Marek Witkowski

MODEL REGRESJI KOSZTÓW W ANALIZIE WRAŻLIWOŚCI W RACHUNKU PROGU RENTOWNOŚCI

1. Wstęp

W procesie podejmowania decyzji krótkookresowych w przedsiębiorstwie bardzo użytecznym narzędziem pomocniczym jest rachunek progu rentowności. Pozwala on bowiem określić[1]:

- poziom sprzedaży, dla której przychód ze sprzedaży równy jest poniesionym kosztom całkowitym;
- poziom sprzedaży, który umożliwia uzyskanie określonego wyniku finansowego;
- wpływ zmian cen, kosztów stałych i zmiennych na wynik finansowy;
- pożądany poziom jednostkowych kosztów zmiennych lub (i) kosztów stałych;
- opłacalność różnych przedsięwzięć ekonomicznych w firmie.

W katalogu możliwości, jakie daje rachunek progu rentowności, dużą rolę odgrywa też analiza wrażliwości. Jej istota polega na badaniu wpływu na zmienność progu rentowności następujących czynników[2]:

- cen sprzedaży,
- jednostkowych kosztów zmiennych,
- kosztów stałych,

przy czym zakłada się z reguły zmianę jednego z czynników przy ceteris paribus pozostałych.

Rachunek progu rentowności (w skrócie RPR) może być prowadzony w przekroju poszczególnych asortymentów (przekrój analityczny) produkowanych i sprzedawanych w firmie oraz w przekroju całego przedsiębiorstwa (przekrój syntetycz-

---

[1] Por. E. Nowak, *Decyzyjne rachunki kosztów*, PWN, Warszawa 1994, s. 103–104.

[2] Por. M. Sierpińska, T. Jachna, *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa 2001, s. 207–208.

ny)[3]. Bez względu jednak na zastosowane podejście struktura informacji w RPR obejmuje:
- ceny jednostkowe sprzedaży produktów,
- ilości sprzedanych produktów,
- jednostkowe koszty zmienne,
- koszty stałe,
- marżę zysku.

Powoduje to, że w RPR, jak i w analizie wrażliwości, newralgicznym punktem jest wyodrębnienie kosztów stałych i zmiennych. Można tego dokonać, stosując różne metody analityczne[4]. W opracowaniu proponujemy wykorzystanie do tego celu modelu regresji pełzającej kosztów, zaś punkt ciężkości naszych rozważań skierowany będzie na syntetyczne podejście do analizy interesującego nas problemu.

2. Metoda badania

Rachunek progu rentowności opiera się na wielu założeniach[5], z których szczególnie istotne jest założenie o bezwzględnie stałym charakterze kosztów zmiennych oraz stałych w całym okresie objętym analizą. Założenie to można jednak uczynić mniej kłopotliwym w praktyce, jeśli odejdziemy od klasycznej postaci funkcji kosztów na rzecz uzmiennienia jej parametrów. Bardzo pomocna w tym względzie może okazać się metoda regresji pełzającej, prowadząca do konstrukcji tzw. modelu pełzającego kosztów[6]. Jego zasadniczą zaletą jest to, że występujące w funkcji regresji pełzającej parametry strukturalne są zmienne w czasie w tym sensie, że każdemu okresowi t odpowiada inna (z reguły) wartość tych parametrów[7].

Stosując model pełzający kosztów (MPK) w analizie wrażliwości progu rentowności przyjmujemy założenie, że zależność między kosztami całkowitymi a skalą działalności przedsiębiorstwa ma kształt liniowy, co, jak pokazują dotychczasowe doświadczenia empiryczne, jest całkowicie uzasadnione w tzw. okresach krótkich. Takich zaś okresów dotyczy właśnie RPR[8]. Wtedy parametr α_{0t} w modelu pełzającym kosztów reprezentuje koszty stałe, zaś α_{1t} jednostkowe koszty zmienne.

Analiza wrażliwości w RPR obejmuje swoim zakresem następujące etapy:

---

[3] Por. A. Jarugowa, J. Sobańska, P. Sochacka, *Metody kalkulacji, koszty, ceny, decyzje*, PWE, Warszawa 1991, s. 78–79.

[4] Por. E. Nowak, *Teoria kosztów w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, PWN, Warszawa 1996, s. 65–71.

[5] Por. E. Nowak, *Decyzyjne rachunki*, op.cit., s. 104.

[6] Por. M. Witkowski, *Regresja pełzająca w analizie progu rentowności przedsiębiorstwa*, Zeszyty Naukowe AE w Poznaniu nr 251, Poznań 1997, s. 84–95.

[7] Por. S. Bartosiewicz, *Ekonometria*, PWE, Warszawa 1976, s. 116–120.

[8] Por. E. Nowak, *Teoria kosztów*, op.cit., s. 79–80.

1) oszacowanie parametrów MPK na podstawie danych empirycznych pochodzących z firmy, a dotyczących *n* okresów;
2) ustalenie progu rentowności w wyrażeniu wartościowym;
3) określenie siły wpływu poszczególnych czynników na zmiany progu rentowności;
4) estymację marginesów bezpieczeństwa ze względu na zmianę danego czynnika.

Szczegółowy algorytm postępowania jest następujący:

- dokonujemy estymacji parametrów MPK metodą najmniejszych kwadratów, w wyniku której otrzymujemy:

$$\hat{y}_t = a_{0t} + a_{1t}x_t,$$

$t = 1, 2, \ldots, n$,
gdzie:
$\hat{y}_t$ – teoretyczny poziom kosztów całkowitych firmy w okresie t,
a_{0t} – oszacowanie kosztów stałych w okresie t,
a_{1t} – ocena jednostkowych kosztów zmiennych w okresie t,
x_t – przychody ze sprzedaży w przedsiębiorstwie w okresie t;

- obliczamy wartościowy próg rentowności przedsiębiorstwa w okresie t[9]:

$$PRW_t = \frac{a_{0t}}{1 - a_{1t}};$$

- określamy odporność przedsiębiorstwa na zmiany przychodów ze sprzedaży w okresie t:

$$MBW_t = 1 - \frac{a_{0t}}{x_t(1 - a_{1t})};$$

- estymujemy wrażliwość progu rentowności na zmianę:
  a) jednostkowych kosztów zmiennych:

$$k_{zt}^{\max} = 1 - \frac{a_{0t}}{x_t},$$

  b) kosztów stałych:

$$K_{st}^{\max} = x_t(1 - a_{1t});$$

- szacujemy margines bezpieczeństwa ze względu na:
  a) zmianę jednostkowych kosztów zmiennych:

[9] Por. M. Witkowski, *Regresja pełzająca*, s. 86–89.

$$M_{kzt} = \frac{x_t - a_{0t}}{a_{1t} x_t} - 1,$$

b) zmianę kosztów stałych:

$$M_{Kst} = \frac{x_t (1 - a_{1t})}{a_{0t}} - 1;$$

- prezentujemy wyniki analizy w formie tabelarycznej i graficznej.

3. Ilustracja empiryczna

Zaprezentowaną procedurę postępowania badawczego zilustrowaliśmy przeprowadzając eksperyment empiryczny, do którego wykorzystaliśmy autentyczny materiał źródłowy pochodzący z jednego z przedsiębiorstw przemysłowych w Wielkopolsce. Jednostką czasu badania był miesiąc, a analiza objęła swoim zakresem 28-miesięczny przedział czasowy. Dane statystyczne dotyczące kosztów i rozmiarów działalności przedsiębiorstwa sprowadziliśmy do porównywalności, wyrażając je w stałych cenach.

Analiza wyników obserwacji pozwoliła na wysunięcie hipotezy, że funkcja regresji kosztów względem rozmiarów działalności jest liniowa. Biorąc ten fakt pod uwagę, dokonaliśmy estymacji MPK w postaci:

$$\hat{Y}_t = \alpha_{0t} + \alpha_{1t} X_t.$$

Wyniki tej estymacji ujete zostały w tabeli 1.

Zawarte w tabeli 1 charakterystyki liczbowe potwierdzają, że MPK precyzyjnie opisuje zachowanie się kosztów w badanym przedsiębiorstwie. Jest on bowiem dopuszczalny zarówno z punktu widzenia błędu losowego, który wynosi tylko 6,34% średniego poziomu kosztów, jak i z punktu widzenia stopnia wyjaśniania badanego wycinka rzeczywistości ekonomicznej ($R^2 = 87{,}8\%$). Sądzić więc należy, że MPK może być z powodzeniem wykorzystany do przeprowadzenia analizy wrażliwości.

W związku z powyższym w tabeli 2 i na rys. 1–6 zaprezentowaliśmy rezultaty tej analizy. Ustaliliśmy przy tym wrażliwość działalności firmy na zmiany:
- przychodów ze sprzedaży,
- jednostkowych kosztów zmiennych,
- kosztów stałych.

Przedstawione w tabelach 1–2 syntetyczne charakterystyki liczbowe pozwalają skonstatować, że:

1) występuje pewne zróżnicowanie kosztów stałych i jednostkowych kosztów zmiennych w czasie; zróżnicowanie to jest przy tym większe w odniesieniu do kosztów stałych, gdyż względna dyspersja tych kosztów wynosi 15,51%;

Tab. 1. Wyniki estymacji parametrów regresyjnego modelu kosztów w przedsiębiorstwie „Z" w okresie styczeń 2002–kwiecień 2004

Rok/miesiąc		Ocena parametru	
		α_{0t}	α_{1t}
2002	1	104,9	0,8064
	2	104,5	0,8157
	3	105,1	0,8185
	4	144,4	0,7964
	5	173,5	07810
	6	198,4	0,7678
	7	190,2	0,7749
	8	177,3	0,7840
	9	171,5	0,7880
	10	165,8	0,7920
	11	164,2	0,7935
	12	160,4	0,7970
2003	1	158,2	0,8000
	2	160,8	0,8017
	3	168,1	0,7982
	4	175,2	0,7950
	5	167,9	0,8002
	6	156,8	0,8076
	7	140,3	0,8182
	8	140,2	0,8183
	9	146,8	0,8146
	10	150,0	0,8137
	11	155,9	0,8114
	12	157,2	0,8121
2004	1	167,1	0,8062
	2	178,6	0,7969
	3	199,0	0,7808
	4	198,2	0,7822
X		$R^2 = 87{,}8\%$	$V_u = 6{,}34\%$

Źródło: Obliczenia własne.

2) najmniejsze jednostkowe koszty zmienne obserwuje się w kwietniu i maju, chociaż nie jest to bezwzględną regułą; w odniesieniu do kosztów stałych nie sposób natomiast doszukać się jakiejkolwiek prawidłowości;
3) zmienność kosztów stałych i zmiennych w czasie implikuje dyferencjację progu rentowności obliczonego dla poszczególnych miesięcy badanego przedziału czasowego, przy czym dyferencjacja PRW_t okazuje się być większa niż dyspersja kosztów jednostkowych zmiennych a mniejsza niż dyspersja kosztów stałych;
4) przedsiębiorstwo charakteryzowało się dużą odpornością na zmiany przychodów ze sprzedaży w przekrojach miesięcznych, odległość od progu rentowno-

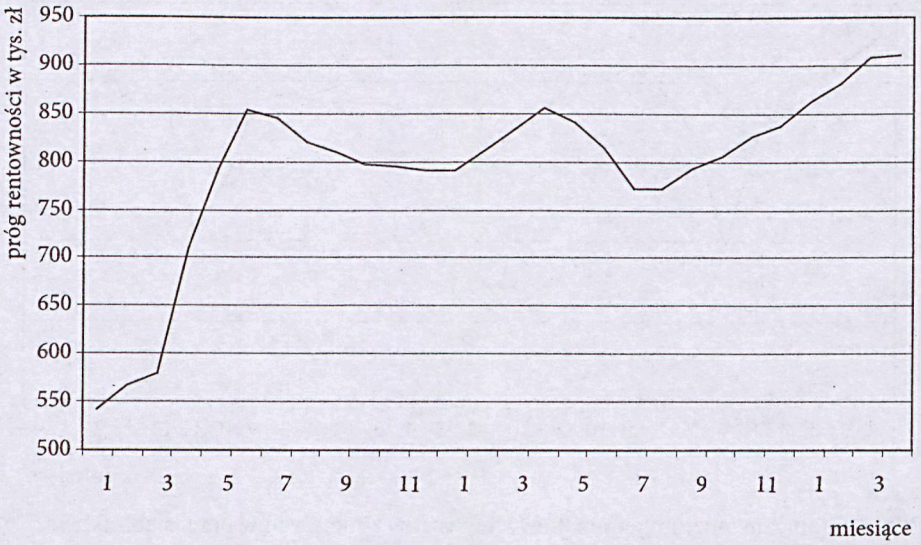
Tab. 2. Wyniki analizy wrażliwości w rachunku progu rentowności przedsiębiorstwa „Z"

Rok	Miesiąc	Próg rentowności PRW_t	MBW_t [%]	Koszty zmienne		Koszty stałe	
				K_{zt}(max)	M_{kzt}[%]	K_{St}(max)	M_{KSt}[%]
2002	1	542	63,9	0,9301	15,34	291	177,4
	2	567	54,5	0,9162	12,32	230	120,1
	3	579	46,0	0,9021	10,21	195	85,5
	4	709	49,4	0,8970	12,63	285	97,4
	5	792	37,5	0,8632	10,52	278	60,2
	6	854	13,0	0,7980	3,93	228	14,9
	7	845	42,2	0,8691	12,16	329	73,0
	8	821	51,0	0,8941	14,04	362	104,2
	9	809	57,7	0,9104	15,53	405	136,2
	10	797	51,7	0,8995	13,57	343	106,9
	11	795	51,0	0,8988	13,27	335	104,0
	12	790	39,0	0,8761	9,92	263	64,0
2003	1	790	50,8	0,9015	12,69	321	102,9
	2	811	39,6	0,8802	9,79	266	65,4
	3	833	39,0	0,8769	9,86	276	64,2
	4	855	41,4	0,8798	10,67	299	70,7
	5	841	43,3	0,8867	10,81	296	76,3
	6	815	40,8	0,8861	9,72	265	69,0
	7	772	38,3	0,8878	8,51	227	61,8
	8	772	41,6	0,8931	9,14	238	69,8
	9	792	39,9	0,8886	9,08	244	66,2
	10	805	14,0	0,8397	3,20	174	16,0
	11	827	(–) 3,7	0,8041	(–) 0,86	150	(–) 3,8
	12	837	42,4	0,8915	9,81	273	73,7
2004	1	862	44,5	0,8925	10,70	301	80,1
	2	880	43,4	0,8851	11,07	316	76,9
	3	908	54,8	0,9009	15,38	440	121,1
	4	910	43,8	0,8776	12,20	353	78,1

Źródło: Obliczenia własne.

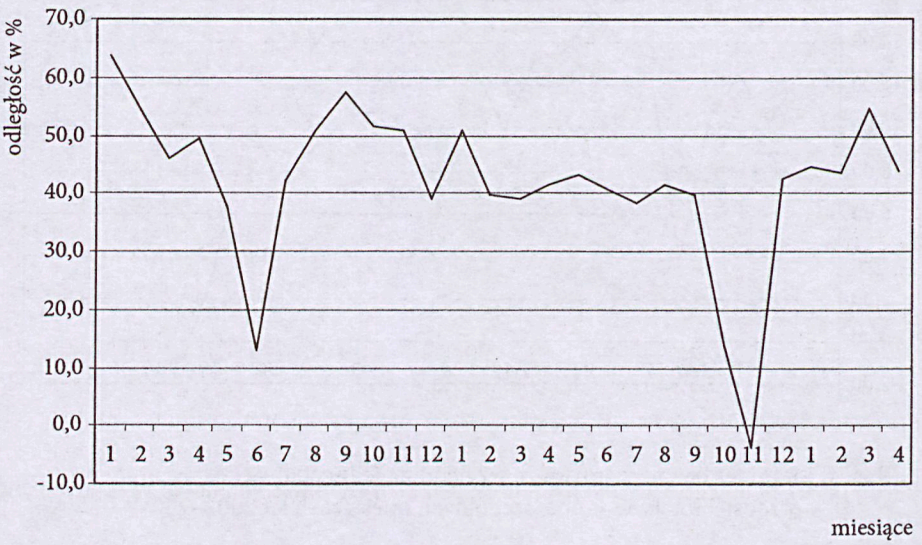
ści była bowiem znaczna; wyłączając trzy okresy (w tym jeden, gdy $MBW_t < 0$), odległość ta wynosiła 37,5–63,9%, oznacza to, że nawet tak duży spadek przychodów ze sprzedaży przy ceteris paribus pozostałych czynników nie może spowodować wejścia firmy w strefę straty, natomiast w miesiącu, dla którego $MBW_t < 0$, rzeczywiste przychody ze sprzedaży okazały się mniejsze niż te określone przez próg rentowności; w miesiącu tym firma znalazła się więc w strefie straty;

5) przedsiębiorstwo okazało się stosunkowo mało wrażliwe na zmiany jednostkowych kosztów zmiennych, a ich poziom maksymalny rozpatrywany w przekroju miesięcznym charakteryzował się przy tym bardzo małą dyspersją wynoszącą $V_{KZ} = 3{,}19\%$; obliczony dla jednostkowych kosztów zmiennych margines



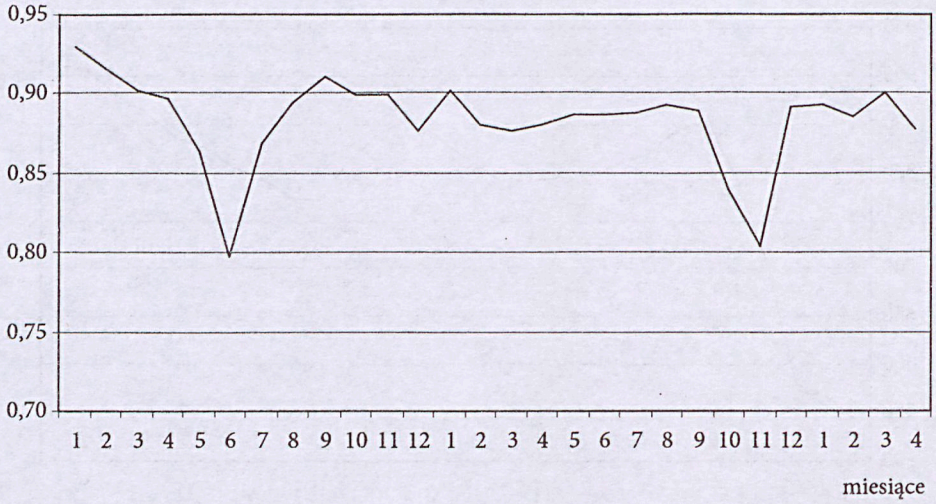
Rys. 1. Próg rentowności przedsiębiorstwa w poszczególnych miesiącach lat 2002–2004

Źródło: Por. tabela 2



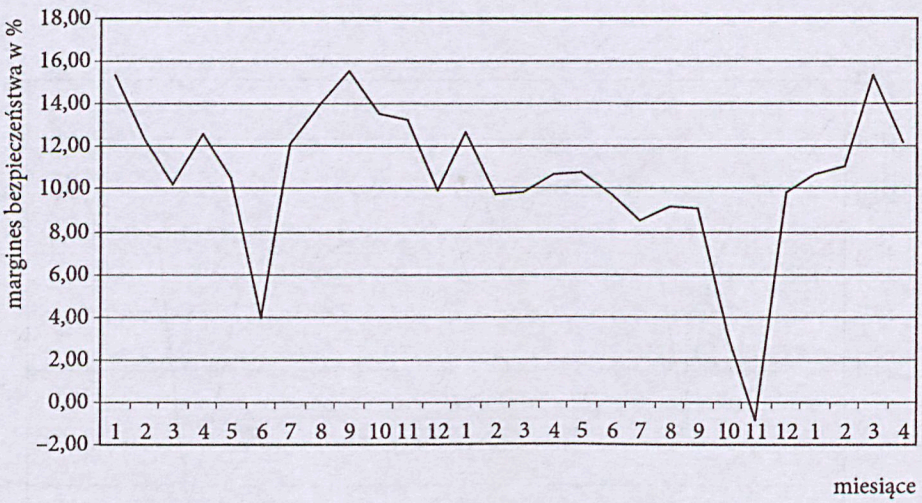
Rys. 2. Odległość od progu rentowności w przedsiębiorstwie w poszczególnych miesiącach lat 2002–2004

Źródło: Por. tabela 2



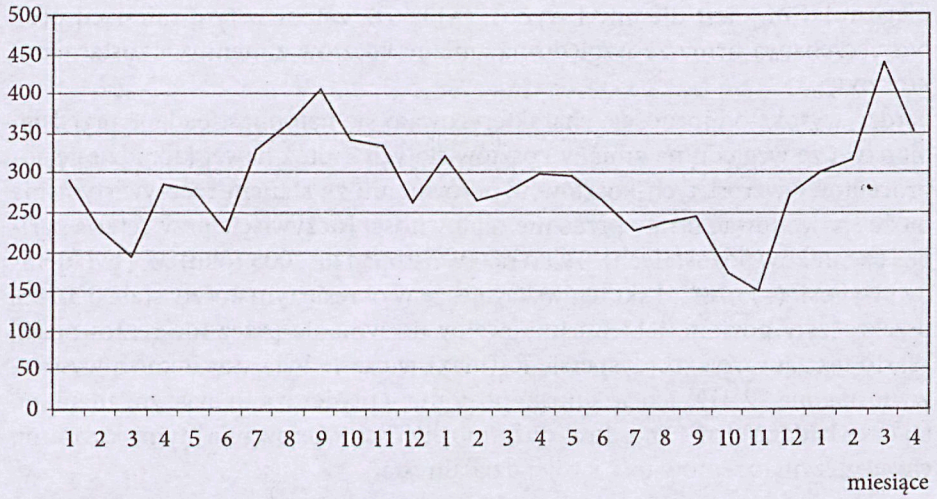
Rys. 3. Graniczny poziom jednostkowych kosztów zmiennych w przedsiębiorstwie w poszczególnych miesiącach lat 2002–2004

Źródło: Por. tabela 2



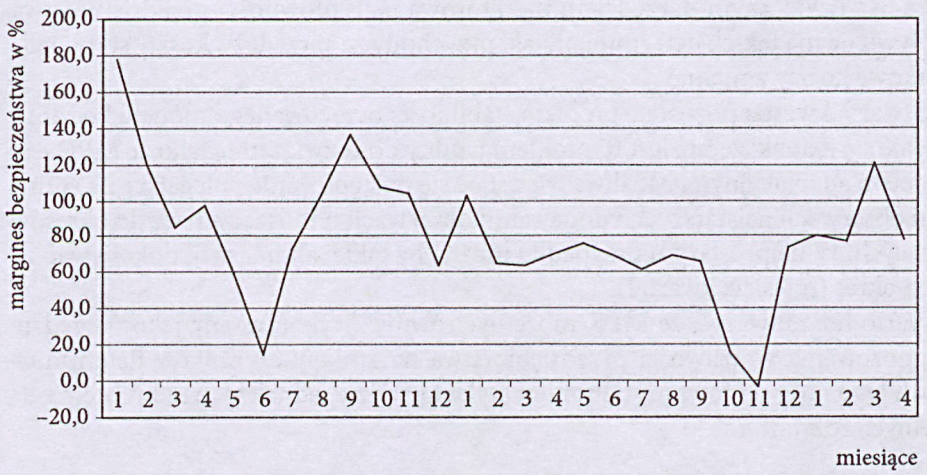
Rys. 4. Margines bezpieczeństwa ze względu na jednostkowe koszty zmienne w przedsiębiorstwie w poszczególnych miesiącach lat 2002–2004

Źródło: Por. tabela 2



Rys. 5. Graniczny poziom kosztów stałych w przedsiębiorstwie w poszczególnych miesiącach lat 2002–2004

Źródło: Por. tabela 2



Rys. 6. Margines bezpieczeństwa ze względu na koszty stałe w przedsiębiorstwie w poszczególnych miesiącach lat 2002–2004

Źródło: Por. tabela 2

bezpieczeństwa kształtował się na poziomie 3,20–15,53%, co implikuje, że tylko taki wzrost tych kosztów (przy innych czynnikach nie zmienionych) nie spowoduje utraty rentowności firmy; warto zauważyć, że w listopadzie przedostat-

niego roku M_{kzt} jest ujemny i wynosi (–)0,86%, zatem w tym miesiącu próg bezpieczeństwa firmy ze względu na zmiany kosztów zmiennych został przekroczony;

6) bardzo wysoką odpornością charakteryzowało się natomiast badane przedsiębiorstwo ze względu na zmiany kosztów stałych – otóż nawet kilkudziesięcioprocentowy wzrost tych kosztów w porównaniu ze stanem rzeczywistym nie może spowodować utraty przez nie rentowności (oczywiście przy ceteris paribus czynników pozostałych). Tylko raz (w listopadzie 2003 roku) M_{kst} był ujemny i wynosił (–)3,78%. Fakt ten wskazuje, że w okresie tym koszty stałe o 3,78% przekroczyły poziom, jaki warunkowałby utrzymanie przez nie rentowności. Warto tez zauważyć, że dyspersja K_{St}(max) w czasie była stosunkowo wysoka, wynosiła ona 22,31% ich średniego poziomu. Potwierdza to, naszym zdaniem, fakt, że badana firma ma dość duże możliwości „sterowania" tymi kosztami, chcąc utrzymać rentowność swojej działalności.

4. Zakończenie

Przeprowadzony eksperyment empiryczny pokazuje, że model pełzający kosztów może być użytecznym narzędziem monitorowania rentowności przedsiębiorstwa i wpływu na nią takich determinant, jak: przychody ze sprzedaży, koszty stałe i jednostkowe koszty zmienne.

Otwartą kwestią pozostaje problem stabilności oszacowanego modelu kosztów. Wydaje się jednak, że nie jest to problem trudny do rozwiązania, jako że MPK jest modelem adaptacyjnym. Możliwe więc staje się postępowanie polegające na eliminacji obserwacji najstarszych i dodawaniu obserwacji odnoszących się do okresów bieżących. W najprostszym przypadku można by takiej aktualizacji dokonywać co jeden okres (miesiąc, kwartał).

Warto też zauważyć, że MPK może być również wykorzystany jako narzędzie prognozowania wrażliwości przedsiębiorstwa na zmiany czynników determinujących jego próg rentowności. Problematyka ta będzie jednakże przedmiotem oddzielnych rozważań.

Bibliografia

Bartosiewicz S., *Ekonometria*, PWE, Warszawa 1976.

Jarugowa A., Sobańska J., Sochacka P., *Metody kalkulacji, koszty, ceny, decyzje*, PWE, Warszawa 1991.

Nowak E., *Decyzyjne rachunki kosztów*, PWN, Warszawa 1994.

Nowak E., *Teoria kosztów w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, PWN, Warszawa 1996.

Sierpińska M., Jachna T., *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa 2001.

Witkowski M., *Regresja pełzająca kosztów w analizie progu rentowności przedsiębiorstwa*, Zeszyty Naukowe AE w Poznaniu, nr 251, Poznań 1997.

A MODEL OF COST REGRESSION IN THE ANALYSIS OF SENSITIVITY IN CALCULATING PROFITABILITY THRESHOLD

Summary

The article makes an attempt to analyse sensitivity in calculating profitability threshold of an enterprise. The author uses an adopted version of the regression model of costs. The method was verified by empirical analysis. Its results seem to encourage further search for effective instruments of the analysis of profitability threshold of an enterprise in a synthetic approach.

