Ryszard Kokoszczyński, Natalia Nehrebecka, Paweł Sakowski, Paweł Strawiński, Robert Ślepaczuk
Uniwersytet Warszawski

PORÓWNANIE MODELI WYCENY OPCJI NA DANYCH WYSOKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Wstęp

Ostatni kryzys finansowy (2007–2009), który wstrząsnał posadami światowego systemu fnansowego, grożąc nawet na krótką chwilę jego bankructwem (IX 2008–III 2009), oraz niekończące się poszukiwania lepszych modeli wyceny instrumentów pochodnych, w sposób właściwy odzwierciedlających ich wartość, skłoniły nas do zastanowienia się nad własnościami jednego z wielu estymatorów zmienności (zmienności zrealizowanej – *RV*) implementowanych w modelach wyceny opcji. Traktując ten artykuł jako rozwinięcie prac prowadzonych nad estymatorami zmienności przez Ślepaczuka i Zakrzewskiego (2009) oraz badania na temat efektywności różnego rodzaju modeli wyceny opcji na polskim rynku kapitałowym korzystającego z danych wysokiej częstotliwości (Kokoszczyński i in. 2010), przedstawiamy w nim własności zmienności zrealizowanej ujawnione w procesie wyceny opcji za pomocą modelu Blacka.

Liczne artykuły w literaturze światowej poruszające tę kwestię z jednej strony świadczą, że problem nie jest banalny, a z drugiej informują nas również, że brak jest konsensusu co do odpowiedzi na poniższe pytania warunkujące nie tylko sposób estymacji zmienności w modelach wyceny opcji, ale również podejście do ryzyka w teorii portfelowej, modelach VaR czy też w innych modelach finansowych, gdzie kwestia estymacji zmienności należy do kluczowych. Pierwsze z tych pytań dotyczy tego, który z estymatorów zmienności powinien być wykorzystany w sytuacji, gdy kryterium wyboru opiera się na efektywności oraz nieobciążoności estymatora. Andersen i in. (2001a i 2001b), Yang i Zhang (2000), Shu i Zhang (2006) oraz Martens i van Dijk (2007), prezentując przegląd różnego rodzaju estymatorów zmienności nie dają jasnej odpowiedzi na to pytanie. Drugie pytanie dotyczy tego, jaka częstotliwość danych (parametr delta) warunkuje najlepsze własności estymatora zarówno w kontekście nieobciążoności, jak i efektywności (Andersen i in. 2003;

Zhang i in. 2005; Ait-Sahalia i in. 2005; Hansen i Lunde 2006b), trzecie z kolei jaka pamięć procesu (parametr *n)* powinna zostać uwzględniona w procesie estymacji zmienności zrealizowanej. Ostatni problem jest do chwili obecnej w najmniejszym stopniu opisany w literaturze przedmiotu, a jak pokazują najnowsze badania (Ślepaczuk i Zakrzewski 2009) to właśnie pamięć procesu, a nie formuła estymatora w największy sposób wpływa na wartości i własności estymatora zmienności. Zależność ta ma silny związek ze zjawiskiem długiej pamięci, od dawna obserwowanym w szeregach zmienności (Baillie i in. 1996), jednak dokładna analiza tego problemu wymaga dalszych badań.

Chcąc znaleźć odpowiedzi na zaprezentowane wcześniej pytania badawcze, zaplanowaliśmy dalszy tekst w następujący sposób. Metodyka badania została opisana w punkcie pierwszym. Punkt drugi zawiera opis danych wykorzystanych w części empirycznej artykułu oraz analizę własności zmienności zrealizowanej. W kolejnym punkcie zaprezentowano wyniki, które zostały scharakteryzowane w podziale na kilka klas TTM i MR[1]. Artykuł kończy podsumowanie otrzymanych rezultatów oraz propozycja dalszych badań tej problematyki.

1. Metodyka badania

Niniejsze badanie własności estymatora zmienności zrealizowanej zostało przeprowadzone w nietypowy sposób. Nie odnosiliśmy się bezpośrednio do efektywności i obciążoności tego estymatora, jak czyni się to często w literaturze przedmiotu (Garman i Klass 1980; Rogers i Satchell 1991; Andersen i in. 1998, 1999a, 1999b, 2003), a zamiast tego przeanalizowaliśmy zachowanie modelu Blacka[2] (Black 1976) wyceny opcji, gdzie poszczególne wersje modelu wyceny różniły się od siebie jedynie sposobami estymacji zmienności zrealizowanej, poprzez uwzględnienie różnych wartości parametrów *n* (parametru odpowiadającego za pamięć procesu) i *delta* (interwału, na podstawie którego estymator został obliczony).

Model Blacka został oszacowany przy wykorzystaniu następującego wzoru:

$$c = e^{-rT}[FN(d_1) - KN(d_2)] \tag{1}$$

$$p = e^{-rT}[KN(-d_2) - FN(-d_1)] \tag{2}$$

gdzie:

[1] TTM – *time to maturity* (czas do wygaśnięcia); MR – *moneyness ratio* (współczynnik moneyness); podział na poszczególne klasy został dokładnie wyjaśniony w części opisującej wyniki.

[2] Przyczyny oraz zalety wykorzystania modelu Blacka zamiast standardowego modelu BSM są dokładnie opisane w pracy Kokoszczyński i in. (2010).

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} \tag{3}$$

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) - \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \tag{4}$$

a c i p – wartości odpowiednio opcji *call* i *put*,
F – cena kontraktu terminowego na WIG20,
K – cena wykonania,
T – czas do wygaśnięcia opcji,
r –wolna od ryzyka stopa procentowa,
N(d) – dystrybuanta rozkładu normalnego.

W modelu Blacka, zamiast odchylenia standardowego wykorzystanego w klasycznej formule, wykorzystujemy zmienność zrealizowaną oszacowaną jako:

$$RV_{\Delta,t} = \sum_{i=1}^{N_\Delta} r_{i,t}^{\ 2} \tag{5}$$

gdzie:

$r_{i,t}$ – logarytmiczna stopa zwrotu wyznaczona na podstawie i-tego interwału i częstotliwości *delta* w dniu t, która jest obliczona w następujący sposób:

$$r_{i,t} = \log C_{i,t} - \log C_{i-1,t} \tag{6}$$

$C_{i,t}$ – cena zamknięcia dla i-tego interwału na danych o częstotliwości *delta* w dniu t,

N_Δ – liczba interwałów o częstotliwości delta w jednym dniu sesyjnym.

Następnie zmienność zrealizowana została uśredniona, zannualizowana (przy założeniu, że rok ma 252 dni roboczych) oraz przekształcona z wariancji w odchylenie standardowe według wzoru:

$$^{annual_std}[RV]_\Delta^n = \sqrt{252}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}[RV]_{\Delta,t}} \tag{7}$$

gdzie:

n – pamięć procesu mierzona w dniach niezależnie od interwału *delta*; parametr ten jest uwzględniony również w procesie uśredniania zmienności zrealizowanej.

Wartości teoretyczne z modelu Blacka zostały porównane ze środkowymi kwotowaniami [MID = (bid + ask)/2], które zostały przyjęte jako reprezentacja ceny

rynkowej w przypadku analizy rynku o niewystarczającej płynności, do których niewątpliwie należą rynki rozwijające się[3]. W procesie oceny poszczególnych wersji modelu Blacka zostały wykorzystane następujące miary oceny błędu:

- OP – procent przeszacowań:

$$OP = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} OP_i, \quad gdzie: OP_i = \begin{cases} 1 & if \quad Black_i > MID_i \\ 0 & if \quad Black_i < MID_i \end{cases} \tag{8}$$

gdzie:

MID_i – cena rynkowa opcji (zdefiniowana powyżej),
$Black_i$ – cena teoretyczna z modelu Blacka.

- RMSE – pierwiastek błędu średniokwadratowego,

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Black_i - MID_i)^2} \tag{9}$$

2. Dane

Badanie zostało przeprowadzone na danych wysokiej częstotliwości dla polskiego rynku kapitałowego. Baza danych zawierała 10-sekundowe dane z kwotowaniami (bid i ask) wszystkich opcji na indeks WIG20 (*call* i *put*) znajdujących się w obrocie na rynku giełdowym w I połowie 2008 r. (dokładnie od 2 stycznia 2008 r. do 20 czerwca 2008 r. – dzień wygaśnięcia czerwcowych instrumentów pochodnych). Dodatkowo, do wyznaczenia cen teoretycznych wykorzystaliśmy dane na temat wolnej od ryzyka stopy procentowej (Wibor3mPLN), ceny kontraktów terminowych na WIG20 (seria wygasająca w marcu, czerwcu i we wrześniu 2008 r.). Liczba danych 10 s w dniu giełdowym uzależniona była od czasu trwania sesji giełdowej dla instrumentów pochodnych, która w praktyce w badanym okresie trwała od godziny 9.00 do 16.30. W badaniu wzięliśmy pod uwagę tylko te kwotowania opcji, dla których w danym interwale mieliśmy aktywne kwotowanie bid i ask, ponieważ tylko wtedy możliwe było wyznaczenie kwotowania MID. Końcowa baza danych nie została poddana żadnym dodatkowym modyfikacjom usuwającym niektóre z obserwacji (np.: obserwacje nietypowe, opcje o niskich cenach, opcje o krótkim terminie wygaśnięcia).

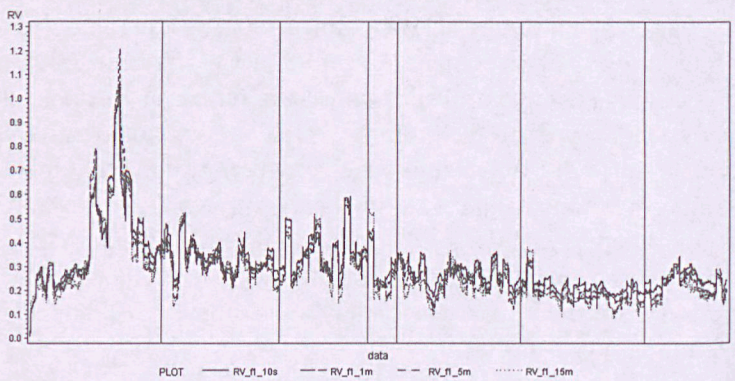
Baza danych 10 s zawierała 318 718 obserwacji (dla następujących zmiennych: kwotowania mid opcji, Wibor3mPLN, TTM, ceny kontraktów terminowych

[3] Z drugiej strony dokładna analiza zachowania się indeksów giełdowych w Polsce w porównaniu z ich odpowiednikami w krajach rozwijających się i rozwiniętych w okresie ostatnich dwóch lat pozwala postawić hipotezę, że w ostatnim okresie polskie indeksy giełdowe są bardziej skorelowane z indeksami rynków rozwiniętych, a mniej z indeksami krajów rozwijających się.

na WIG20) dla 118 dni sesyjnych w badanym okresie (2701 obserwacji dla każdego dnia). W rezultacie nasza baza danych zawierała kwotowania 128 opcji (65 *call* i 63 *put*, wygasających w marcu, czerwcu i wrześniu 2008 r.) dla których zostały oszacowane ceny teoretyczne zgodne z modelem BRV (model Blacka ze zmiennością zrealizowaną), a następnie ceny te porównano z kwotowaniami MID.

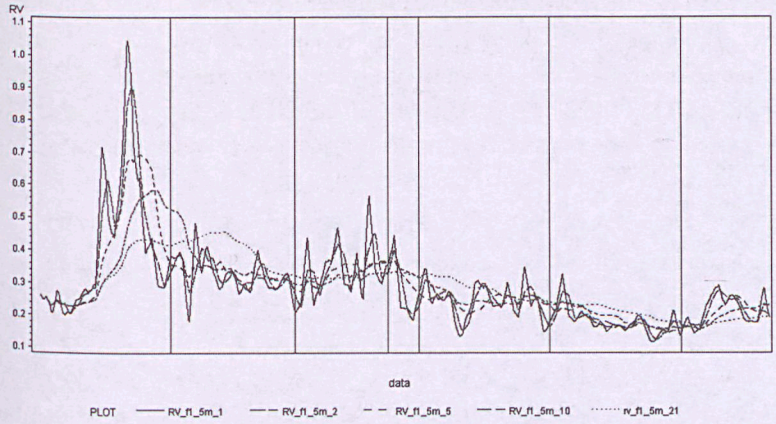
3. Wyniki

Przed prezentacją szczegółowych wyników dla poszczególnych modeli przeanalizowaliśmy przebieg szeregów zmienności zrealizowanej, odzielnie dla różnych wartości interwału *delta* (rys. 1) i dla różnych wartości parametru *n* (rys. 2)[4]. Dane przedstawione na rysunku 1 potwierdzają naszą początkową intuicję sugerującą, że parametr *delta* nie wpływa w istotny sposób na zmienność zmienności oraz na zakres fluktuacji zmienności zrealizowanej. Fakt ten oznacza, że nie powinniśmy zaobserwować poważniejszych różnic pomiędzy modelami wyceny wykorzystującymi zmienność zrealizowaną wyznaczoną na podstawie różnych interwałów delta (od 10 s do 15 m). Z drugiej strony rysunek 2 informuje nas o wyraźnych różnicach w zachowaniu szeregów RV w zależności od zmieniającego się parametru *n*. Wraz ze zwiększaniem jego wartości, szeregi RV stają się bardziej wygładzone (zmniejsza się zmienność zmienności, nie wpływając w istotny sposób na wartość średnią estymatora), co powinno wpłynąć na bardziej stabilne wyceny opcji. W dalszej części artykułu sprawdzamy, czy faktycznie własności zaobserwowane na surowych szeregach zmienności przenoszą sie następnie do modelu wyceny opcji wykorzystującego zmienność jako jeden z parametrów wyceny.



Rysunek 1. Fluktuacja zmienności zrealizowanej wyznaczonej na podstawie interwału *delta* = {10 s, 1 m, 5 m, 15 m} w okresie 2.01.2008–20.06.2008 r.

[4] Szczegółowe tabele przedstawiające statystyki opisowe dla prezentowanych szeregów zmienności nie zostały zaprezentowane w ym artykule ze względu na ograniczenia dotyczące objętości tekstu. Powyższe tabele są dostępne na życzenie.



Rysunek 2. Fluktuacja zmienności zrealizowanej wyznaczonej na podstawie interwału 5 m oraz uśrednionej za pomocą parametru $n = \{1, 2, 5, 10, 21\}$ w okresie 2.01.2008–20.06.2008 r.

W celu weryfikacji przedstawionych własności wyznaczyliśmy ceny teoretyczne z modelu Blacka przy następujących wartościach interwału *delta*: 10 s, 1 m, 5 m, 15 m (modele: BRV10 s, BRV1 m, BRV5 m oraz BRV15 m). Dodatkowo, bazując na tym, że w podobnych badaniach korzystających z danych wysokiej częstotliwości wybór interwału z przedziału od 5 m do 15 m stanowi dość powszechny kompromis pomiędzy efektem niesynchroniczności a pozostałymi efektami mikrostruktury rynku, wyznaczyliśmy wyceny dla uśrednionej zmienności zrealizowanej wyznaczonej na podstawie interwału *delta* = 5 m i parametru *n* przyjmującego wartości 1, 2, 5, 10, 21 (modele: BRV5 m1, BRV5 m2, BRV5 m5, BRV5 m10 oraz BRV5 m21).

Po wyznaczeniu wycen teoretycznych (około 21 mln wycen dla każdego modelu BRV) oszacowaliśmy statystyki błędu, które zostały podzielone według następującego schematu:

- 9 modeli opcji: BRV10 s, BRV1 m, BRV5 m, BRV15 m, BRV5 m1, BRV5 m2, BRV5 m5, BRV5 m10 oraz BRV5 m21,
- 2 rodzaje opcji (*call* i *put*),
- 5 klas ze względu na czas do wygaśnięcia (TTM): (0–15 dni), (16–30 dni), (31–60 dni), (61–90 dni), (91+ dni),
- 5 klas współczynnika moneyness (MR)[5]: głębokoOTM (0–0,85), OTM (0,85–0,95), ATM (0,95–1,05), ITM (1,05–1,15) and głęboko ITM (> 1,15) dla opcji *call* i odwrotnie dla opcji *put*,

[5] Współczynnik *moneyness* został obliczony zgodnie z następująca formułą, która została jedynie dostosowana do przypadku modelu Blacka, kiedy instrumentem bazowym jest kontrakt futures na indeks:

$$\text{moneyness ratio} = \frac{S}{K / e^{rT}} = \frac{F}{K} \tag{10}$$

Tabela 1. Liczba wycen w podziale na poszczególne klasy

Opcja	Współczynnik moneyness	0–15 dni	16–30 dni	31–60 dni	61–90 dni	91+ dni	Suma
CALL	głębokoOTM	339 797	359 055	948 267	685 768	1 910 423	4 243 310
CALL	OTM	180 354	213 726	421 413	331 134	1063 066	2 209 693
CALL	ATM	171 757	169 101	337 286	261 326	898 348	1 837 818
CALL	ITM	127 573	131 510	267 731	201 209	703 620	1 431 643
CALL	głębokoITM	61 428	126 065	264 199	122 424	426 429	1 000 545
	Suma CALL	880 909	999 457	2 238 896	1 601 861	5 001 886	10 723 009
PUT	głębokoOTM	68 013	130 617	271855	128 425	537 867	1 136 777
PUT	OTM	134 076	133 480	275763	211 347	716 996	1 471 662
PUT	ATM	172 384	169 165	337752	260 727	898 810	1 838 838
PUT	ITM	197 227	209 591	404305	315 727	954 303	2 081 153
PUT	głębokoITM	521 267	322 806	812245	520 952	1 773 912	3 951 182
	Suma PUT	1 092 967	965 659	2 101 920	1 437178	4 881 888	10 479 612
Suma CALL i PUT		1 973 876	1 965 116	4 340 816	3 039 039	9 883 774	21 202 621

Największą liczbę wycen teoretycznych otrzymaliśmy dla opcji o długim czasie do wygaśnięcia: *call*, głębokoOTM oraz opcji *put*, głębokoITM, co, niestety, było w większym stopniu związane z zachowaniem rynku w badanym okresie (bardzo silny spadek indeksu WIG20 w styczniu 2008 r.), a mniej z właściwościami dotyczącymi płynności rynku. Dokładne liczebności poszczególnych klas przedstawiono w tabeli 1.

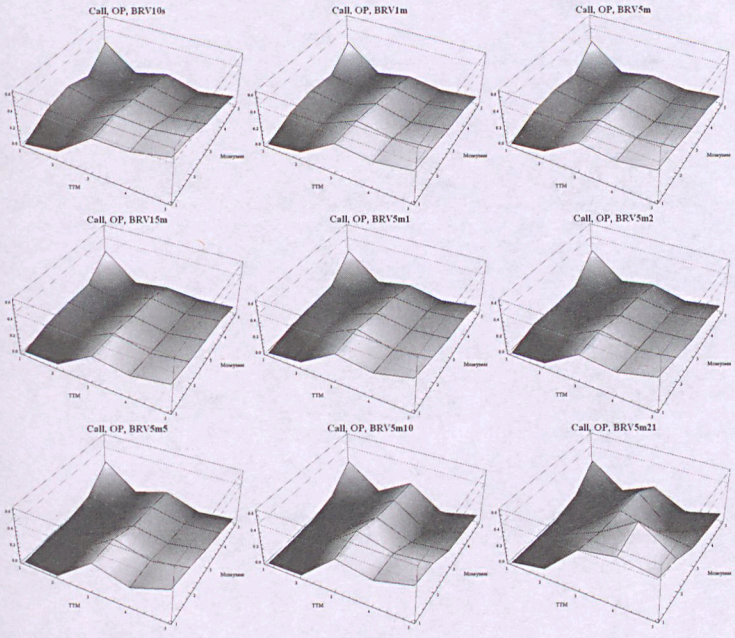
W rezultacie otrzymujemy 900 statystyk błędu (2 wartości statystyk * 2 rodzaje opcji * 5 klas MR * 5 klas TTM * 9 modeli), które zmuszają nas do niestandardowej metody prezentacji wyników w celu zobrazowania różnic pomiędzy poszczególnymi modelami wyceny. Postanowiliśmy posłużyć się do tego wykresami przedstawiającymi wartości statystyk na oddzielnych diagramach 3D wyskalowanych zgodnie z globalnymi maksimami i minimami. Dodatkowo, lokalne maksima i minima na każdym z diagramów 3D zaznaczone są przy wykorzystaniu skali czarno-białej, gdzie kolor czarny oznacza minimalną wartość błędu, a biały jego maksymalną wartość na danym diagramie 3D[6].

Rysunek 3 przedstawia wartość statystyki OP oddzielnie dla poszczególnych modeli wyceny. Zgodnie z definicją statystyki OP najlepszy będzie model, który tyle samo razy przeszacowuje, co niedoszacowuje cenę rynkową opcji, czyli taki model, dla którego wartość statyski OP najczęściej przyjmuje wartość 0,5.

Dokładna analiza przedstawionych diagramów wskazuje, że ogólnie modele BRV niedoszacowują cenę rynkową. Dodatkowo zauważamy brak różnic pomię-

[6] Szczegółowe tabele przedstawiające wartości wszystkich statystyk błędu prezentowanych na rysunkach 3–6 nie zostały tym artykule zaprezentowane ze względu na ograniczenia dotyczące objętości tekstu. Powyższe tabele dostępne są na życzenie.

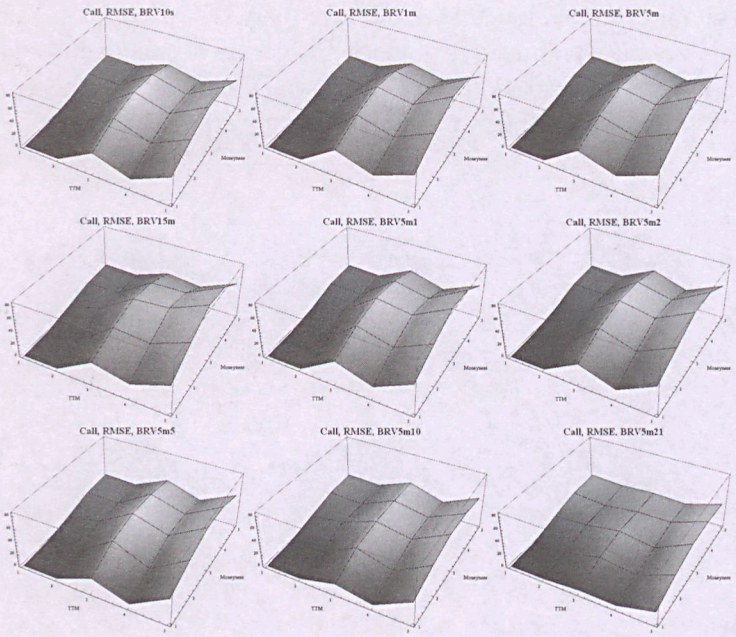
dzy pierwszymi czterema modelami (a nawet pierwszymi sześcioma modelami), co informuje nas, że uśrednienie za pomocą małej wartości parametru *n* nie zmienia w istotny sposób własności RV, i stopniowe wypiętrzanie wykresów, czyli przesuwanie się w stronę wartości 0,5, w miarę wzrostu wartości parametru *n*.



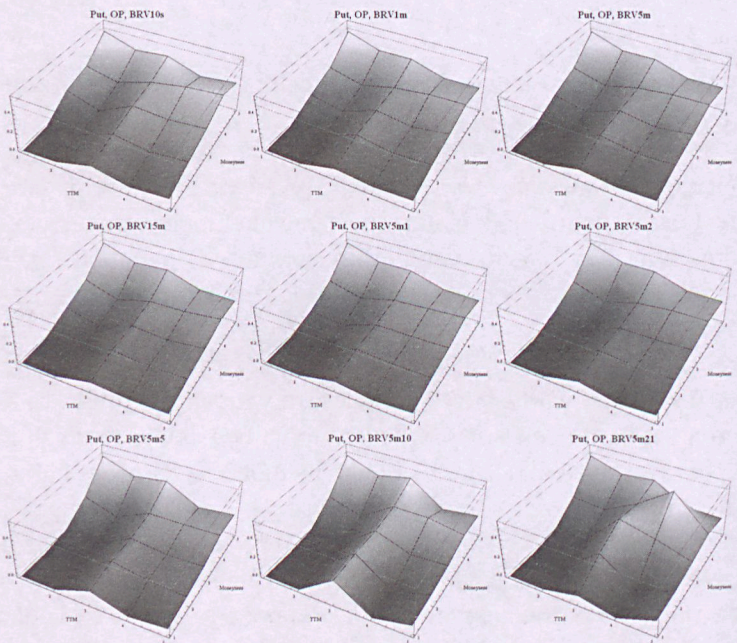
Rysunek 3. Wartość statystyki OP dla opcji *call* oddzielnie dla poszczególnych modeli wyceny

Rysunek 4, przedstawiający wartości statystyki RMSE, potwierdza wcześniejsze obserwacje. Obserwujemy brak istotnych różnic dla modeli z nieuśrednionym RV oraz uśrednionym przy użyciu najmniejszych wartości parametru *n*. Analizując kolejne modele, zauważamy, że wartość RMSE zmniejsza się wraz ze zwiększaniem się parametru *n*.

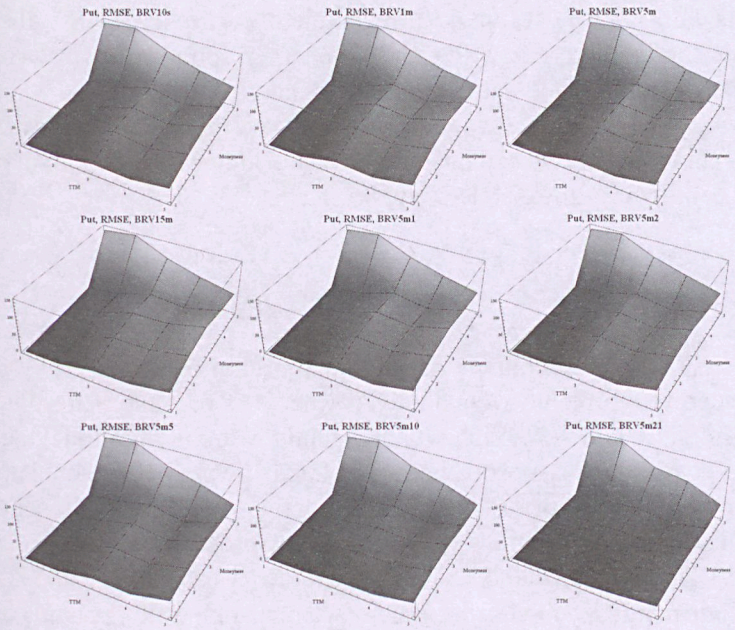
Kolejne trzy wykresy dotyczą tych samych statystyk, ale dla opcji *put*. Rysunek 5 przedstawiający wartości OP, potwierdza wnioski sformułowane dla opcji *call*: brak różnic dla modeli z RV obliczonym na podstawie różnych interwałów *delta* oraz poprawa wartości statystyk błędu dla modeli z RV uśrednionym w przypadku zwiększania wartości parametru *n*. Rysunek 6 przedstawiający RMSE dla opcji *put* początkowo nie potwierdza naszych wcześniejszych hipotez. Przyczyną tego są jednak bardzo wysokie wartości RMSE w przypadku MR = 5, co w istotny sposób uniemożliwia porównanie wyników dla pozostałych klas. Ponadto bardzo wysokie wartości RMSE dla MR = 5 mogą być jedynie wynikiem prezentacji wartości statystyki błędu absolutnego, który w naturalny sposób będzie najwyższy dla najdroższych opcji (głęboko ITM, czyli z MR = 5).



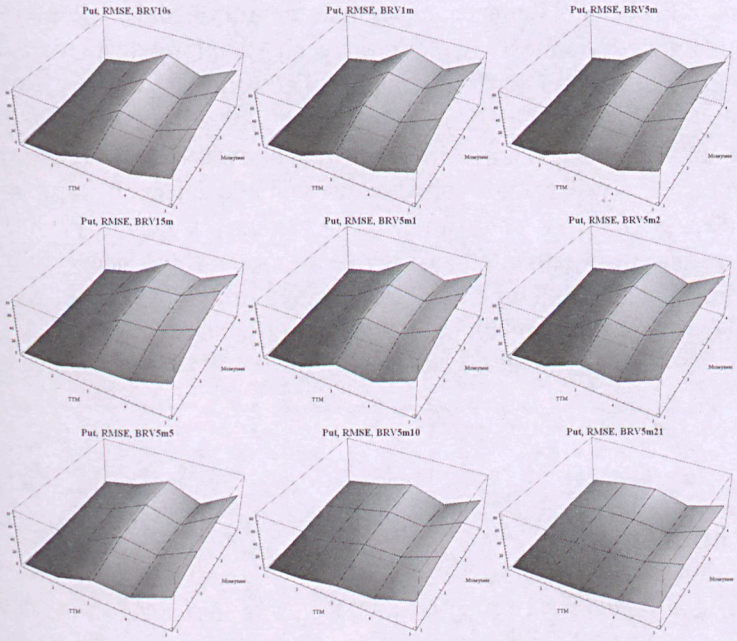
Rysunek 4. Wartość statystyki RMSE dla opcji *call* oddzielnie dla poszczególnych modeli wyceny



Rysunek 5. Wartość statystyki OP dla opcji *put* oddzielnie dla poszczególnych modeli wyceny



Rysunek 6. Wartość statystyki RMSE dla opcji *put* oddzielnie dla poszczególnych modeli wyceny



Rysunek 7. Wartość statystyki RMSE dla opcji *put* oddzielnie dla poszczególnych modeli wyceny z wyjątkiem MR = 5

W związku z tym na rysunku 7 prezentujemy wartości RMSE dla opcji *put* z wyjątkiem przypadku, gdy MR = 5. Rysunek ten ponownie potwierdza naszą wcześniejszą hipotezę na temat własności estymatora RV w modelu wyceny opcji, a dodatkowo informuje nas, że zagadnienie tzw. pozornych outlierów wymaga bardziej szczegółowej identyfikacji i dalszych badań, ponieważ w skrajnym przypadku mogą one całkowicie zniekształcić wyniki.

Zakończenie

Prezentowany artykuł skupia się na małym wycinku bardzo szerokiej tematyki modeli wyceny instrumentów pochodnych oraz własności estymatorów zmienności, szczególnie w kontekście ich wykorzystania w tego typu modelach. Naszym celem było pokazanie własności zmienności zrealizowanej, obliczonej dla różnych wartości interwału *delta* oraz uśrednionej za pomocą różnych wartości parametru *n*, w kontekście wykorzystania tego estymatora w procesie szacowania ceny opcji w modelu Blacka. Otrzymane wyniki potwierdzają naszą wcześniejszą intuicję o braku różnic pomiędzy modelami wyceny w przypadku wykorzystania estymatora RV oszacowanego na podstawie różnych interwałów *delta* (od 10 s do 15 m), a z drugiej strony zauważamy istotną poprawę wycen w przypadku wykorzystania uśrednionego estymatora RV (wraz ze zwiększaniem się parametru *n*) w modelu Blacka wyceny opcji. Próba określenia cech estymatora, który będzie najlepiej się sprawdzał jako parametr zmienności w modelu wyceny opcji, nie jest jednak zadaniem trywialnym. W odniesieniu do zmienności zrealizowanej zauważamy istotny wpływ parametru *n* (czyli efektu uśrednienia) oraz brak wpływu interwału *delta* w przypadku stosunkowo małej jego rozpiętości weryfikowanej w niniejszym badaniu.

Na koniec warto wskazać, że tematyka ta wymaga dalszych, bardziej szczegółowych badań, gdzie zaprezentowane wyniki zostaną porównane i zweryfikowane nie tylko na innym przedziale czasowym, ale dodatkowo w podobny sposób zostaną poddane badaniu jeszcze inne estymatory zmienności, co pozwoli w pełni zdefiniować zestaw pożądanych cech estymatora wykorzystywanego w procesie szacowania zmienności w modelu wyceny opcji.

Bibliografia

Ait-Sahalia Y., Mykland P.A., Zhang L. (2005), *How often to sample a continuous-time process in the presence of market microstructure noise*, Review of Financial Studies, 18, 351–416.

Ammann M., Skovmand D., Verhofen M. (2009), *Implied and realized volatility in the cross-section of equity options,* International Journal of Theoretical and Applied Finance, 12, 745–765,

Andersen T.G., Bollerslev T. (1998), Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts, International Economic Review, 39, No.4, 885–905.

AndersenT., Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Labys P. (1999a), *Realized volatility and correlation,* Manuscript in progress.

Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Labys P. (1999b), *Microstructure Bias and Volatility Signatures,* Manuscript in progress.

Andersen, T.G. (2000), *Some reflections on analysis of high-frequency data*, Journal of Business & Economic Statistics, 18, 146–153.

Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X, Ebens H. (2001a), *The Distribution of Realized Stock Return Volatility*, Journal of Financial Economics, 61, 43–76.

Andersen, T., Bollerslev T., Diebold F., Labys P. (2001b), *The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility,* Journal of American Statistical Association 96, 42–55.

Andersen T.G., Bollerslev T., Diebold F.X., Labys P. (2003), *Modeling and Forecasting Realized Volatility*, Econometrica, 71, 579–625.

Andersen T.G., Frederiksen P., Staal A.D. (2007), *The information content of realized volatility forecasts, mimeo.*

Bakshi G., Kapadia N., Madan D. (2003), *Stock return characterisics, skew laws and differential pricing of individual equity options,* Review of Financial Studies, 16, 101–143.

Black F. (1976), *The pricing of commodity contracts*, Journal of Financial Economics, 3, 167–179.

Black F., Scholes M. (1973), *The pricing of options and corporate liabilities,* Journal of Political Economy, 81, 637–659.

Christensen B.J., Prabhala N.R. (1998), *The relation between implied and realized volatility*, *Journal of Financial Economics*, 50, 125–150.

Garman M., Klass M. (1980), *On the estimation of security price volatilities from historical data*, The Journal of Business, 53, 67–78.

Hansen P.R., Lunde A. (2006b), *Realized variance and market microstructure noise*, Journal of Business and Economic Statistics 24, 127–218 (with comments and rejoinder).

Kokoszczyński R., Nehrebecka N., Sakowski P., Strawiński P., Ślepaczuk R. (2010), *Option Pricing Models with HF Data. The Properties of Black Model with Realized Volatility Measures,* manuscript in progress.

Li S., Yang Q. (2009), *The relationship between implied and realized volatility: evidence from the Australian stock market,* Review of Quantitative Finance and Accounting, 32, 405–419.

Martens M., Dijk van D. (2007), *Measuring volatility with the realized range*, Journal of Econometrics 138, 181–207.

Merton R. (1973), *Theory of rational option pricing,* Bell Journal of Economics and Management Science, 4, 141–183.

Mixon S. (2009), *Option markets and implied volatility: Past versus present*, Journal of Financial Economics, 94, 171–191.

Poon S., Granger C.W.J. (2003), *Forecasting volatility in financial markets*: A review, Journal of Economic Literature, 41, 478–539.

Raj M., Thurston D.C. (1998), *Transactions data examination of the effectiveness of the Black model for pricing options on Nikkei index futures*, Journal of Financial and Strategic Decisions, 11, 37–45.

Rogers L.C.G., Satchell S.E. (1991), *Estimating variance from high, low and closing prices*, The Annals of Applied Probability 1, 504–512.

Shu J., Zhang J. (2006), *Testing range estimators of historical volatility*, The Journal of Futures Markets 26, 297–313.

Ślepaczuk R., Zakrzewski G. (2009), *High-frequency and model-free volatility estimators*, University of Warsaw, Faculty of Economic Sciences,Working Papers 13/2009(23).

Yang D., Zhang Q. (2000), *Drift-independent volatility estimation based on high, low, open and close prices*, The Journal of Business 73, 477–491.

Zhang L., Mykland P.A., Aıt-Sahalia Y. (2005), *A tale of two time scales: determining integrated volatility with noisy high-frequency* data, Journal of the American Statistical Association 100, 1394–1411.

OPTION PRICING MODELS WITH HF DATA

Summary

Through the analysis of Black option pricing model with realized volatility (RV) on HF data (10s data for WIG20 index options in the first half of 2008 year) we present the properties of RV estimator. The detailed attention is put to utilization of RV as a sigma parameter in option pricing model. The properties of realized volatility analysed in details by Andersen et al. (2001a, 2001b, 2003), Martens and Dijk (2007) or Ślepaczuk and Zakrzewski (2009) enable to formulate the hypothesis, that the standard version of RV estimator (annualized sum of squared logarithmic rates of return calculated on the basis of HF data on interval delta) is characterized by high volatility of volatility. This feature significantly affects the efficiency of Black option pricing model with realized volatility. The properties of realized volatility can be significantly modified if RV estimator will be averaged or calculated on the basis of different time interval. In the first case, the properties of averaged RV estimator makes it similar to the classical standard deviation, reducing volatility of volatility, while in the second case, manipulating with the interval delta (at least within the tested interval: from 10s to 15m) we do not affect the properties of RV estimator. We analyse the relationship mentioned above and describe the influence of assumption taken in the process of RV calculation on the efficiency of Black option pricing model. At the end we try to define some characteristics of volatility estimator, which will be the most appropriate in the option pricing model.