych badań"		
DOMPLAST	-0,406	-0,492
EXBUD	0,273	-0,212
IRENA	-0,612	-0,803
MOSTOSTAL WARSZAWA	0,038	-0,149
NOVITA	-0,471	-0,686
OŁAWA	-0,305	-0,578
PEKPOL	-0,095	-0,609
RAFAKO	0,027	-0,239
ROLIMPEX	-0,250	-0,208
STOMIL OLSZTYN	-0,119	-0,315
TONSIL	-0,550	-0,711
UNIVERSAL	-0,301	-0,827
Przeciętna stopa zwrotu	**-0,23192**	**-0,48575**