IWONA ROESKE-SŁOMKA

KLASYCZNE A ENTROPIJNE MIARY KONCENTRACJI I ASYMETRII W BADANIU ROZMIESZCZENIA LUDNOŚCI

W statystyce koncentracją nazywa się nierównomierne rozłożenie ogólnej sumy wartości pomiędzy poszczególne jednostki zbiorowości. Stwierdza się, iż skrajny przypadek absolutnej koncentracji zachodzi wtedy, gdy całą sumą wartości dysponuje tylko jedna jednostka populacji, a wszystkie pozostałe są ich całkowicie pozbawione. Drugi skrajny przypadek – jednakże zupełnego braku koncentracji – występuje wtedy, gdy każda jednostka dysponuje taką samą częścią ogólnej sumy wartości, czyli gdy wszystkie jednostki mają tę samą wartość rozpatrywanej zmiennej[1].

W praktyce statystycznej stosuje się zwykle dwie metody badania siły koncentracji zjawisk: graficzną i analityczną. Metoda graficzna polega na wykreśleniu tzw. wieloboku koncentracji Lorenza. W tym celu na osi odciętych odmierza się skumulowane częstości względne (w %), natomiast na osi rzędnych – procentowe skumulowane częstości względne łącznego funduszu cechy. Łącząc punkty o tych współrzędnych, otrzymujemy tzw. krzywą Lorenza. W przypadku równomiernego rozdziału łącznego funduszu cechy pomiędzy jednostki zbiorowości, wszystkie punkty leżałyby na przekątnej kwadratu o boku 100. Stąd przekątna kwadratu nosi nazwę linii równomiernego rozdziału. Powierzchnia zawarta między linią równomiernego rozdziału a krzywą koncentracji Lorenza jest powierzchnią koncentracji. Im większy jest stopień koncentracji, tym bardziej krzywa Lorenza odchyla się od linii równomiernego rozdziału. Maksymalna wartość powierzchni koncentracji jest równa połowie pola kwadratu.

Stosunek pola zawartego między linią równomiernego rozdziału a krzywą koncentracji Lorenza a do pola połowy kwadratu nosi nazwę współczynnika koncentracji Lorenza:

---

[1] B. Szulc, Statystyka dla ekonomistów, t., 1. PWE, Warszawa 1972, s. 249 - 250.

$$k=\frac{a}{5000}. \tag{1}$$

Współczynnik koncentracji jest miarą niemianowaną i zawiera się w przedziale: $0 \leqslant k \leqslant 1$. Jeśli $k=0$, to mamy do czynienia z brakiem koncentracji, przy $k=1$ zaś występuje koncentracja zupełna[2].

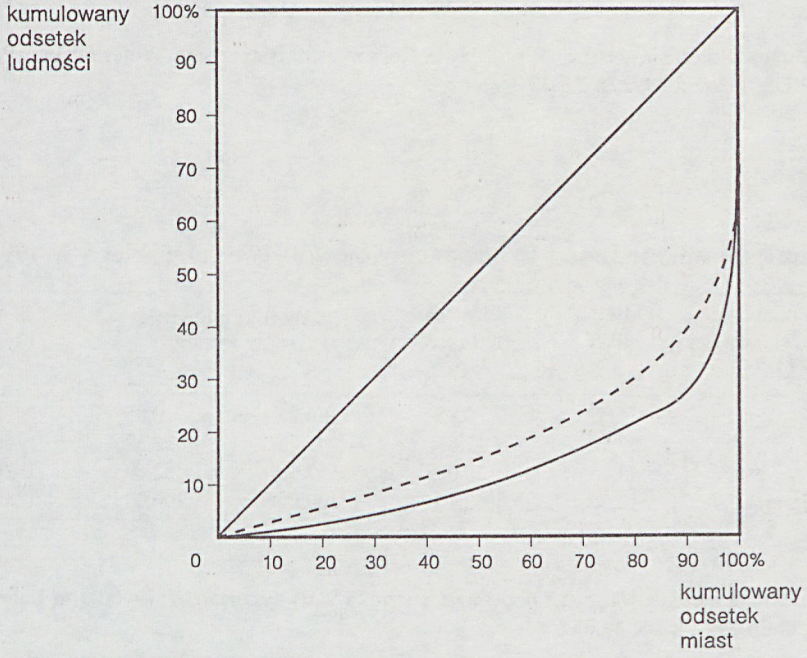
Sposób wyznaczania stopnia koncentracji zilustrujemy na przykładach dotyczących rozmieszczenia ludności miejskiej w województwach: poznańskim i lubelskim w 1991 r. – zob. tabele 1 i 2 (str. 50). Jak łatwo można sprawdzić, współczynnik koncentracji k dla województwa poznańskiego wynosi:

$$k=\frac{5000-2243{,}17}{5000}=0{,}5514,$$

a dla województwa lubelskiego:

$$k=\frac{5000-3151{,}06}{5000}=0{,}3698.$$

Oznacza to, iż koncentracja ludności miejskiej jest większa w województwie poznańskim niż lubelskim – zob. także rys. 1.



Rys. 1. Krzywe koncentracji Lorenza; —— woj. poznańskie, - - - - woj. lubelskie

Źródło: Opracowanie własne

[2] M. Sobczyk, Statystyka, PWE, Warszawa 1991, s. 55-56.

Z formalnego punktu widzenia, aby wyznaczyć dla dowolnego szeregu statystycznego – który, jak wiadomo, składa się z dwóch kolumn: jednej podającej warianty badanej cechy i drugiej podającej częstości ich występowania – potrzebne są jakoby informacje uzupełniające (tj. praktycznie trzecia kolumna danych – zob. tabl. 1 i 2, w których dane wyjściowe odkreślono podwójną linią), aby rozliczyć całą sumę wartości.

Tabela 1

Rozmieszczenie ludności w miastach województwa poznańskiego w 1991 r.

Grupy miast według powierzchni w km²	Odsetek miast A	Odsetek ludności B	Szeregi kumulacyjne		A·B′
			A′	B′	
do 10	61,77	13,59	61,77	13,59	839,45
10-20	32,35	17,24	94,12	30,83	997,35
20-50	2,94	7,39	97,06	38,22	112,37
50 i więcej	2,94	61,78	100,00	100,00	294,00
Razem					2243,17

Źródło: Obliczenia własne na podstawie Rocznika Statystycznego Województwa Poznańskiego, WUS, Poznań 1992, s. 32, 33.

Tabela 2

Rozmieszczenie ludności w miastach województwa lubelskiego w 1991 r.

Grupy miast według powierzchni w km²	Odsetek miast A	Odsetek ludności B	Szeregi kumulacyjne		A·B′
			A′	B′	
do 10	6,25	0,85	6,25	0,85	5,31
10-20	37,50	11,67	43,75	12,52	469,50
20-50	43,75	20,08	87,50	32,60	1426,25
50 i więcej	12,50	67,40	100,00	100,00	1250,00
Razem					3151,06

Źródło: Obliczenia własne na podstawie Rocznika Statystycznego Województwa Lubelskiego, WUS, Lublin 1992, s. 38, 39.

W proponowanym ujęciu entropijnym, dla każdego z rozpatrywanych przez nas przykładów dotyczących województwa poznańskiego i lubelskiego, można wyznaczyć dwa współczynniki koncentracji: współczynnik określający koncent-

BIBLIOTEKA AE w Poznaniu

rację miast według powierzchni oraz współczynnik określający koncentrację ludności miejskiej względem powierzchni miast. Należy jednakże podkreślić, iż entropijne rozumienie koncentracji jest nieco odmienne niż tzw. klasyczne, przedstawione powyżej.

Entropię rzeczywistą (empiryczną) dla rozkładu empirycznego cechy statystycznej wyznaczamy na podstawie następującego wzoru:

$$H = -\sum_i p_i \log_2 p_i, \tag{2}$$

w którym p_i jest stosunkiem liczby jednostek statystycznych o i-tym wariancie rozpatrywanej cechy do ogólnej liczby jednostek.

Entropia równa zeru oznacza, iż wszystkie jednostki statystyczne koncentrują się na tym samym wariancie zmiennej. Im zaś jest wyższa wartość entropii empirycznej, tym wyższy jest stopień nieuporządkowania sytuacji czy elementów. Górną granicę wartości, jaką może przyjąć entropia, stanowi tzw. entropia maksymalna, którą wyznacza wzór:

$$H_{max} = \log_2 n, \tag{3}$$

w którym n jest liczbą wariantów danej cechy.

Równość entropii empirycznej z maksymalną oznacza, że wszystkie możliwe stany danej zmiennej losowej są jednakowo prawdopodobne, tzn. że wartości jakie ta zmienna może przyjąć, występują w zbiorowości statystycznej taką samą liczbę razy. W takiej sytuacji nieodparcie nasuwa się stwierdzenie o równomiernym rozkładzie jednostek statystycznych na wszystkie warianty badanej cechy.

Z tego względu, iż wartość entropii zależy także od liczby wariantów, co na ogół oznacza, iż entropia jest wyższa, gdy liczba wariantów danej cechy jest większa, porównywanie rozkładu cech poprzez porównywanie ich entropii, poprawne jest jedynie wówczas, gdy liczby wariantów cech są jednakowe. W przypadku gdy warunek ten nie jest spełniony, porównywanie rozkładu należy oprzeć na stosunku entropii empirycznej do maksymalnej. Określony w poniższy sposób współczynnik entropii:

$$WH = 1 - \frac{H}{H_{max}} \tag{4}$$

ma pewne podobieństwo interpretacyjne do współczynnika koncentracji k jakkolwiek występują tutaj istotne różnice[3].

[3] W tym też upatrujemy przyczyny stwierdzanej rozbieżności wyników uzyskiwanych na podstawie entropijnego i innych współczynników koncentracji. Zob. Badania przestrzenne rynku i konsumpcji, PWN, Warszawa 1992, s. 86.

Jeżeli mianowicie $WH=0$, podobnie jak gdy $k=0$, to rozkład jest równomierny, z tym że w ujęciu klasycznym oznacza to, iż wszystkie jednostki statystyczne mają taką samą wartość badanej zmiennej: w ujęciu entropijnym zaś znaczy to, iż każdy wariant badanej cechy występuje w zbiorowości statystycznej jednakową liczbę razy.

Jeżeli natomiast $WH=1$, podobnie jak gdy $k=1$, to znaczy to, iż w zbiorowości statystycznej występuje całkowita koncentracja. Jednakże $k=1$ oznacza, iż cała suma wartości danej zmiennej przypada na jedną jednostkę zbiorowości, a wszystkie pozostałe są jej całkowicie pozbawione, natomiast $WH=1$ oznacza, iż wszystkie jednostki statystyczne wykazują się takim samym wariantem badanej zmiennej. Pierwszy przypadek odnosi się do koncentracji sum wartości przy pewnych jednostkach, drugi zaś do koncentracji jednostek przy pewnych wartościach[4].

Dla omawianych przykładów województwa poznańskiego i lubelskiego entropijne współczynniki koncentracji wynoszą:

	poznańskie	lubelskie
WH miast według powierzchni	0,3724	0,1613
WH ludności według powierzchni miast	0,2323	0,1828

Obliczenia pomocnicze dla wyznaczenia powyższych współczynników zawierają tabele 3 - 6.

Tabela 3

Obliczenia pomocnicze dla wyznaczenia entropijnych parametrów koncentracji i asymetrii rozkładu liczby miast w województwie poznańskim w 1991 r. według powierzchni

Grupy miast według powierzchni w km²	p_i	$\lvert p_i \log_2 p_i \rvert$	$w_i h$	$p_i w_i h$	cum p_i	cum $w_i h$
do 10	0,6177	0,4293	0,2147	0,1326	0,6177	0,2147
10 - 20	0,3235	0,5267	0,2633	0,0852	0,9412	0,4780
20 - 50	0,0294	0,1496	0,0748	0,0022	0,9706	0,5528
50 i więcej	0,0294	0,1496	0,0748	0,0022	1,0000	0,6276

Źródło: Obliczenia własne na podstawie tabeli 1.

[4] B. Szulc, op. cit., s. 250.

Tabela 4

Obliczenia pomocnicze dla wyznaczenia entropijnych parametrów koncentracji i asymetrii rozkładu liczby miast w województwie lubelskim w 1991 r. według powierzchni

Grupy miast według powierzchni w km²	p_i	$\lvert p_i \log_2 p_i \rvert$	$w_i h$	$p_i w_i h$	cum p_i	cum $w_i h$
do 10	0,0625	0,2500	0,1250	0,0078	0,0625	0,1250
10-20	0,3750	0,5306	0,2653	0,0995	0,4375	0,3903
20-50	0,4375	0,5218	0,2609	0,1141	0,8750	0,6512
50 i więcej	0,1250	0,3750	0,1875	0,0234	1,0000	0,8387

Źródło: Obliczenia własne na podstawie tabeli 2.

Tabela 5

Obliczenia pomocnicze dla wyznaczenia entropijnych parametrów koncentracji i asymetrii rozkładu liczby ludności miejskiej w województwie poznańskim w 1991 r. względem powierzchni miast

Grupy miast według powierzchni w km²	p_i	$\lvert p_i \log_2 p_i \rvert$	$w_i h$	$p_i w_i h$	cum p_i	cum $w_i h$
do 10	0,1359	0,3913	0,1956	0,0266	0,1359	0,1956
10-20	0,1724	0,4372	0,2186	0,0377	0,3083	0,4142
20-50	0,0739	0,2777	0,1389	0,0103	0,3822	0,5531
50 i więcej	0,6178	0,4292	0,2146	0,1326	1,0000	0,7677

Źródło: Jak w tabeli 3.

Tabela 6

Obliczenia pomocnicze dla wyznaczenia entropijnych parametrów koncentracji i asymetrii rozkładu liczby ludności miejskiej w województwie lubelskim w 1991 r. względem powierzchni miast

Grupy miast według powierzchni w km²	p_i	$\lvert p_i \log_2 p_i \rvert$	$w_i h$	$p_i w_i h$	cum p_i	cum $w_i h$
do 10	0,0085	0,0585	0,0293	0,0002	0,0085	0,0293
10-20	0,1167	0,3617	0,1809	0,0211	0,1252	0,2102
20-50	0,2008	0,4651	0,2325	0,0467	0,3260	0,4427
50 i więcej	0,6740	0,3836	0,1918	0,1293	1,0000	0,6345

Źródło: Jak w tabeli 4.

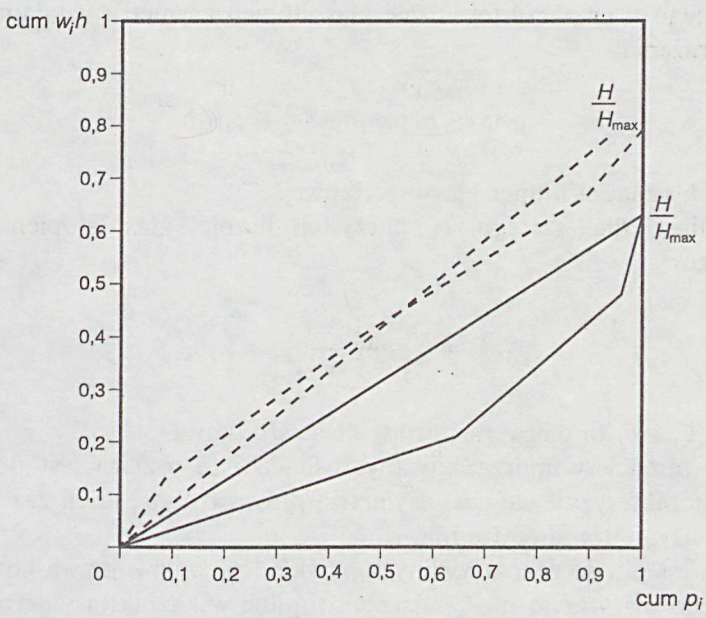
Z powyższego widać, iż w województwie poznańskim koncentracja zarówno miast, jak i ludności względem powierzchni była większa niż w województwie lubelskim, jednakże występujące różnice były znacznie większe w przypadku koncentracji miast niż w przypadku koncentracji ludności. Ponadto można zauważyć, iż w województwie poznańskim koncentracja miast według powierzchni była silniejsza niż koncentracja ludności względem powierzchni miast, w województwie lubelskim zaś odwrotnie – koncentracja ludności była silniejsza niż koncentracja miast, jednakże w tym przypadku różnice między entropijnymi współczynnikami koncentracji były mniejsze niż w przypadku województwa poznańskiego.

Dużą zaletą entropii jest możliwość jej wykorzystania w graficznej analizie rozkładu zmiennych. Temu celowi może służyć kwadrat o boku 1. Na boku reprezentującym oś X oznaczamy kumulowane częstości występowania określonych wariantów danej cechy, na boku zaś reprezentującym oś Y oznaczamy kumulowane cząstkowe współczynniki entropii. Cząstkowe współczynniki entropii wyznaczamy według wzoru:

$$w_i h = \frac{|p_i \log_2 p_i|}{H_{\max}}. \tag{5}$$

Połączenie współrzędnych punktów kumulowanych częstości występowania wariantów badanej cechy i kumulowanych cząstkowych współczynników entropii daje wykres linii entropii, która wyprowadzona z początku układu kończy się na boku pionowym kwadratu (Y') równoległym do boku reprezentującego oś Y. Punkt przecięcia linii entropii z bokiem Y' wyznacza wartość stosunku entropii empirycznej do maksymalnej, który jest podstawą wyznaczenia ogólnego współczynnika entropii WH, charakteryzującego stopień koncentracji. Połączenie zaś punktu $\frac{H}{H_{\max}}$ z początkiem układu osi XY daje linię, którą nazywamy linią empirycznej symetrii rozkładu. Jeżeli linia entropii przebiega poniżej linii empirycznej symetrii rozkładu, to rozkład jest prawostronny, czyli jest tzw. rozkładem o asymetrii dodatniej (charakteryzowanym przy użyciu tzw. parametrów klasycznych i pozycyjnych – przy rosnąco uporządkowanych wariantach badanej cechy – wyższą wartością średniej od dominanty). Jeżeli natomiast linia entropii przebiega ponad linią empirycznej symetrii rozkładu, to rozkład jest lewostronny, czyli jest tzw. rozkładem o asymetrii ujemnej. Równomierny przebieg linii entropii po obu stronach empirycznej linii symetrii oznacza, iż rozkład jest symetryczny, a punkt przecięcia obu linii jest punktem symetryczności rozkładu – zob. rys. 2.

Jeżeli chodzi o pomiar stopnia asymetrii rozkładu za pomocą entropii, to miarę taką proponujemy oprzeć na różnicy sum cząstkowych współczynników



Rys. 2. Entropia rozkładu liczby miast w 1991 r. według powierzchni; —— poznańskie, - - - - lubelskie

Źródło: Opracowanie własne

entropii między pierwszymi i ostatnimi klasami szeregu statystycznego. Ze względu na własności funkcji entropii wyrażające się tym, iż przy niektórych różnych częstościach (prawdopodobieństwach) występowania wariantów badanej cechy, składniki ogólnej funkcji entropii (tj. $p_i \log_2 p_i$) mogą przyjąć te same wartości, gdyż:

p_i	$\lvert p_i \log_2 p_i \rvert$
0,1	0,33219
0,2	0,46439
0,3	0,52109
0,4	0,52877
0,5	0,50000
0,6	0,44218
0,7	0,36020
0,8	0,25754
0,9	0,13680

– entropijne wskaźniki asymetrii lepiej wyznaczać na podstawie tzw. ważonych cząstkowych współczynników entropii, gdzie wagami byłyby właśnie częstości (prawdopodobieństwa) występowania wariantów cechy. Zatem dla szeregu

statystycznego o nieparzystej liczbie klas stopień asymetrii ustalamy na podstawie wyrażenia:

$$_{\mathrm{H}}As = \sum_{i=1}^{k-1} p_i w_i h - \sum_{i=k+1}^{n} p_i w_i h, \tag{6}$$

w którym k oznacza numer klasy środkowej.

Natomiast dla szeregu o parzystej liczbie klas stopień asymetrii określa wzór:

$$_{\mathrm{H}}As = \sum_{i=1}^{k_1} p_i w_i h - \sum_{i=k_2}^{n} p_i w_i h, \tag{7}$$

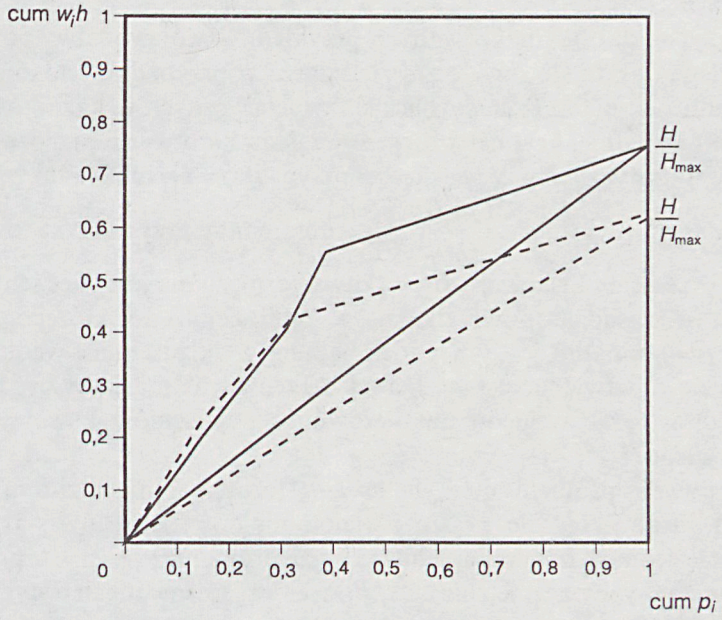
w którym k_1 i k_2 to pierwsza i druga klasa środkowa.

Jeżeli szereg jest uporządkowany rosnąco i ta różnica jest dodatnia, to rozkład charakteryzuje się tzw. asymetrią prawostronną, jeżeli zaś ujemna, to występuje asymetria lewostronna.

W odniesieniu do rozpatrywanych przykładów województwa poznańskiego i lubelskiego otrzymano następujące entropijne wskaźniki asymetrii (dla których obliczenia pomocnicze zawierają tabele 3 - 6):

	poznańskie	lubelskie
$_{\mathrm{H}}As$ miast według powierzchni	0,2134	−0,0786
$_{\mathrm{H}}As$ ludności według powierzchni miast	−0,0302	−0,1547

Charakterystyczne jest to, iż rozkład miast według powierzchni w województwie lubelskim był prawie symetryczny (lekka asymetria lewostronna), natomiast w województwie poznańskim cechowała go asymetria dodatnia, prawostronna. W przypadku województwa poznańskiego linia entropii przebiegała poniżej tzw. linii empirycznej symetrii rozkładu, w przypadku zaś województwa lubelskiego po obu jej stronach – zob. rys. 2. W odniesieniu do obu województw stwierdzono, że rozkład ludności miejskiej według powierzchni miast cechuje asymetria ujemna, lewostronna. Oznacza to, iż w obu województwach dominująca liczba ludności miejskiej zamieszkuje w miastach o większej powierzchni niż przeciętna, przy czym na podkreślenie zasługuje to, iż entropijny bezwzględny wskaźnik asymetrii jest większy dla województwa lubelskiego niż poznańskiego. Jeżeli w tym momencie jeszcze raz odwołamy się do empirycznej informacji wyjściowej dla niniejszej analizy, to wnioski te zostaną potwierdzone. Na podstawie załączonych tabel można bowiem stwierdzić, iż w województwie lubelskim występuje równomierny, znaczący wzrost liczby mieszkańców w miarę wzrostu powierzchni miast. Natomiast w przypadku województwa poznańskiego na uzyskanych wynikach ciąży specyficzne, jeżeli chodzi o liczbę mieszkańców, miasto Poznań – jedyne



Rys. 3. Entropia rozkładu liczby ludności miejskiej w 1991 r. względem powierzchni miast

Źródło: Opracowanie własne

w ostatniej klasie powierzchni miast oraz Gniezno – jedyne w klasie miast o powierzchni 20 - 50 km^2.

Wydaje się, iż analiza badanych rozkładów wymaga także powiązania wskaźników asymetrii ze wskaźnikami koncentracji. Odnosząc więc wskaźniki asymetrii do współczynników koncentracji, otrzymujemy dla naszych przykładów:

		poznańskie	lubelskie
$\frac{{}_{H}As}{WH}$	miasta	0,5730	−0,1875
$\frac{{}_{H}As}{WH}$	ludność	−0,3384	−0,8463

Wnioski, jakie wypływają z tego zestawienia, są oczywiście zgodne z poprzednio sformułowanymi, jednakże – zwłaszcza w odniesieniu do analizy symetrii – są bardziej ostre niż w poprzednim zestawieniu. Zwróćmy chociażby uwagę na stosunkowo niską wartość wskaźnika asymetrii, jeżeli chodzi o rozkład miast w województwie lubelskim (już poprzednio stwierdzono, że rozkład ten jest prawie symetryczny) oraz znacznie wyższą niż w poprzednim zestawieniu ujemną wartość wskaźnika asymetrii dotyczącą rozkładu ludności miejskiej w województwie poznańskim. Należy w tym miejscu jeszcze raz podkreślić pełną zgodność wniosków z wykresami.

W przypadku obu analizowanych przykładów: województwa poznańskiego i lubelskiego (jak to się zwykle zresztą zdarza w przypadku badania rozmieszczenia ludności) nie można wyznaczyć tzw. klasycznych wskaźników asymetrii opartych na średniej arytmetycznej, ze względu na otwarte przedziały klasowe szeregów statystycznych. W większości przypadków nie można także wyznaczyć wskaźnika pozycyjnego: $\frac{M_e - D}{Q}$, gdyż dominanta przypada na pierwszy lub ostatnie przedziały klasowe, które są otwarte, nieznana jest więc ich rozpiętość. Jedynym w zasadzie przypadkiem, w odniesieniu do którego można by wyznaczyć dominantę, jest przypadek badania rozkładu miast według powierzchni w województwie lubelskim. Jednakże i ten wynik musiałby być traktowany z dużą rezerwą ze względu na nierówność przedziałów klasowych szeregu statystycznego.

Co prawda problem nie tyle leży w formalnej niemożności policzenia pewnych parametrów, ile w samej wielomodalności szeregów statystycznych. Wydaje się jednak, iż mankament ten w znacznie mniejszym stopniu dotyczy zaproponowanych parametrów entropijnych niż stosowanych dotychczas parametrów pozycyjnych, z tego względu, że parametry entropijne opierają się na wszystkich częstościach występowania wariantów badanej cechy (a nie jak parametry pozycyjne tylko na niektórych) i jako takie, oraz jako uwzględniające entropię maksymalną, powodują jakoby wygładzenie wielomodalności. W podobnych okolicznościach, niemożności formalnego czy merytorycznego posługiwania się parametrami pozycyjnymi, parametry entropijne zwłaszcza dla celów porównań wydają się szczególnie cenne.

Zatem entropijne ujęcie i rozumienie takich pojęć, jak: równomierność rozkładu czy zróżnicowanie jest odmienne niż ich tzw. klasyczne rozumienie, tj. dotychczas stosowane w statystyce. Otóż o równomiernym rozkładzie w ujęciu entropijnym mówimy wówczas, gdy poszczególne warianty badanej cechy występują w zbiorowości statystycznej jednakową liczbę razy, czyli gdy jest jednakowy, a więc równomierny rozkład jednostek statystycznych na poszczególne warianty badanej cechy. Stan równomierności rozkładu w ujęciu entropijnym oznacza jednakże zróżnicowanie badanej cechy, gdyż równomierność rozkładu jednostek statystycznych dotyczy różnych jej wariantów – w szeregach statystycznych, jak wiadomo, występuje uporządkowanie wariantów cech od najniższego do najwyższego. Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, iż przypadek równomiernego rozkładu w ujęciu klasycznym (który oznacza, iż wszystkie jednostki statystyczne dysponują taką samą częścią ogólnej sumy wartości zmiennej, czyli wykazują się taką samą wartością) jest identyczny z przypadkiem maksymalnej koncentracji w ujęciu entropijnym, który oznacza, iż wszystkie jednostki statystyczne wykazują się takim samym wariantem badanej zmiennej. Jest to jednak tylko pozornie słuszne mniemanie. Po pierwsze, równomierny rozkład w rozumieniu kla-

sycznym, gdy wszystkie jednostki mają tę samą wartość, jest przypadkiem zerowego rozproszenia wartości. Skądinąd jednak – jak podkreśla B. Szulc – koncentracja sum wartości nie jest przeciwieństwem rozproszenia wartości zmiennej. Wartości mogą być bowiem bardzo silnie zróżnicowane przy sporej koncentracji, np. w takim szeregu:

x_i	5	10	15	20	25	Razem
n_i	100	–	–	–	100	200

jest bardzo duże rozproszenie i dość silna zarazem koncentracja[5]. Po wtóre, w przypadku maksymalnej entropijnej koncentracji, określenie iż wszystkie jednostki statystyczne wykazują się takim samym wariantem badanej cechy, nie oznacza dokładnie takiej samej wartości, co jest szczególnie ewidentne i znaczące w przypadku szeregów statystycznych z przedziałami wielowariantowymi. Po trzecie wreszcie, podobnie jak w ujęciu klasycznym, tak i w ujęciu entropijnym, pojęcia koncentracji i rozproszenia nie są pojęciami przeciwstawnymi, lecz uzupełniającymi się.

W zakończeniu pragniemy zwrócić uwagę na to, iż entropia pozwala na przeprowadzenie analizy rozkładu jednocześnie z punktu widzenia więcej niż jednej cechy dzięki temu, iż opiera się wyłącznie na częstościach występowania stanów zmiennej (bez uwzględnienia jej wartości). Z tego powodu entropia pozwala na analizę i porównywanie tych zjawisk nie tylko w przypadku cech ilościowych, ale także jakościowych. Należy jednak podkreślić, iż w przypadku zmiany kolejności kryteriów klasyfikacyjnych zbiorowości statystycznej, wartość współczynnika entropii jako miary koncentracji nie ulega zmianie, zmienia się natomiast wskaźnik asymetrii, jest on bowiem miarą porządkową opierającą się na kumulowanych tzw. cząstkowych współczynnikach entropii.

[5] B. Szulc, op. cit., s. 250.