Mirosław WÓJCIAK
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

NOWE METODY ZARZĄDZANIA RYZYKIEM KREDYTOWYM

Wprowadzenie

Jedną z najważniejszych kategorii ryzyka w działalności banków jest ryzyko kredytowe. W swych działaniach bank powinien dążyć do jego ograniczania w celu zapewnienia maksymalnej ochrony powierzonego mu kapitału. Ryzyko kredytowe związane jest z różnorodnymi przepływami pieniężnymi, w wyniku których powstają określone zobowiązania. Wyróżnia się ryzyko kredytowe aktywne i pasywne[1]. Z pasywnym ryzykiem kredytowym mamy do czynienia w przypadku pozyskania przez bank środków pieniężnych na niekorzystnych warunkach lub wcześniejszego wycofania środków przez klientów. Aktywne ryzyko kredytowe występuje wówczas, gdy kredytobiorca nie może w terminie spłacić rat kredytowych i odsetek. Ryzyko to występuje nie tylko w przypadku pojedynczych kredytów, lecz także portfela kredytowego. W dalszej części artykułu zajęto się wyłącznie ryzykiem pojedynczego kredytu, które jest determinowane wysokością oczekiwanych i nieoczekiwanych strat, związanych z niespłaceniem kredytu przez pożyczkobiorcę i prawdopodobieństwem wystąpienia takiej sytuacji. Aktywne ryzyko kredytowe jest mierzalne i można je wyrazić za pomocą zmiennej ilościowej, która pozwoli zaklasyfikować dany podmiot gospodarczy do odpowiedniej grupy ryzyka niewypłacalności. Modele pomiaru tego ryzyka można ująć w dwie podstawowe grupy:

- modele niedotrzymania warunków (*defaults models*) – skoncentrowane na określeniu prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków przez drugą stronę kontraktu lub na zaliczeniu danego podmiotu gospodarczego do danej grupy ryzyka kredytowego (*rating*),

[1] Por. A. Gospodarowicz, *Wybrane problemy szacowania ryzyka kredytowego*, w: *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A. Zeliaś, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2001, s. 61-62.

– modele rynkowe (*marking to market models*) – opisujące wysokość straty poniesionej przez instytucję finansową w przypadku niewypłacalności kontrahenta oraz obecną wartość pożyczki.

Do pierwszej grupy modeli, służących do pomiaru ryzyka, należą m.in.: systemy eksperckie, systemy ratingowe, modele punktowe (*credit scoring*), modele dyskryminacyjne, modele logitowe i probitowe, sieci neuronowe oraz analiza skupień. Do drugiej grupy można zaliczyć m.in. pożyczki traktowane jako opcje (model firmy KMV), metodę symulacji makroekonomicznej (model firmy McKinsey), metodę wyceny neutralnej względem ryzyka (model Loan Analysis System), podejście VAR (model Creditmetrics), metodę ubezpieczeniową (modele wymieralności oraz Credit Risk+). Modele drugiej grupy można podzielić na modele wypłacalności (gdy skupiają się tylko na określeniu straty z tytułu niewypłacalności) i modele pomiaru według rynku (gdy uwzględniają obecną wartość pożyczki).

W artykule na wstępie zaprezentowano nowoczesne modele rynkowe przystosowane do analizy pojedynczego kredytu, a następnie omówiono dokładnie model oparty na nowoczesnej teorii finansów przedsiębiorstwa oraz teorii opcji.

1. Porównanie modeli rynkowych

Do bodźców, skłaniających banki do opracowywania nowych metod w zakresie modelowania niewypłacalności, można zaliczyć[2]:

– strukturalny wzrost liczby bankructw,
– eliminację pośrednictwa – pogorszenie się jakości pożyczek,
– wzrost konkurencji, a przez to zmniejszenie się marży ryzyka kredytowego,
– spadek oraz zmienność wartości zabezpieczeń,
– rozwój pozabilansowych instrumentów pochodnych,
– rozwój technologii, głównie systemów komputerowych,
– wymagania Bazylejskiego Komitetu ds. Nadzoru Bankowego dotyczące kapitału na pokrycie ryzyka.

Nowe modele wewnętrzne opracowywane przez banki pozwalają efektywniej mierzyć wartość ryzykowaną, czyli ekspozycję kapitałową związaną z pożyczkami. Modele te umożliwiają także dokonywanie wyceny udzielonych pożyczek oraz oszacowanie ryzyka odmowy zapłaty. Modele rynkowe różnią się pomiędzy sobą zarówno sposobem obliczania prawdopodobieństw, założonych stóp odzysku, jak i specyfikacją czynników wpływających na ryzyko kredytowe. W poniższej tabeli przedstawiono główne cechy nowych wewnętrznych modeli rynkowych.

[2] A. Saunders, *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2001, s. 13 i n.

Porównanie modeli rynkowych pomiaru ryzyka kredytowego

Wymiar porównania	Rodzaj modelu				
	KMV	Creditmetrics	Credit Portfolio View	Loan Analysis System	Credit Risk+
Model pomiaru według rynku	tak	tak	tak	nie	nie
Model niewypłacalności	tak	nie	tak	tak	tak
Czynnik ryzyka	wartość aktywów	wartość aktywów	czynniki makroekonomiczne	neutralne współczynniki niewypłacalności	oczekiwane współczynniki niewypłacalności
Prawdopodobieństwo	zmienne	stałe	zmienne	zmienne	zmienne
Sposób obliczenia prawdopodobieństwa niewypłacalności	na podstawie cen akcji i ich zmienności oraz danych historycznych lub założenia rozkładu normalnego aktywów	na podstawie danych historycznych	na podstawie czynników makroekonomicznych	na podstawie oczekiwanej rentowności obligacji lub wartości aktywów	na podstawie rozkładu Poissona w obrębie średniego współczynnika niewypłacalności
Stopa odzysku	przypadkowa lub stała	przypadkowa	przypadkowa	stała	stała w obrębie pasma

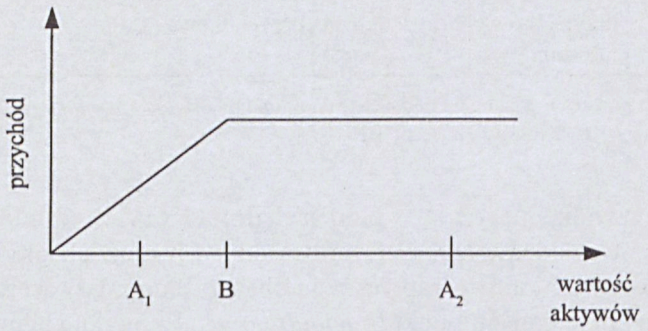
Źródło: Opracowanie własne na podstawie A. Saunders, *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2001, s. 101.

Głównymi czynnikami ryzyka w modelach firmy KMV, Creditmetrics oraz wyceny neutralnej względem ryzyka są wartość aktywów oraz ich zmienność. Przyjmuje się, że przedsiębiorstwo zaprzestanie obsługi długu, gdy wartość aktywów spadnie poniżej określonego punktu (*default point*). W modelu symulacji makroekonomicznej dodatkowym czynnikiem ryzyka jest ogólny stan gospodarki, który wpływa bezpośrednio na prawdopodobieństwo zmiany klasyfikacji kredytowej przez podmioty gospodarcze. Praktycznie we wszystkich modelach szacowane prawdopodobieństwo zmiany klasyfikacji kredytowej lub prawdopodobieństwo niewypłacalności jest zmienne i zależne od czynników zewnętrznych. Oznacza to, że wraz ze zmianą poszczególnych czynników, np. ceny akcji czy stopy bezrobocia, zmienia się szukane prawdopodobieństwo. Tylko w modelu Creditmetrics prawdopodobieństwa zmiany klasyfikacji kredytowej są obliczone na podstawie

danych historycznych, dotyczących niewypłacalności przedsiębiorstw[3]. Kolejnym czynnikiem determinującym aktywne ryzyko kredytowe w modelach rynkowych jest stopa odzysku z udzielonej pożyczki. W najprostszych wersjach modeli, np. w modelu KMV, stopy odzysku uznaje się za stałe lub przypadkowe, a w nowszych zakłada się, że stopy odzysku mają rozkład beta. Wprowadzenie do modeli zmienności stopy odzyskania powoduje wzrost wskaźnika strat nieoczekiwanych.

2. Pożyczki traktowane jako opcje – model firmy KMV

Pomysł zastosowania teorii wyceny opcji do wyceny obarczonych ryzykiem pożyczek i obligacji został zaczerpnięty z pracy R.C. Mertona[4]. Obecnie najbardziej znanym modelem, wykorzystującym tę zależność, jest model monitorowania kredytu firmy KMV. Model Blacka–Scholesa–Mertona (BSM) wyceny opcji może służyć do wyceny wartości kapitału własnego lub obcego w przedsiębiorstwie. Jest to ważne, gdyż w przypadku likwidacji przedsiębiorstwa nabywca obligacji może liczyć na wypłatę, jeżeli wartość kapitału własnego jest większa od zera, tzn. wartość przedsiębiorstwa jest wyższa od zobowiązań. W odwrotnym przypadku wierzyciel nie otrzymuje wypłaty, gdyż wartość kapitału własnego dłużnika wynosi zero. Oznacza to, że przychód wierzyciela przedsiębiorstwa jest zbliżony do przychodu wystawcy opcji sprzedaży na aktywa przedsiębiorstwa zaciągającego pożyczkę (por. rys.).



Profil przychodu banku w związku z udzieloną pożyczką
Źródło: A. Saunders, *Metody pomiaru*, s. 31

Za pomocą modelu Blacka–Scholesa–Mertona można wyznaczyć wartość kapitału własnego przedsiębiorstwa:

[3] Na podstawie danych z przynajmniej kilkunastu lat.

[4] R.C. Merton, *On the Pricing of Corporate Debt. The Risk Structure of Interest Rates*, Journal of Finance 1974, nr 29.

$$E = AN(d_1) - De^{-rT}N(d_2), \tag{1}$$

gdzie:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + \left(r + 0{,}5\sigma_A^2\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + \left(r - 0{,}5\sigma_A^2\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

E – wartość kapitału własnego przedsiębiorstwa,
A – wartość aktywów przedsiębiorstwa,
D – nominalna wartość zadłużenia,
T – okres kredytowania,
r – stopa oprocentowania wolna od ryzyka,
σ_A – zmienność wartości aktywów przedsiębiorstwa,
$N(d_i)$ – wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego dla argumentu równego d_i, gdzie $i = 1, 2$.

W modelu (1) bezpośrednio obserwowalne są E, D, T, r. Wartość rynkowa aktywów przedsiębiorstwa (A) oraz jej zmienność (σ_A) nie są bezpośrednio obserwowalne. W celu oszacowania wartości rynkowej aktywów i jej zmienności dodatkowo wykorzystuje się zależność:

$$\sigma_E = \frac{A}{E}\Delta\sigma_A, \tag{2}$$

gdzie:

σ_E – zmienność kapitału własnego,

$\Delta = \frac{\delta E}{\delta A} = N(d_1)$ – współczynnik zabezpieczenia.

Na podstawie równań (1) i (2) można w wyniku kolejnych iteracji obliczyć wartość aktywów przedsiębiorstwa (A) i jej zmienność (σ_A). Jednak, jak podają D. Gątarek i inni[5], ze względu na niestabilność relacji A/E mogą wystąpić znaczne błędy szacowanych wartości. W celu wyliczenia tzw. odległości od niewypłacalności (*distance to default*) należy skorzystać z formuły:

[5] D. Gątarek, R. Maksymiuk, M. Krysiak, Ł. Witkowski, *Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym*, WIG Press, Warszawa 2001.

$$DD = \frac{A - B}{\sigma_A}, \tag{3}$$

gdzie:

DD – odległość od niewypłacalności,

B – krytyczna wartość aktywów, wyznaczająca punkt niewypłacalności.

Za punkt niewypłacalności (B) według modelu KMV przyjmuje się wartość wszystkich zobowiązań krótkoterminowych (nieprzekraczających jednego roku), powiększoną o połowę wartości księgowej długu długoterminowego pozostałego do obsługi[6]. Nie wyklucza to faktu, że użytkownik modelu może przyjąć dowolną wartość B, którą uważa za sensowną ekonomicznie. W przypadku gdy w okresie kredytowania spodziewana jest zmiana wartości aktywów, należy zmodyfikować formułę (3) o spodziewaną zmianę:

$$DD = \frac{A(1+g) - B}{\sigma_A}, \tag{4}$$

gdzie g to spodziewana względna zmiana wartości aktywów.

Wartości A, σ_A, B oraz T stanowią podstawę do wyliczenia teoretycznej oczekiwanej częstotliwości niewypłacalności (*expected default frequency,* EDF) dowolnego pożyczkobiorcy, czyli prawdopodobieństwo, że wartość aktywów przedsiębiorstwa w perspektywie okresu T spadnie poniżej wartości krytycznej (B)[7]. Przy obliczaniu wartości EDF zakłada się, że wartości aktywów podlegają rozkładowi normalnemu, co nie jest zbyt dobrym przybliżeniem, gdyż rozkład EDF jest prawostronnie asymetryczny. W rzeczywistości może to prowadzić do niedoszacowania prawdopodobieństwa utraty zdolności kredytowej[8]. Dlatego w modelu KMV korzysta się z empirycznej EDF, liczonej według następującej formuły:

$$\text{empiryczna EDF} = \frac{F}{N}, \tag{5}$$

gdzie:

F – liczba przedsiębiorstw, które miały określoną odległość od niewypłacalności DD (np. 2σ), a które w ciągu okresu T stały się niewypłacalne,

N – całkowita liczba przedsiębiorstw, które miały określoną odległość od niewypłacalności DD (np. 2σ).

---

[6] A. Saunders, *Metody pomiaru*, s. 35.

[7] Najczęściej określa się EDF w perspektywie rocznej, por. A. Saunders, *Metody pomiaru*, s. 37.

[8] Często zakłada się, że dobrym przybliżeniem wartości aktywów jest rozkład logarytmiczno-normalny, por. D. Gątarek, R. Maksymiuk, M. Krysiak, Ł. Witkowski, *Nowoczesne metody*, s. 180.

W celu wyliczenia empirycznej EDF należy dysponować bazą historycznych danych na temat wypłacalności i niewypłacalności przedsiębiorstw, co znacznie utrudnia zastosowanie omawianej metody w warunkach polskiej gospodarki.

Za pomocą omawianej metody dokonuje się także wyceny wartości zadłużenia, która jest równa wartości przedsiębiorstwa, pomniejszonej o wartość kapitału własnego:

$$A - E = De^{-rT}\left[\frac{1}{d}N(-d_1) + N(d_2)\right], \tag{6}$$

gdzie:

d – dźwignia kapitałowa zdefiniowana jako relacja zaktualizowanej wartości księgowej zadłużenia do wartości przedsiębiorstwa:

$$d = \frac{De^{-rT}}{A}, \tag{7}$$

$$d_1 = -\frac{\ln(d) - 0{,}5\sigma_A^2 T}{\sigma_A\sqrt{T}},$$

$$d_2 = -\frac{\ln(d) + 0{,}5\sigma_A^2 T}{\sigma_A\sqrt{T}}.$$

W kolejnym etapie wyznacza się wysokość premii za ryzyko kredytowe, opisanej wzorem:

$$q^* - r = -\frac{1}{T}\ln\left[\frac{1}{d}N(-d_1) + N(d_2)\right]. \tag{8}$$

Ł. Witkowski zaprezentował odmienne podejście do oszacowania EDF, opierające się na założeniu, że zmiany wartości aktywów są opisane standardowym ruchem geometrycznym Browna[9]. Wartość aktywów w momencie t można wtedy zapisać jako:

$$A_t = A_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)t + \sigma_A\sqrt{t}Z_t\right), \tag{9}$$

[9] Ł. Witkowski, *Zaawansowane metody modelowania prawdopodobieństw utraty zdolności płatniczej na przykładzie metodologii KMV*, Rynek Terminowy 2000, nr 9, s. 138-140.

stąd

$$\ln A_t = \ln A_0 + \left(\left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) t + \sigma_A \sqrt{t} Z_t \right), \tag{10}$$

gdzie:

$Z_t \sim N(0,1)$,
A_0 – wartość aktywów przedsiębiorstwa w okresie początkowym,
μ – średnia stopa zwrotu z aktywów przedsiębiorstwa,
σ_A^2 – wariancja stopy zwrotu z aktywów przedsiębiorstwa.

Wartości aktywów przedsiębiorstwa dobrze przybliża rozkład logarytmiczno-normalny o wartości oczekiwanej w momencie t opisanej wzorem:

$$E(A_t) = A_0 e^{\mu t}. \tag{11}$$

W założeniach modelu Mertona przyjmuje się dodatkowo, że przedsiębiorstwo ma prostą strukturę finansowania, składającą się z: kapitału własnego, zerokuponowego instrumentu dłużnego o okresie wymagalności T, o wartości nominalnej F i wartości rynkowej B_t[10]. Przyjmuje się, że niewypłacalność pojawia się w momencie t, gdy wartość aktywów jest mniejsza niż wartość wymagalnych zobowiązań. Oznaczając przez p_{def} prawdopodobieństwo utraty zdolności płatniczej, można oszacować wartość krytyczną aktywów A_{def}, poniżej której przedsiębiorstwo nie może obsługiwać wymagalnych zobowiązań:

$$p_{\text{def}} = Pr\left[A \le A_{\text{def}}\right] = Pr\left[\ln A \le \ln A_{\text{def}}\right], \tag{12}$$

a podstawiając do równania (12) równanie (10), otrzymuje się:

$$p_{\text{def}} = Pr\left[\ln A_0 + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) t + \sigma_A \sqrt{t} Z_t \le \ln A_{\text{def}} \right]. \tag{13}$$

Stąd po przekształceniu otrzymuje się:

$$p_{\text{def}} = Pr\left[\frac{\ln\left(\frac{A_{\text{def}}}{A_0}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right) t}{\sigma_A \sqrt{t}} \ge Z_{\text{def}} \right] =$$

[10] D. Gątarek, R. Maksymiuk, M. Krysiak, Ł. Witkowski, *Nowoczesne metody*, s. 180.

$$= Pr\left[Z_{\text{def}} \leq -\frac{\ln\left(\frac{A_0}{A_{\text{def}}}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right) t}{\sigma_A \sqrt{t}} \right]. \quad (14)$$

W celu otrzymania takiej wartości zmiennej o rozkładzie normalnym Z_{def}, że spadek wartości aktywów poniżej tej wartości równoznaczny jest z utratą zdolności płatniczej, należy dysponować wartościami macierzy migracji kategorii ratingowej. Wykorzystując wartości tej macierzy, można dokonać podziału standardowego rozkładu normalnego wartości aktywów zgodnie z trajektorią migracji danego kredytobiorcy[11].

Zakończenie

Najważniejszą kwestią omawianego modelu prognozowania niewypłacalności, skonstruowanego na podstawie modelu wyceny opcji, jest oszacowanie rynkowej wartości aktywów przedsiębiorstwa i jej zmienności. W tym celu można wykorzystać informacje dotyczące cen akcji i ich zmienności. Do zalet prezentowanego modelu można zaliczyć jego niezależność od danych historycznych, co sprawia, że jest on bardziej wrażliwy od systemów opartych na danych księgowych[12]. Do jego wad należy: niedoszacowanie prawdopodobieństwa niewypłacalności w krótkich horyzontach czasowych, nieuwzględnienie rozmaitych typów długoterminowych obligacji według uprzywilejowania, zabezpieczenia czy zmienności oraz fakt, że jest to model statyczny, tzn. opiera się na założeniu, że raz ustalona struktura długu pozostaje niezmieniona[13].

Zastosowanie w Polsce prezentowanego modelu jest utrudnione ze względu na niski odsetek przedsiębiorstw notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie[14]. Zastosowanie tej metodologii w warunkach polskich ogranicza także brak bazy danych o empirycznych prawdopodobieństwach utraty zdolności kredytowej, co jest kluczowym elementem przy ocenie EDF.

---

[11] Ł. Witkowski, *Zaawansowane metody*, s. 140.

[12] Wskaźniki EDF uwypuklają cykliczność gospodarki, a agencje klasyfikacyjne Standard and Poor's oraz Moody's opierają swoje wskaźniki na podstawie danych z ostatnich kilkunastu lat, czyli odzwierciedlają ujęcie średnie cyklu.

[13] A. Saunders, *Metody pomiaru*, s. 41.

[14] D. Gątarek, R. Maksymiuk, M. Krysiak, Ł. Witkowski, *Nowoczesne metody*, s. 191.

Literatura

Gątarek D., Maksymiuk R., Krysiak M., Witkowski Ł., *Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym*, WIG Press, Warszawa 2001.

Gospodarowicz A., *Wybrane problemy szacowania ryzyka kredytowego*, w: *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A Zeliaś, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2001.

Jajuga K., *Statistical Methods in Credit Risk Analysis*, w: *Taksonomia 8 – Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 2001.

Krysiak M., Witkowski Ł., *Nowe rozwiązania w zakresie modelowania ryzyka kredytowego*, Rynek Terminowy 2000, nr 7/1.

Marciniak Z., *Zarządzanie wartością i ryzykiem przy wykorzystaniu instrumentów pochodnych*, Wydawnictwo Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa 2001.

Merton R.C., *On the Pricing of Corporate Debt. The Risk Structure of Interest Rates*, Journal of Finance 1974, nr 29.

Saunders A., *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2001.

Witkowski Ł., *Zaawansowane metody modelowania prawdopodobieństw utraty zdolności płatniczej na przykładzie metodologii KMV*, Rynek Terminowy 2000, nr 9/3.

Wójciak M., *Przegląd rynkowych modeli oceny zdolności kredytowej*, materiały z XXXIX Konferencji statystyków, ekonometryków i matematyków akademii ekonomicznych Polski Południowej, XXI seminarium naukowego im. Zbigniewa Pawłowskiego, Lądek Zdrój 2003 (w recenzji).

NEW METHODS OF CREDIT RISK MANAGEMENT

Summary

Credit risk is one of the basic types of risk in the banking activity. This risk is measurable and may be presented by means of a quantitative variable. This variable helps us to classify a firm to a right group of default risk. An option pricing approach (the so-called KMV method) to measure the credit risk is presented in the article. If we have nominal value of debt, and the value of equity and its volatility, it is possible to find a market value of assets and its volatility. In case the market value of assets is described by standard geometric Brown motion, the expected default frequency (EDF) can be determined. The expected default frequency is a probability that the market value of assets will be lower than the book value of the firm's liabilities by the time the debt matures. The disadvantages, advantages and conditions to apply this model to the Polish economy are presented at the end of the article.