Wiesław Łuczyński

ANALIZA HARMONICZNA I SPEKTRALNA W TEORII REALNYCH CYKLI KONIUNKTURALNYCH

Szkoła cyklu realnego utrzymuje, że przyczyną wahań koniunkturalnych są zmiany potencjału gospodarczego.[1] Teoria ta jest „najnowszą odmianą klasycznego poglądu na funkcjonowanie mechanizmu wahań gospodarczych. Zakłada ona występowanie długookresowych wahań w dynamice zmian technologii. Podmioty gospodarcze reagują na te fluktuacje poprzez racjonalizowanie swojej strategii w sferze podaży pracy oraz konsumpcji. Cykle koniunkturalne zgodnie z daną teorią są naturalną i efektywną odpowiedzią gospodarki na zmiany zachodzące w technologiach wytwarzania".[2]

Szkoła ta tłumacząc cykle koniunkturalne nie uwypukla strony popytowej. Wynika to m.in. z przyjęcia przez jej zwolenników walrasowskiego paradygmatu opróżniających (oczyszczających) się rynków. Mimo że wyobrażenie cen ujemnych jest z ekonomicznego punktu widzenia bezsensowne i mimo że fenomen zbędności czynników produkcji jest mało prawdopodobny, równowaga ogólna systemu walrasowskiego może zostać w określonych warunkach spełniona. Tymi warunkami są mianowicie: 1) stałe lub malejące efekty skali, 2) brak efektów zewnętrznych oraz 3) „z grubsza" substytucyjność wzajemna wszystkich dóbr.[3]

J. B. Long i Ch. Plosser listę założeń modeli realnego cyklu koniunkturalnego rozszerzają o 4) powszechnie dostępną i darmową informację (informacja ma zatem cechy dobra wolnego), 5) racjonalne oczekiwania, 6) niezmienność gustów i preferencji, 7) okresowość zmian technologii produkcji, 8) malejący produkt marginalny zastosowania czynników produkcji, 9) brak handlu zagranicznego, 10) brak sko-

---

[1] Twórcami tej teorii są: Finn Kydland z Carnegie-Mellon University, N. Gregory Mankiw z Harvard University, Edward Prescott z University of Minnesota, John Long i Charles Plosser z University of Rochester.

[2] **N. Gregory Mankiw**, Real Business Cycles, A New Keynesian Perspective, „Journal of Economic Perspectives", vol. 3, No. 3, 1989, s. 79.

[3] Zob. **M. Blaug**, Teoria ekonomii. Ujęcie retrospektywne, PWN, Warszawa 1994, s. 581.

relowania szoków, 11) brak pieniądza, 12) brak rządu, 13) brak kosztów dostosowania i 14) brak dóbr trwałego użytku.[4]

Na początku okresu każdy podmiot gospodarujący określa rozmiary i strukturę 1) koszyka dóbr konsumpcyjnych, 2) czasu wolnego oraz 3) czynników produkcji, które zostaną w całości wykorzystane lub skonsumowane w danym okresie. Suma konsumpcji i nakładów inwestycyjnych nie może przekroczyć wielkości produkcji, zaś czas pracy i wypoczynku nie powinien przekroczyć danego ich zasobu. Wielkości konsumpcji, czasu pracy, czasu wolnego, inwestycji i kapitału są nieujemne. Na procesy produkcyjne nakładają się egzogeniczne szoki podażowe o charakterze losowym. Brak dóbr trwałych oznacza, że gospodarka każdorazowo dysponuje dobrami wytworzonymi w okresie bezpośrednio poprzedzającymi okres dany. Pozytywne bądź negatywne szoki podażowe wymuszają na podmiotach gospodarujących korygowanie bieżących i przyszłych planów, a w konsekwencji zmiany wydajności pracy i preferencji konsumentów.

Kluczowe znaczenie dynamiki potencjalnego produktu krajowego brutto w teorii realnego cyklu koniunkturalnego ma na celu przesunięcie przyczyny sprawczej wahań koniunkturalnych ze strony popytowej na stronę podażową. Podstawowym źródłem wahań koniunkturalnych jest dla przedstawicieli omawianej szkoły reakcja popytu na czynniki produkcji pod wpływem zmian w sferze technologii i produkcji (przy danym zasobie kapitału i danej elastyczności cenowej czynników produkcji). Szkoła realnego cyklu koniunkturalnego podkreśla różnice występujące w dynamice realnych cen czynników w długim i w krótkim okresie. W krótkim okresie np. zmiany wydajności czynnika wynikają ze zmian w jego cenie realnej, w długim okresie – przeciwnie, to zmiany wydajności czynnika warunkują zmiany jego ceny realnej. W interpretacji mikroekonomicznej krzywą popytu na czynnik produkcji reprezentuje malejący (nieujemny) fragment krzywej wartości produktu krańcowego czynnika zmiennego, znajdujący się poniżej krzywej wartości produktu przeciętnego (lub wartości utargu z produktu krańcowego w warunkach zmienności wszystkich czynników). W rezultacie zmiany popytu są związane na mocy definicji ze zmianami w wydajności czynników produkcji, z czego wynika, że krzywa popytu przesuwa się tylko wówczas, gdy ulegnie przesunięciu funkcja produkcji. Opisane zależności, głównie o charakterze sezonowym, można zaobserwować w nieuprzemysłowionych gospodarkach konkurencyjnych.

Ważne miejsce w teorii realnego cyklu koniunktury odgrywa wybór metody mierzenia dynamiki produkcji. Zwolennicy danej teorii odwołują się do formuły R.M. Solowa.[5] Z formuły tej wynika, że stopa wzrostu produkcji jest liczona jako

---

[4] **J. B. Long, Ch. I. Ploser**, Real Business Cycles, „Journal of Political Economy", No.1, 1983, s. 39–69; **Ch. I. Plosser**, Understanding Real Business Cycles. „Journal of Economic Perspektives", vol. 3, No. 3, s. 51–77.

[5] **R. M. Solow**, Technical Change and the Aggregate Production Function, „Review of Economics and Statistics" vol. 39 (August 1957), s. 312–320.

suma zmian technologicznych oraz ważonych stóp wzrostu nakładów czynników produkcji. Postęp techniczny zmienia wydajność czynników produkcji w sposób neutralny. Głównym pytaniem jest, czy szoki podażowe (przesunięcia funkcji produkcji) uruchamiają wahania cykliczne. Modele realnych cykli koniunkturalnych przynoszą pozytywną odpowiedź na to pytanie:

– realna stopa procentowa może być zmienną słabo procykliczną,

– inwestycje są zmienną procykliczną,

– konsumpcja jest zmienną procykliczną, ale nie przyczynia się ona do ogólnych zmian w dynamice PKB,

– nakłady pracy są zmienną procykliczną,

– stawka płacy realnej jest zmienną procykliczną.[6]

Czy modele realnych cykli koniunkturalnych lepiej objaśniają dane empiryczne niż modele popytowe? Na tak postawione pytanie trudno jest dać jednoznaczną odpowiedź, bowiem teoretycy realnego cyklu unikają porównań stopnia dopasowania swoich modeli ze stopniem dopasowania modeli popytowych.[7] Zamiast tego posługują się metodą kalibracji, która polega na tym, ze oszacowane współczynniki niezbędne do generowania realnych cykli koniunkturalnych są zestawiane z niezależnymi ich oszacowaniami dla danych nominalnych.[8] Wstępna kalibracja modelu ma na celu uruchomienie procesu generowania wyników, których wiarygodność zależy od mocy przyjętych wobec modelu dynamicznego założeń. Im silniejsze są te założenia, tym bardziej wiarygodna jest generacja wyników.[9] Niezależnie od uznania procedury kalibracji za uzasadnioną metodę postępowania sporne wydaje się, czy oparte na niej testy potwierdzają teorię realnych cykli koniunktury. Weryfikacje modeli realnych cykli odwołują się ponadto do testów pierwiastka jednostkowego (*unit root tests*). Idea tych testów polega na przeprowadzeniu rozróżnienia między modelami trendostacjonarmymi (TS, *trend stationary*) a modelami przyrostostacjonarmymi (DF, *difference stationary*). Modele trendostacjonarme za źródło niestacjonarności badanego procesu uważają to, że proces składa się z deterministycznego trendu $(\alpha_1 + \alpha_2 t)$ i stacjonarnej zmiennej losowej ε_t wyrażającej odchylenia od niego:

$$y_1 = \alpha_1 + \alpha_2 t + \varepsilon_t . \qquad (1)$$

Modele przyrostostacjonarne natomiast przyczynę niestacjonarności widzą w procesie losowym postaci:

$$y_1 = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \varepsilon_t . \qquad (2)$$

---

[6] Zob. **R. J. Barro**, Makroekonomia, PWE, Warszawa 1997, s. 271–272.

[7] Zob. **T. Mayer**, Prawda kontra precyzja w ekonomii, PWN, Warszawa 1996, s. 160.

[8] **R. King, Ch. Plosser**, Money, Credit and Prices in a Real Business Cycle, „American Economic Review", vol. 74 (June 1984), s. 363–380.

[9] Zob. **J. Jakubczyc**, Wprowadzenie do ekonometrii dynamicznej, PWN, Warszawa–Wrocław 1996. s.150.

Modele TS i DS. są szczególnymi formami modelu ogólniejszego

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha_{1t} y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t . \tag{3}$$

Jeżeli odejmiemy stronami y_{t-1}, otrzymamy równanie:

$$y_t - y_{t-1} = \Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + (\alpha_1 + \alpha_2 - 1) y_{t-1} - \alpha_2 (y_{t-1} - y_{t-2}) + \varepsilon_t . \tag{4}$$

Równanie w tej postaci nadaje się do testowania hipotezy, że $\rho = \alpha_1 + \alpha_2 = 1$. Jeżeli $\rho = 1$, równanie opisuje proces trendostacjonarny, jeżeli natomiast $|\rho| < 1$, wówczas mamy do czynienia z procesem przyrostostacjonarnym. Hipoteza zerowa jest zatem równoznaczna hipotezie o istnieniu pierwiastka jednostkowego ostatniego równania. Hipoteza alternatywna głosi, że wartości bezwzględne pierwiastków równania są mniejsze niż jeden.[10]

Określenie typu stacjonarności procesu jest ważne przy doborze metody eliminacji niestacjonarności procesu. W przypadku procesu trendostacjonarnego eliminacja niestacjonarności polegałaby na wprowadzeniu trendu, natomiast w przypadku procesu przyrostostacjonarnego niestacjonarność może być usuwana poprzez różnicowanie. Jeżeli natomiast proces trendostacjonarny opisywany będzie modelem różnicowym, lub proces przyrostostacjonarny – modelem trendowym, wówczas otrzymamy regresje pozorne (choć statystycznie istotne). Ani metoda kalibracji, ani też testy pierwiastka jednostkowego nie zmniejszają trudności wyjaśnienia przyczyn procyklicznego ruchu płac realnych, dużej wrażliwości podmiotów na zmiany czynników określających podaż pracy, procykliczny ruch inwestycji. W rezultacie metody weryfikacji ilościowej występujących w gospodarce zbieżności nie przesądzają o istnieniu i ukierunkowaniu zależności przyczynowo-skutkowych.[11]

Szeroka krytyka teorii realnego cyklu koniunktury[12] nie zmienia faktu, że prowadzone w ramach teorii realnego cyklu koniunkturalnego badania empiryczne potwierdziły m.in. procykliczność dynamiki zmian konsumpcji i inwestycji, antycykliczność zmian cen, naprzeciwcykliczność (*countercyclical*) ruchu eksportu netto, silniejsze wahania inwestycji i słabsze wahania konsumpcji w porównaniu

---

[10] Zob. **A. Welfe**, Ekonometria. Metody i ich zastosowanie, PWE, Warszawa 1995, s. 287–288; **P. C. B. Philips**, Towards a unified asymptotic theory for autoregression, „Biometrica", 74,3, 1987, s. 535–547; **P. Perro**, The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis, „Econometrica" vol. 57, No. 6 (November, 1989), s. 1361–1401.

[11] Zob. **M. Lubiński**, Mechanizm wahań aktywności gospodarczej w Polsce w procesie transformacji. Transformacja systemowa a teorie cyklu koniunkturalnego, Wyd. Fundacja Promocji Rozwoju im. E. Lipińskiego, Warszawa 1997, s. 31–33.

[12] **R. A. Hart, J. R. Malley**, Excess Labour and the Bisiness Cycle: A Comparative Study of Japan, Germany, the United Kongdom and the United States, „Economica" No. 63, 1996, s. 325–342; **N. G. Mankiw**, Real Bisuness Cycles..., op.cit., s. 79; **L. Summers**, Some Sceptical Observations on Real Business Cycles Theory. Federal Reserve Bank of Minneapolis, „Quarterly Review", vol. 10, 1986, s. 23–31.

z produkcją, autonomiczność cyklicznych zmian wydatków rządowych i agregatów pieniężnych.[13] Mimo że fakty te są dobrze znane i wyjaśnione w ramach innych teorii cyklu koniunkturalnego, ich interpretacja w teorii realnego cyklu jest względnie mocniej osadzona w teorii mikroekonomicznej.

Testowaniu hipotezy cyklu realnego poddane zostały miesięczne dane wskaźnika ogólnego klimatu koniunktury przemysłu przetwórczego Polski (WSK1), ogólnego klimatu koniunktury przedsiębiorstw sektora publicznego (WSK2), sektora prywatnego (WSK3), małych (WSK4) oraz średnich przedsiębiorstw (WSK5). Dane publikowane w biuletynach GUS obejmują okres od czerwca 1992 r. do czerwca 1997 r. (ogółem 61 danych w każdym szeregu).

Modele testowania hipotezy pierwiastka jednostkowego miały postać:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \tag{5}$$

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + (\alpha_1 + \alpha_2 - 1) y_{t-1} - \alpha_2 (y_{t-1} - y_{t-2}) + \varepsilon_t . \tag{6}$$

Odpowiednie statystyki zaczerpnięto z tabel rozkładu 8.5.1. i 8.5.2. $\overline{\rho}_\tau$ i $\overline{\tau}_\tau$ pracy W.A. Fullera: *Introduction to statistical time series*. Wnioskowanie o nieodrzuceniu (proces trendostacjonarny) lub odrzuceniu (proces przyrostostacjonarny) hipotezy o istnieniu pierwiastka jednostkowego modelu Δy_t odbywało się na różnych poziomach prawdopodobieństwa popełnienia błędu (tzw. poziom ufności odrzucenia hipotezy zerowej). Hipotezą zerową było to, że pierwiastek szacowanego modelu jest zerowy: $\alpha_1 + \alpha_2 - 1 = 0$. Teza alternatywna głosi, że oba pierwiastki w wyrażeniu bezwzględnym są mniejsze od zera. Uzyskane wyniki testu pierwiastka zawiera poniższe zestawienie.

Tabela 1. Oszacowane parametry wskaźników koniunktury (w nawiasach błędy standardowe szacunku oraz prawdopodobieństwa popełnienia błędu przy odrzuceniu hipotezy zerowej)

y_t	β_0	β_1	$\alpha_1+\alpha_2-1$	α_2	ρ_τ	τ_τ	TS	DS
WSK1	-3,6772	0,0672	-0,1683	-0,0380	-8,9162	-2,7692	+	–
	(1,0646)	(0,0223)	(0,0608)	(0,0606)	(0,90)	(0,90)		
WSK2	-3,6417	0,0469	-0,1677	-0,1835	-7,7291	-2,5805	+	–
	(1,4946)	(0,0301)	(0,0650)	(0,0660)	(0,90)	(0,90)		
WSK3	-2,0167	0,0629	0,0098	0,0098	-8,7811	-3,1957	–	+
	(0,5196)	(0,0137)	(0,0501)	(0,0501)	(0,90)	(0,01)		
WSK4	-2,8979	0,0626	-0,0698	-0,0698	-14,7807	-5,0710	–	+
	(0,6992)	(0,0170)	(0,0571)	(0,0571)	(0,90)	(0,01)		
WSK5	-9,3112	0,1513	-0,4011	-0,4011	-10,2008	-10,4978	–	+
	(0,8801)	(0,0141)	(0,0249)	(0,0249)	(0,90)	(0,010)		

[13] Zob. **M. Lubiński**, Mechanizm wahań..., op.cit. s. 37. W Niemczech konsumpcja zbiorowa jest acykliczna (acyclical), a w Austrii natomiast naprzeciwcykliczna. **P. Brandner, K. Neusser**, Business Cycles in Open Economics: Stylized Facts for Austria and Germany, Weltwirtschaftliches Archiw, Heft 1, 1992, 2 s. 67–87.

Jedynie dwa pierwsze szeregi (klimat koniunktury przemysłu przetwórczego oraz klimat koniunktury dla grupy przedsiębiorstw publicznych) można z 10% prawdopodobieństwem popełnienia błędu zakwalifikować jako procesy trendostacjonarne, albowiem odrzucamy hipotezę zerową (o istnieniu pierwiastka jednostkowego równoznaczną tezie, że proces jest trendostacjonarny) z prawdopodobieństwem popełnienia błędu w 90 przypadkach na 100. Pozostałe szeregi zakwalifikowaliśmy jako przyrostostacjonarne z uwagi na znaczącą przewagę prawdopodobieństwa popełnienia błędu odrzucenia hipotezy zerowej przez drugi test. Zgodnie ze statystyką pierwszą odrzucenie hipotezy zerowej wiąże się z prawdopodobieństwem popełnienia błędu rzędu 90%, natomiast statystyka druga pozwala odrzucić daną hipotezę z prawdopodobieństwem popełnienia 1 pomyłki na 100 przypadków. Dlatego odrzucamy hipotezę o trendostacjonarnym charakterze pozostałych szeregów i kwalifikujemy je jako przyrostostacjonarne.

Po określeniu typu stacjonarności szeregu[14] dane poddano analizie harmonicznej. Analiza ta co prawda nie wymaga założenia stacjonarności procesów oraz nie narzuca z góry okresowości (częstości) wahań regularnych. Okazało się jednak interesujące porównanie struktur harmonicznych szeregów przed i po usunięciu niestacjonarności. Badane szeregi przybliżane były sumą trendu (liniowego, kwadratowego lub hiperbolicznego – w zależności od minimalnej wielkości zmienności resztowej) oraz składowych harmonicznych postaci:

$$y_t = T_r + \sum_i A_i \sin(\omega_i + \varphi_i),$$

gdzie T_r, A_i, ω_i, φ_i to odpowiednio funkcja trendu, amplituda, częstotliwość i przesunięcie fazowe i-tej, statystycznie istotnej harmoniki. O istotności składowych harmonik decydują statystyki *F*-Snedecora oraz *t*-Studenta (na poziomie ufności 0,05). Częstości $\omega_i = 2\pi t / p_i$, gdzie p_i to okresy wahań regularnych nie są określone a priori.[15] Uzyskane wyniki prezentujemy w poniższym zestawieniu krzywych porównawczych oraz z pomocą wykresów.

---

[14] Wykorzystano w tym celu specjalne rozkłady statystyczne W. A. Fullera – **W. A. Fuller**, Introduction to Statistical Time Series, John Wiley&Sons, New York, London, Sydney, Toronto 1976, Tab. 8.5.1. i 8.5.2. s. 371, 373; Por. **D. A. Dickey, W. A. Fuller**, Likehood Ratio Statistics Autoregressive Time Series with a Unit Root, „Econometrica", vol. 49, No. 4 (July 1981), s. 1057–1072.

[15] Zob. **B. Guzik**, Segmentowe modele ekonometryczne, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 1993; **Z. Hellwig**, Schemat budowy prognozy statystycznej metodą waga harmonicznych, „Przegląd Statystyczny", t. 14/2, Nr 2, 1967; **Z. Hellwig**, Metody analizy dynamiki i rytmiczności zjawisk gospodarczych, PWN, Warszawa 1974, s. 96–102; **M. Malinowska-Wasyl**, Metoda wykrywania wahań regularnych w procesach gospodarczych, Wyd. GUS, Warszawa 1976; Koniunktura gospodarcza Polski. Analiza grup produktowych, praca zbiorowa pod red. M. Rekowskiego, Wyd. AE w Poznaniu 1997, s. 245–247.

Przemysł przetwórczy

Proces trendostacjonarny przed usunięciem niestacjonarności (przyrostowej):

$$y_t = 34{,}73 + 1{,}29t - 0{,}014t^2 + 2{,}11\sin\left(\frac{2\pi t}{30} + 4{,}5\right) + 2{,}45\sin\left(\frac{2\pi t}{27} + 4{,}71\right) +$$

$$+ 2{,}12\sin\left(\frac{2\pi t}{27} + 3{,}55\right) + 2{,}73\sin\left(\frac{2\pi t}{26} + 6{,}16\right) + 2{,}12\sin\left(\frac{2\pi t}{18{,}67} + 3{,}93\right);$$

po usunięciu niestacjonarności:

$$y_t = 4{,}99 + 0{,}21t - 0{,}0024t^2 + 1{,}023\sin\left(\frac{2\pi t}{38} + 6{,}15\right).$$

Przedsiębiorstwa sektora publicznego

Proces trendostacjonarny przed usunięciem niestacjonarności (przyrostowej):

$$y_t = -40{,}94 + 1{,}59t - 0{,}019t^2 + 2{,}31\sin\left(\frac{2\pi t}{31{,}3} + 4{,}71\right) + 1{,}91\sin\left(\frac{2\pi t}{30{,}7} + 4{,}75\right) +$$

$$+ 2{,}10\sin\left(\frac{2\pi t}{29{,}5} + 4{,}67\right) + 2{,}04\sin\left(\frac{2\pi t}{28{,}5} + 5{,}10\right) + 2{,}46\sin\left(\frac{2\pi t}{27} + 3{,}61\right) +$$

$$+ 1{,}65\sin\left(\frac{2\pi t}{22} + 6{,}66\right) + 2{,}02\sin\left(\frac{2\pi t}{21{,}6} + 6{,}60\right) + 1{,}88\sin\left(\frac{2\pi t}{18{,}4} + 4{,}95\right) +$$

$$+ 1{,}90\sin\left(\frac{2\pi t}{17{,}3} + 3{,}81\right) + 2{,}74\sin\left(\frac{2\pi t}{16{,}3} + 2{,}01\right) + 1{,}89\sin\left(\frac{2\pi t}{16{,}3} + 9{,}51\right);$$

po usunięciu niestacjonarności:

$$y_t = -6{,}91 + 0{,}35t - 0{,}005t^2 + 0{,}98\sin\left(\frac{2\pi t}{37{,}3} + 6{,}03\right).$$

Przedsiębiorstwa sektora prywatnego

Proces trendostacjonarny przed usunięciem niestacjonarności (przyrostowej):

$$y_t = -18{,}60 + 0{,}69\,t - 0{,}005\,t^2 + 1{,}15\sin\left(\frac{2\pi t}{26{,}7} + 2{,}87\right) + 0{,}99\sin\left(\frac{2\pi t}{23{,}5} + 4{,}59\right) +$$

$$+ 1{,}07\sin\left(\frac{2\pi t}{26} + 7{,}79\right) + 1{,}13\sin\left(\frac{2\pi t}{24{,}5} + 7{,}85\right) + 1{,}20\sin\left(\frac{2\pi t}{16{,}7} + 9{,}05\right) +$$

$$+ 1{,}03\sin\left(\frac{2\pi t}{16} + 3{,}96\right);$$

po usunięciu niestacjonarności:

$$y_t = -16{,}67 + 0{,}69\,t - 0{,}006\,t^2 + 1{,}31\sin\left(\frac{2\pi t}{25{,}3} + 2{,}85\right) + 1{,}29\sin\left(\frac{2\pi t}{24} + 8{,}05\right) +$$

$$+ 1{,}33\sin\left(\frac{2\pi t}{18{,}3} + 4{,}14\right) + 1{,}28\sin\left(\frac{2\pi t}{18} + 2{,}03\right) + 1{,}47\sin\left(\frac{2\pi t}{18} + 5{,}64\right).$$

Przedsiębiorstwa małe

Proces trendostacjonarny przed usunięciem niestacjonarności (przyrostowej):

$$y_t = -16{,}35 + 0{,}62\,t - 0{,}006\,t^2 + 0{,}899\sin\left(\frac{2\pi t}{37{,}3} + 5{,}81\right) + 0{,}95\sin\left(\frac{2\pi t}{35{,}3} + 8{,}51\right) +$$

$$+ 0{,}95\sin\left(\frac{2\pi t}{28} + 4{,}77\right) + 0{,}87\sin\left(\frac{2\pi t}{24} + 0{,}46\right) + 1{,}01\sin\left(\frac{2\pi t}{22{,}5} + 0{,}4\right) +$$

$$+ 0{,}95\sin\left(\frac{2\pi t}{20{,}8} - 0{,}45\right) + 0{,}75\sin\left(\frac{2\pi t}{14{,}75} + 0{,}24\right);$$

po usunięciu niestacjonarności:

$$y_t = 13{,}67 + 0{,}60t - 0{,}006t^2 + 0{,}86\sin\left(\frac{2\pi t}{38} + 5{,}9\right) + 0{,}98\sin\left(\frac{2\pi t}{35} + 8{,}62\right) +$$

$$+ 0{,}99\sin\left(\frac{2\pi t}{34} + 8{,}59\right) + 0{,}93\sin\left(\frac{2\pi t}{27{,}5} + 5{,}23\right) + 0{,}97\sin\left(\frac{2\pi t}{24{,}5} + 1{,}25\right) +$$

$$+ 0{,}96\sin\left(\frac{2\pi t}{20{,}4} - 0{,}22\right).$$

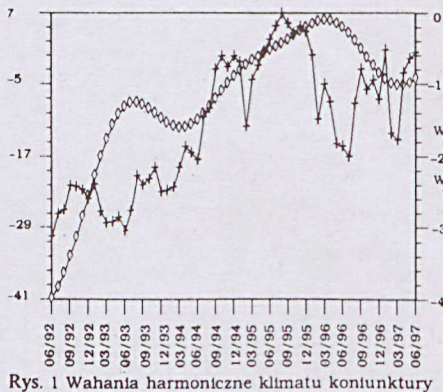
Przedsiębiorstwa średnie

Proces trendostacjonarny przed usunięciem niestacjonarności (przyrostowej);

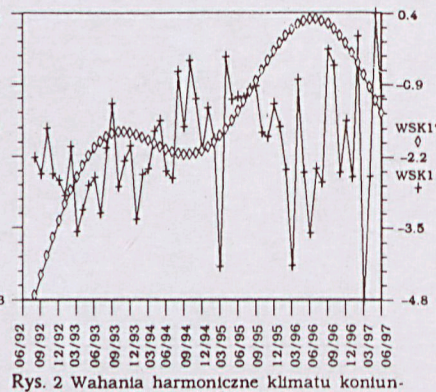
po usunięciu niestacjonarności:

$$y_t = 23{,}3 + 0{,}62t - 0{,}005t^2 + 2{,}61\sin\left(\frac{2\pi t}{38} + 9{,}07\right) + 1{,}68\sin\left(\frac{2\pi t}{36{,}7} + 5{,}97\right) +$$

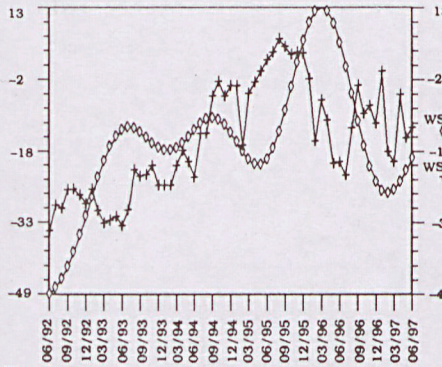
$$+ 1{,}13\sin\left(\frac{2\pi t}{26} + 2{,}70\right) + 1{,}17\sin\left(\frac{2\pi t}{25{,}3} + 3{,}76\right).$$



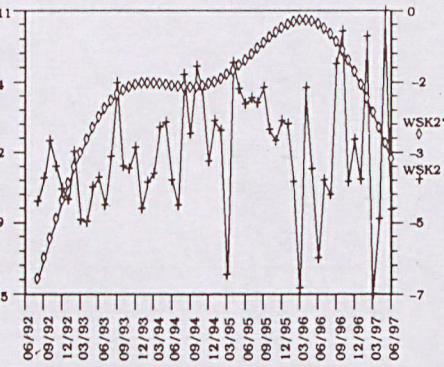
Rys. 1 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury przemysłu przetwórczego w Polsce w latach 1992–1997r.



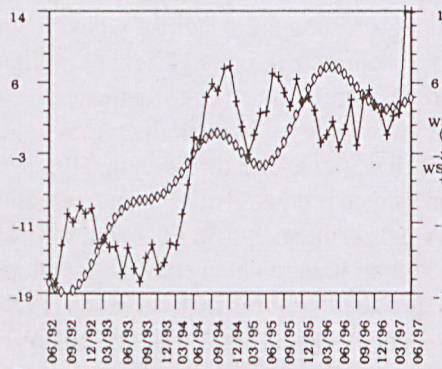
Rys. 2 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury przemysłu przetwórczego (po usunięciu niestacjonarności) w Polsce w latach 1992–1997r.



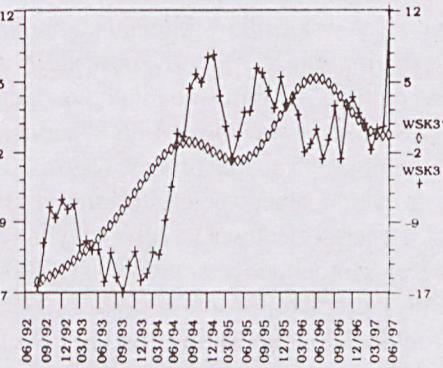
Rys. 3 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury przedsiębiorstw publicznych w Polsce w latach 1992– 1997r.



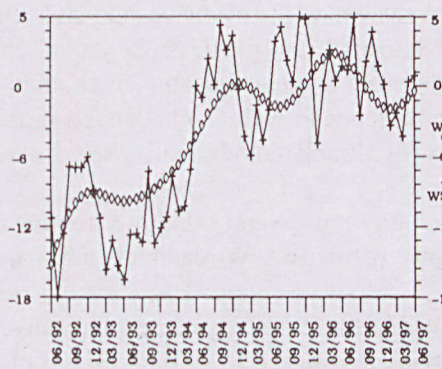
Rys. 4 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury przedsiębiorstw publicznych (po usunięciu niestacjonarności) w Polsce w latach 1992–1997r.



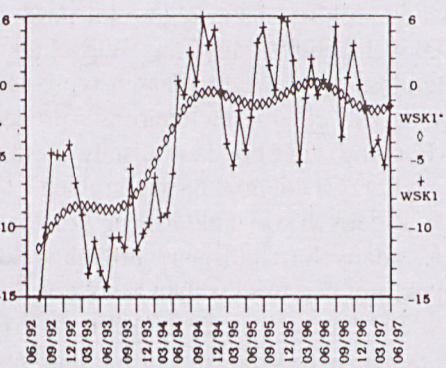
Rys. 5 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury przedsiębiorstw prywatnych w Polsce w latach 1992–1997r.



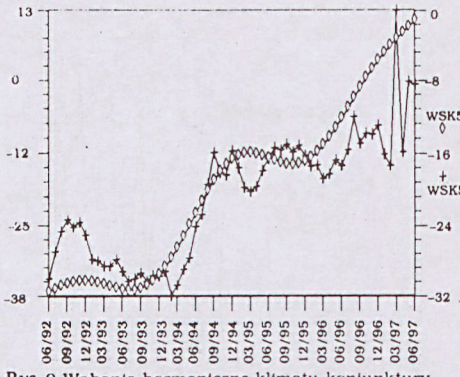
Rys. 6 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury przedsiębiorstw prywatnych (po usunięciu niestacjonarności) w Polsce w latach 1992–1997r.



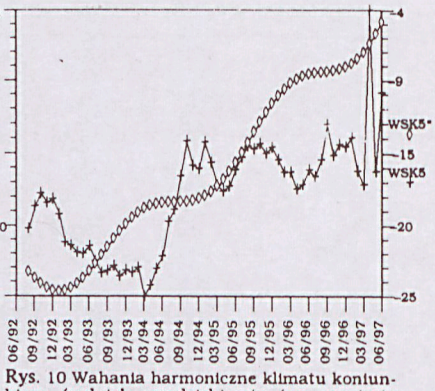
Rys. 7 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury małych przedsiębiorstw w Polsce w latach 1992–1997r.



Rys. 8 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury małych przedsiębiorstw (po usunięciu niestacjonarności) w Polsce w latach 1992–1997r.



Rys. 9 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury średnich przedsiębiorstw w Polsce w latach 1992–1997r.



Rys. 10 Wahania harmoniczne klimatu koniunktury średnich przedsiębiorstw (po usunięciu niestacjonarności) w Polsce w latach 1992–1997r.

Analiza harmoniczna odsłania skomplikowaną strukturę wahań quasi-periodycznych wskaźników klimatu koniunkturalnego. Usunięcie składnika wnoszącego niestacjonarność z reguły powoduje uproszczenie struktury cyklicznej wahań, uwydatnia przy tym wahania o względnie dłuższym okresie (36–38 miesięcy).

Surowsze wymogi co do stacjonarności szeregów stawia analiza spektralna prezentująca wahania procesów gospodarczych w ujęciu częstościowym. Hipoteza testu cyklu realnego przetestowana została na danych produkcji miesięcznej cementu (PC), energii elektrycznej (PEE), wydobycia węgla kamiennego (WEG), stali surowej (PSS), samochodów osobowych (PSO), produkcji przemysłu przetwórczego netto (PPN), produkcji środków produkcji (PSP), produkcji dóbr inwestycyjnych (PDI), produkcji dóbr konsumpcyjnych (PDK), wolumenu eksportu (WE) i importu (WI), zatrudnienia w przemyśle (ZATR) i bezrobocia (BEZR) RFN/Niemiec w latach 1949–1996 (ogółem 576 danych w każdym szeregu indeksów liczonych jako stosunek realnych wielkości fizycznych lub zagregowanych analogicznych miesięcy danego roku do bazowego roku 1948; dane zaczerpnięte zostały ze statystyk oficjalnych publikowanych w „Wirtschaft und Statistik" 1949–1997 przez Statistische Bundesamt). Po sprawdzeniu typu stacjonarności szeregu i usunięciu składnika „wnoszącego" niestacjonarność (procedura wstępnego wybielania danych – prewhitening) dane poddane zostały częstościowej filtracji metodą analizy spektralnej z wykorzystaniem okna spektralnego Tukeya.

Z danych o charakterze przyrostostacjonarnym usuwano składową trendową, zaś z danych trendostacjonarnych – składową różnicową. W rezultacie uzyskano spektrum częstości wahań szeregów[16].

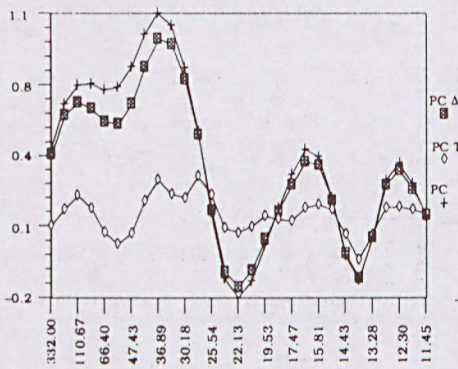
Liczba testowanych danych $n = 576$ (po wybieleniu $n = 574$), ilość estymowanych parametrów $p=4$. Statystyka $\overline{\rho}_\tau$ obliczana jest jak $\overline{\rho}_\tau = (n-p)(\alpha_1+\alpha_2-1)(1+\alpha_2)^{-1}$. Ma ona zgodnie z wynikami badań W. A. Fullera (str. 379) rozkład zbliżony do

[16] Do obliczeń użyto programu autorskiego Spektrgraf napisanego w języku GFA Basic 3.0 dla komputera Atari Mega 4.

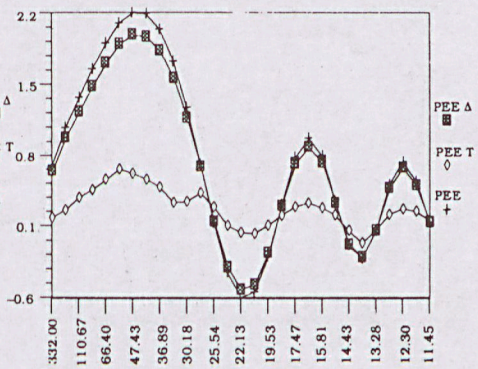
$n(\overline{\rho}_\tau - 1)$. Statystyka $\overline{\tau}_\tau$ natomiast obliczana jest jako iloraz współczynnika regresji przy zmiennej egzogenicznej y_{t-1} i jego błędu standardowego: $\overline{\tau}_\tau = \alpha_2 \sigma_2^{-1}$.

Tabela 2. Oszacowane parametry danych miesięcznych produkcji przemysłowej, rynku pracy i handlu zagranicznego Niemiec

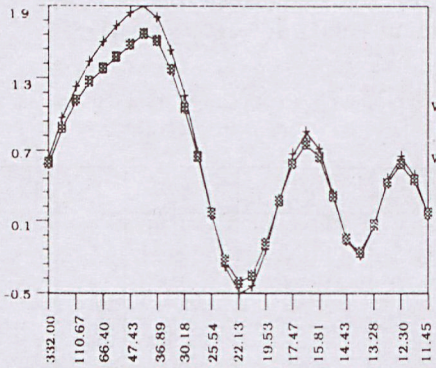
y_t	β_0	β_1	$\alpha_1+\alpha_2-1$	α_2	ρ_τ	τ_τ	TS	DS
PC	145,636	0,2191	-0,3511	-0,3616	-146,9839	-0,4120	+	+
	(499,1560)	(1,2066)	(0,8522)	(0,8527)	(0,01)	(0,99)		
PEE	-101,0421	2,3088	-0,4734	-0,1672	-231,2007	-0,7532	+	+
	(303,8161)	(3,3887)	(0,6286)	(0,6284)	(0,01)	(0,975)		
WEG	54,2946	-0,0569	-0,3250	-0,2497	-148,2370	-12,1043	–	+
	(4,1886)	(0,0049)	(0,0269)	(0,0268)	(0,01)	(0,01)		
PSS	131,0540	0,24499	-0,2923	0,0882	-182,6937	-0,2709	+	+
	(507,4206)	(1,3152)	(1,0788)	(1,0798)	(0,01)	(0,99)		
PSO	1222,2731	11,5884	-0,4478	-0,0239	-249,2840	-0,0098	+	+
	(472312,8016)	(1805,2657)	(45,5027)	(45,5613)	(0,01)	(0,99)		
PPN	183,4000	1,9745	-0,9993	0,5933	-1400,6463	-0,5425	+	+
	(714,7433)	(4,4720)	(1,8421)	(1,8550)	(0,01)	(0,99)		
PSP	115,5299	1,2126	-0,5175	0,2154	-375,9516	-0,3951	+	+
	(559,2678)	(3,2473)	(1,3098)	(1,3103)	(0,01)	(0,99)		
PDI	190,5164	4,3441	-1,0670	0,4882	-1188,4372	-0,2082	+	+
	(4207,3244)	(27,8536)	(5,1256)	(5,1526)	(0,01)	(0,99)		
PDK	243,3710	1,2731	-0,9373	0,4125	-909,3311	-0,3426	+	+
	(1361,8868)	(5,4096)	(2,7356)	(2,7562)	(0,01)	(0,99)		
WE	-666,4233	22,0037	-0,9295	0,1219	-603,3759	-0,0332	+	+
	(143422,3959)	(957,2034)	(27,9993)	(27,0295)	(0,01)	(0,99)		
WI	-396,6208	11,0228	-1,0872	0,0298	-638,7523	-0,0278	+	+
	(171568,5807)	(770,9848)	(39,16461)	(39,1685)	(0,01)	(0,99)		
ZATR	25,4240	0,0004	-0,1018	0,1846	-71,1801	-3,4302	–	+
	(3,0547)	(0,0029)	(0,0297)	(0,0296)	(0,01)	(0,05)		
BEZR	11,9504	0,1515	-0,2655	-0,3574	-111,4925	-0,4907	+	+
	(141,1115)	(0,4996)	(0,5411)	(0,5407)	(0,01)	(0,99)		



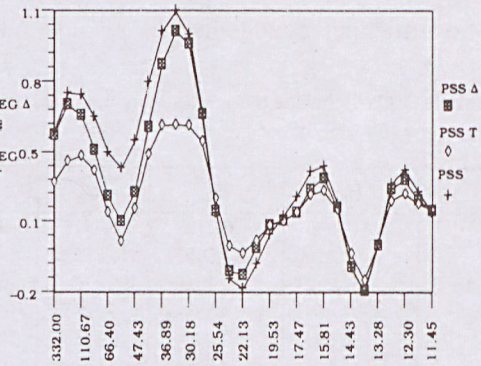
Rys. 11 Spektrum Tukey'a produkcji cementu RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



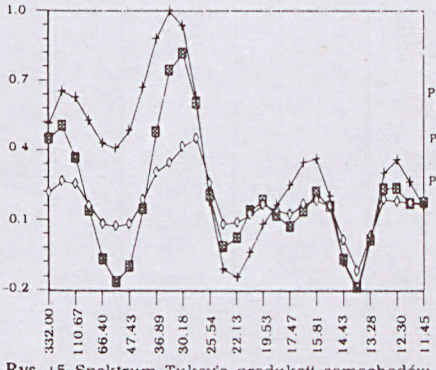
Rys. 12 Spektrum Tukey'a produkcji energii elektrycznej RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



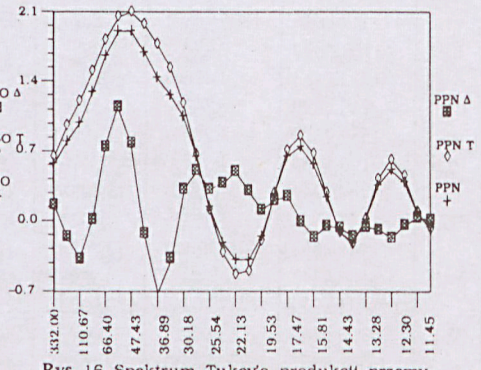
Rys. 13 Spektrum Tukey'a wydobycia węgla kamiennego RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



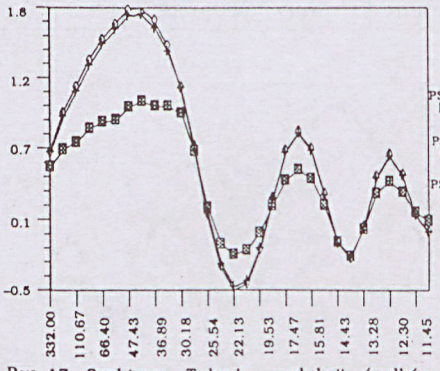
Rys. 14 Spektrum Tukey'a produkcji stali surowej RFN/Niemiec w latach 1949– 1996r.



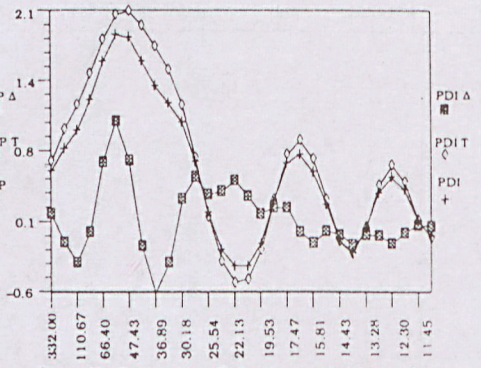
Rys. 15 Spektrum Tukey'a produkcji samochodów osobowych RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



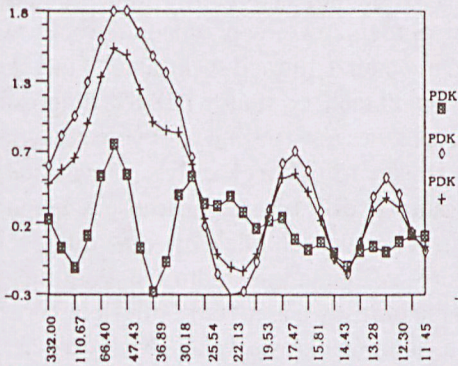
Rys. 16 Spektrum Tukey'a produkcji przemysłowej netto RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



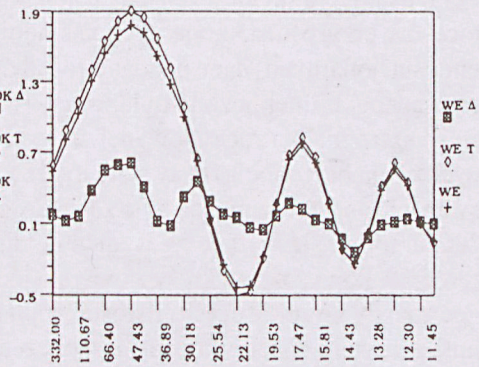
Rys. 17 Spektrum Tukey'a produkcji środków produkcji RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



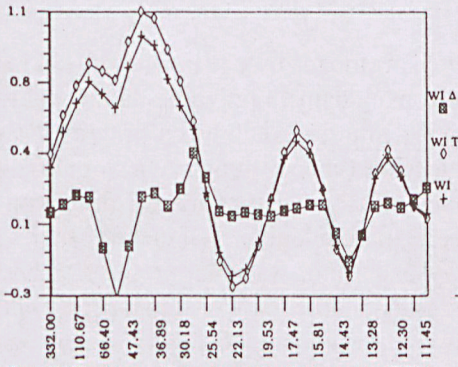
Rys. 18 Spektrum Tukey'a produkcji dóbr inwestycyjnych RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



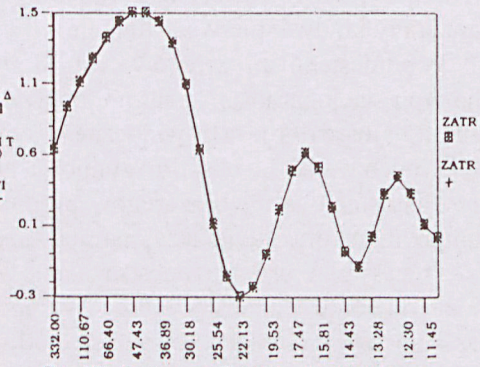
Rys. 19 Spektrum Tukey'a produkcji dóbr konsumpcyjnych RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



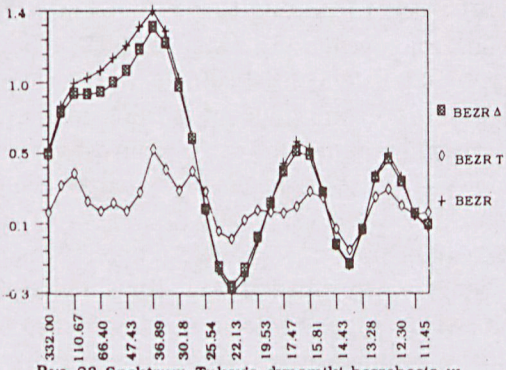
Rys. 20 Spektrum Tukey'a wielkości eksportu RFN/Niemiec w latach 1949– 1996r.



Rys. 21 Spektrum Tukey'a wielkości importu RFN/Niemiec w latach 1949–1996r.



Rys. 22 Spektrum Tukey'a zatrudnienia w przemyśle RFN/Niemiec w latach 1949– 1996r.



Rys. 23 Spektrum Tukey'a dynamiki bezrobocia w RFN/Niemczech w latach 1949–1996r.

Po usunięciu składowych niestacjonarnych (składowej trendowej w przypadku procesów przyrostostacjonarnych i składowej różnicowej w przypadku procesów trendostacjonarnych) dane poddane zostały procedurze filtracji spektralnej. Funkcja gęstości spektralnej liczona była w $m = 166$ punktach, co stanowi 28,8% długości całego szeregu. Dla zdecydowanej większości szeregów (poza wydobyciem węgla i wielkością bezrobocia) testy statystyczne Dickeya-Fullera okazały się zbyt słabe, aby na ich podstawie można było zdecydowanie określić typ stacjonarności szeregu. Wynika to jak się wydaje ze względnie dużych wartości indeksów oraz długości szeregów. Powyższe wykresy zawierają pierwsze 30 punktów obliczeń. Pominięte więc zostały wysokie częstotliwości (wahania okresowe poniżej 12 miesięcy) oraz punkt zerowej częstotliwości o nieskończenie długim okresie wahań. Na wykresach mamy trzy funkcje gęstości spektralnej: szeregu danych surowych, danych uzyskanych po usunięciu niestacjonarności trendowej i danych po usunięciu niestacjonarności przyrostowej (w odniesieniu do wydobycia węgla i bezrobocia wykres zawiera tylko dwie pierwsze funkcje).

W odniesieniu do szeregów, co do których nie można było jednoznacznie określić typu stacjonarności, spektrum oczyszczonych danych przypomina tzw. biały szum. Najbardziej jest to widoczne w odniesieniu do składowych przyrostostacjonarnych wielkości eksportu i importu, ale także (choć w mniejszym stopniu) do przyrostostacjonarnych szeregów produkcji dóbr inwestycyjnych i dóbr konsumpcyjnych oraz trendostacjonarnego szeregu produkcji energii elektrycznej.

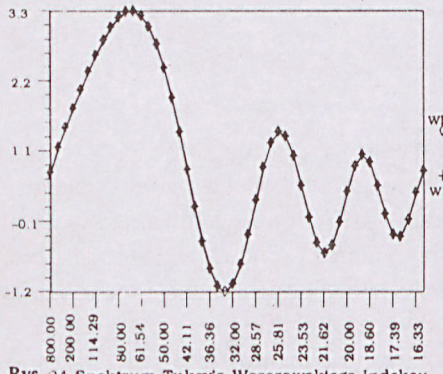
Procesy przyrosto- i trendostacjonarne wykazują m.in. wahania okresowe w przedziale od 66 do 36 miesięcy. Procesy trendostacjonarne natomiast mają spektrum przesunięte w kierunku wyższych częstotliwości. Usunięcie składnika różnicowego z procesów trendostacjonarnych uwypukla bowiem wysokie częstotliwości.

Analizie spektralnej poddane zostały także indeksy dynamiki notowań giełdowych WIG, Exbudu, Kabli, Krosna, Próchnika i Tonsilu. Badania objęły wszystkie sesje giełdowe od 16 kwietnia 1991 r. do 21 listopada 1997 r. (ogółem 1199 danych; indeksy tworzono przy założeniu, że notowania z 16 kwietnia 1991 = 100). Po określeniu typu stacjonarności szeregu i usunięciu składnika wnoszącego niestacjonarność dane surowe i dane oczyszczone poddane zostały analizie spektralnej (okno spektralne Tukey'a, liczba obliczeń $m = 400$). Częstotliwość wahań w tym przypadku to częstości sesji giełdowych (nie są one regularne i przedstawienie danych jako szeregu czasowego bez luk nie zawsze jest możliwe).

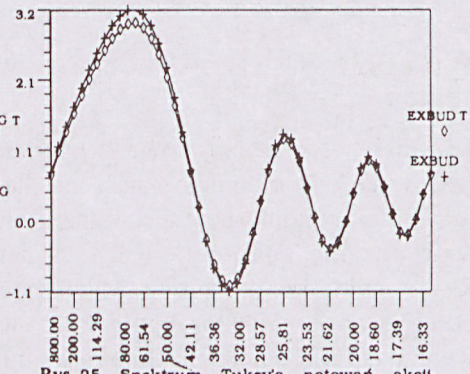
Spektrum dla danych surowych przyjmuje postać typową dla procesów losowych określaną jako kolorowy szum. Jedynie w przypadku akcji Tonsilu płaskie spektrum danych trendostacjonarnych świadczy, że składowa trendostacjonarna jest tzw. białym szumem. Wyniki analizy spektralnej przeprowadzonej dla danych surowych i dla danych z usuniętą niestacjonarnoscią przyrostową praktycznie pokrywają się (w przypadku Tonsilu dla danych oryginalnych i danych z usuniętą niestacjonarnością trendową). Analiza spektralna dla indeksów giełdowych wskazuje, że procesy dynamiki notowań giełdowych mają cechy dynamik chaotycznych.

Tabela 3. Oszacowane parametry notowań giełdowych wybranych spółek w Polsce

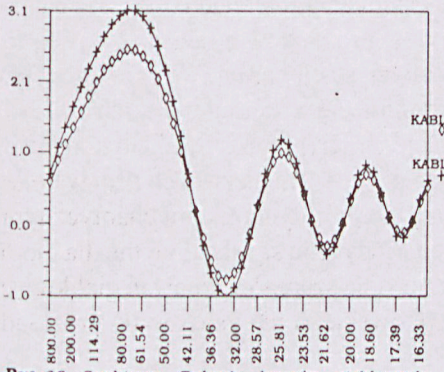
y_t	β_0	β_1	$\alpha_1+\alpha_2-1$	α_2	ρ_τ	τ_τ	TS	DS
WIG	2,7599	0,0068	-0,0062	0,3139	-10,7601	-0,3507	+	–
	(1,0813)	(0,0027)	(0,0177)	(0,0177)	(0,90)	(0,99)		
Exbud	4,2176	0,0087	-0,117	0,1225	-15,9618	-0,5277	+	–
	(1,6046)	(0,0036)	(0,0222)	(0,0222)	(0,90)	(0,90)		
Kable	3,7901	0,0027	-0,0124	-0,1880	-12,4277	-0,4261	+	–
	(2,5426)	(0,0035)	(0,0290)	(0,0290)	(0,90)	(0,90)		
Krosno	3,0722	0,0027	-0,0076	0,1470	-10,5671	-0,2942	+	–
	(1,6816)	(0,0030)	(0,0257)	(0,0257)	(0,90)	(0,90)		
Próchnik	3,8511	-0,0027	(-0,0054)	0,3139	-10,7601	-0,1196	+	–
	(2,9574)	(0,0035)	(0,0363)	(0,0363)	(0,90)	(0,90)		
Tonsil	3,9280	-0,0004	-0,0180	0,0390	-22,3038	-0,4118	+	–
	(2,7814)	(0,0033)	(0,0436)	(0,0436)	(0,05)	(0,99)		



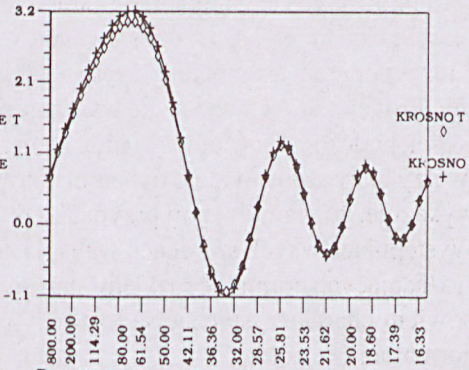
Rys. 24 Spektrum Tukey'a Warszawskiego Indeksu Giełdowego w okresie 1991–1997r.



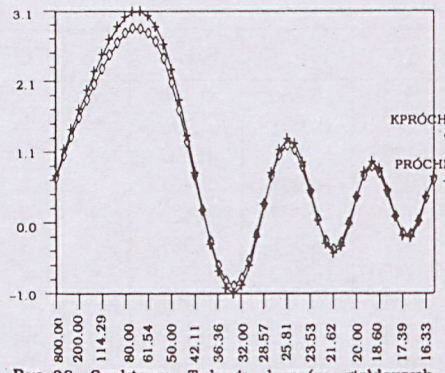
Rys. 25 Spektrum Tukey'a notowań akcji Exbudu w okresie 1991–1997r.



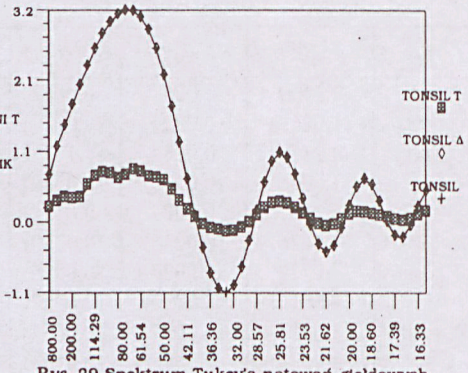
Rys. 26 Spektrum Tukey'a kursów giełdowych Kabli w okresie 1991–1997r.



Rys. 27 Spektrum Tukey'a notowań giełdowych Krosna w okresie 1991–1997r.



Rys. 28 Spektrum Tukey'a kursów giełdowych Próchnika w okresie 1991–1997r.



Rys. 29 Spektrum Tukey'a notowań giełdowych Tonsilu w okresie 1991–1997r.

Wnioski

Test pierwiastka jednostkowego pozwala ustalić typ stacjonarności szeregów czasowych, co ma kapitalne znaczenie dla procedury wstępnego wybielania danych w analizie harmonicznej i spektralnej. Unikamy dzięki temu „zalewania" spektrum przez pozorne, quasi-periodyczne wahania dynamiki procesów gospodarczych. Realne cykle koniunktury w RFN/Niemczech nie przekraczają pięcioletniego okresu wahań. Wahania koniunktury w Polsce określiliśmy opierając się na wybranych wskaźnikach klimatu koniunktury. Wskaźniki te ujmują liczbowo odczucia podmiotów gospodarczych mające z natury rzeczy charakter subiektywny. Perspektywa czasowa jest tu siłą rzeczy inna niż w procesach wytwórczych warunkowanych czynnikami o charakterze technicznym. Ponadto niższe częstotliwości „uzyskuje" się z pozostawienia w szeregu składowej niestacjonarnej, lub wręcz poprzez usunięcie z szeregu składowej stacjonarnej. Widmo procesów trendostacjonarnych wykazuje wyraźnie przesunięcie w kierunku niskich częstotliwości, podczas gdy widmo składowej niestacjonarnej (przyrostowej lub trendowej) tworzy biały szum. Widmo dynamik notowań giełdowych niektórych firm w Polsce wykazuje, że mamy w tym przypadku do czynienia z dynamikami chaotycznymi. Występujące w tych szeregach wahania nieperiodyczne są nieuchwytne dla metod zakładających normalne rozkłady statystyczne. Dla szeregów notowań giełdowych bowiem charakterystyczne są rozkłady paretowskie, a nie gaussowskie rozkłady normalne.

Wiesław Łuczyński

HARMONIC AND SPECTRAL ANALYSIS IN THE THEORY OF REAL BUSINESS CYCLES

Summary

The test of unitary root makes it possible to determine a type of stationary time series, which is of fundamental significance for the procedure of preliminary whitening of the data in harmonic and spectral analysis. In this way we avoid „flooding" the spectrum by apparent, quasiperiodic fluctuations of the dynamic of economic processes. Real business cycles in Germanydo not exceed a five--year period of fluctuations. Fluctuations in the Polish business conditions, as a rule, do not exceed the period of three years. Lower frequencies are „obtained" by leaving the non-stationary component in the series or by eliminating the stationary component from the series. The spectrum of trendo-stationary processes reveals a clear shift towards low frequencies, whreas the spectrum of non-stationary component (incremental or trend) creates a white noise. The spectrum of dynamics of stock exchange quotations of some Polish companies shows that in this case we have to deal with chaotic dynamics. Results of the analysis of the scaled range make it possible to put forword a hypothesis as to existence of three-year natual business cycles on the capital market in Poland. In the case of fluctuations over a longer time in stock exchange quotations accidental roaming takes place.