Paweł KLIBER, Przemysław MATUSZEWSKI

IDENTYFIKACJA STRUKTURY PORTFELA FUNDUSZU INWESTYCYJNEGO

Wstęp

Wraz z rozwojem rynku kapitałowego w Polsce pojawiły się wyspecjalizowane instytucje, zajmujące się inwestowaniem powierzonego im kapitału. Ze względu na posiadane zasoby finansowe odgrywają one istotną rolę w kształtowaniu cen papierów wartościowych. Dysponując wyspecjalizowaną kadrą oraz znacznie większymi możliwościami w zakresie gromadzenia oraz przetwarzania informacji, lokowane za ich pośrednictwem fundusze często przynoszą wyższą stopę zwrotu niż decyzje inwestorów indywidualnych. Za świadczone usługi firmy zarządzające pobierają jednak wynagrodzenie, zmniejszające potencjalne zyski inwestorów. Dlatego już od momentu debiutu tego typu formy oszczędzania inwestorzy zainteresowali się metodami, które pozwoliłyby im odgadnąć strategię inwestycyjną funduszu [7]. Znajomość strategii miałaby dwie zalety. Po pierwsze – inwestor mógłby naśladować portfel funduszu, licząc na osiągnięcie nie niższej stopy zwrotu. Po drugie – fundusze będąc dużymi inwestorami na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, mają istotny wpływ na kształtowanie się cen akcji. Umiejętność predykcji zmian cen pozwoliłaby na zwiększenie efektywności inwestycji.

W pracy autorzy podjęli próbę stworzenia dwóch modeli, pozwalających na identyfikację struktury inwestycji funduszy inwestycyjnych. Pierwszy model wykorzystuje liniową zależność między stopą zwrotu portfela a stopami zwrotu walorów w portfelu. W drugim modelu wykorzystano klasyczne zadanie wyboru optymalnego portfela papierów wartościowych zaproponowane przez H. Markowitza. W części empirycznej podjęto próbę praktycznej weryfikacji oraz oceny modeli przy wykorzystaniu historycznych notowań jednostki uczestnictwa w Otwartym Funduszu Inwestycyjnym Agresywnego Inwestowania Pioneer III.

1. Portfel funduszu inwestycyjnego

Przedmiotem zainteresowania autorów jest fundusz inwestycyjny, lokujący wyłącznie w znany zbiór akcji. Niech $P_{i,t}$ oznacza cenę akcji i-tej w okresie t. Fundusz inwestuje jedynie w akcje n różnych spółek, więc $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. $N_{i,t}$ oznacza liczbę akcji i-tej spółki, posiadanych przez fundusz w momencie t. Wartość funduszu w chwili t wynosi:

$$W_t = \sum_{i=1}^{n} N_{i,t} P_{i,t} . \tag{1}$$

Niech M_t będzie liczbą jednostek uczestnictwa funduszu, znajdujących się w obiegu w chwili t, wówczas cena jednej jednostki wynosi:

$$P_{p,t} = \frac{W_t}{M_t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_{i,t} P_{i,t}}{M_t} . \tag{2}$$

Na początku następnego okresu fundusz dokonuje wyceny jednostki uczestnictwa, zgodnie z nowymi cenami akcji. Cena jednostki uczestnictwa w okresie $t+1$ wynosi:

$$P_{p,t+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_{i,t} P_{i,t+1}}{M_t} , \tag{3}$$

a stopa zwrotu z jednostki uczestnictwa z okresu t na okres $t+1$ wynosi:

$$R_{p,t} \equiv \frac{P_{p,t+1} - P_{p,t}}{P_{p,t}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_{i,t} (P_{i,t+1} - P_{i,t})}{Mt} \cdot \frac{M_t}{\sum_{i=1}^{n} N_{i,t} P_{i,t}} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{N_{i,t} P_{i,t}}{W_t} \cdot \frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}} . \tag{4}$$

Oznaczając przez $R_{i,t}$ stopę zwrotu i-tej akcji z okresu t na okres $t+1$

$$R_{i,t} \equiv \frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}} , \tag{5}$$

a przez α^i udziały wartościowe funduszu w akcjach i-tej spółki

$$\alpha^i \equiv \frac{N_{i,t} P_{i,t}}{W_t} , \tag{6}$$

stopę zwrotu z jednostki powiernictwa można zapisać w postaci

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^{n} \alpha^i R_{i,t} . \tag{7}$$

2. Regresja liniowa z warunkami pobocznymi

Równanie (7) jest punktem wyjścia dla próby estymacji struktury portfela. Gdyby fundusz lokował cały kapitał w znany nam zbiór akcji n spółek oraz gdyby udziały wartościowe w poszczególnych walorach był stałe, wówczas na podstawie n obserwacji stóp zwrotu z jednostki uczestnictwa i z akcji możliwe byłoby dokładne wyznaczenie udziałów funduszu w poszczególnych walorach (równania postaci (7) tworzyłyby układ n równań liniowych z n niewiadomymi). Jednak udziały funduszu w poszczególnych akcjach zmieniają się z czasem – wskutek zmian strategii inwestycyjnej funduszu oraz naturalnych ruchów cen akcji. Nie znamy także zbioru walorów, w które fundusz inwestuje. Wobec tego nie można dokładnie wyznaczyć struktury udziałów. Możliwa jest jednak estymacja ekonometryczna oparta na równaniu (7)

$$R_{p,t} = \alpha^0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha^i R_{i,t} + \epsilon_t . \tag{8}$$

Zmienna ϵ_t jest zakłóceniem losowym, związanym z inwestycjami w walory spoza danego zbioru akcji oraz ze zmianami w strukturze portfela. Parametr α^0 traktujemy jako udział funduszu w innych walorach (spoza ustalonego zbioru akcji), przemnożony przez średnią stopę zwrotu z tych walorów[1].

Przyjęto następujące założenia, dotyczące działalności funduszu i jego inwestycji:

- Zarząd funduszu planuje długookresową strategię inwestycyjną. Określa walory, które fundusz kupuje, a także jaką część funduszu należy lokować w określonych akcjach. Udziały są określone wartościowo, a nie ilościowo.

[1] Oznaczając przez $R_{0,t}$ stopę zwrotu z pozostałych inwestycji funduszu (spoza badanego zbioru akcji), a przez a^0 oznaczając część wartości portfela przeznaczoną na te inwestycje, mamy

$$R_{p,t} = a^0 R_{0,t} + \sum_{i=1}^{n} \alpha^i R_{i,t}$$

Dekomponując stopę zwrotu z pozostałych inwestycji na wartość oczekiwaną μ^0 i odchylenie losowe ν_t, $R_{0,t} = \mu_0 + \nu_t$, otrzymujemy wzór (7), przy czym $\alpha^0 = \mu^0 a^0$ oraz $\epsilon_t = a^0 \nu_t$. Można przewidzieć, że α^0 jest liczbą dodatnią o małej wartości (inne inwestycje funduszu to zazwyczaj inwestycje w bony skarbowe lub obligacje o dodatnich stopach zwrotu i małej wartości oczekiwanej stopy zwrotu, a także rezerwa gotówkowa). Badania empiryczne, opisane w dalszej części artykułu, potwierdzają to przypuszczenie.

Zarząd funduszu planuje, w jakich proporcjach, a nie w jakiej liczbie kupować akcje.

- Jeśli ruchy cen akcji spowodują odchylenia udziałów od planowanej struktury, to zarząd funduszu natychmiast koryguje udziały, sprzedając lub kupując odpowiednią liczbę akcji.
- Strategia funduszu jest rzadko zmieniana – nie częściej niż raz w roku.
- Fundusz lokuje przeważającą część kapitału w akcje notowane na GPW. Oczekiwane stopy zwrotu z innych walorów, w które fundusz inwestuje, są niższe od oczekiwanych stóp zwrotu akcji.
- Fundusz nie dokonuje krótkiej sprzedaży.

Przy powyższych założeniach można dokonać próby oceny udziałów funduszu przez estymację parametrów równania (8) z ograniczeniami nałożonymi na parametry:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha^i \leq 1, \tag{9}$$

$$\forall i \in \{1, \ldots, n\} : \alpha^i \geq 0. \tag{10}$$

Do estymacji parametrów równania (8) z ograniczeniami (9) oraz (10) zastosowano metodę najmniejszych kwadratów. Estymacja sprowadza się do rozwiązania zadania programowania kwadratowego w postaci:

$$\min \sum_{t=1}^{T} \left(R_{p,t} - \alpha^0 - \sum_{i=1}^{n} \alpha^i R_{i,t} \right)^2 \tag{11}$$

przy warunkach:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha^i \leq 1, \tag{12}$$

$$\alpha^1 \geq 0, \ \ldots, \ \alpha^n \geq 0. \tag{13}$$

Rozwiązania zadania nie można przedstawić analitycznie. Można jednak rozwiązać je numerycznie.

3. Wykorzystanie klasycznego podejścia do konstrukcji portfela papierów wartościowych

3.1. Zarys metody

Inwestor nabywający jednostkę uczestnictwa w funduszu inwestycyjnym wyraża chęć dokonania inwestycji w portfel papierów wartościowych o nieznanej strukturze, określonej przez kolumnowy n-elementowy wektor $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha^1 \ \ldots \ \alpha^n)$.

Struktura inwestycji funduszu jest przedmiotem dociekań inwestorów w celu osiągania wyników nie gorszych niż wyniki funduszu. Identyfikacja struktury portfela funduszu może zatem polegać na znalezieniu portfela ryzykownych papierów wartościowych o tych samych parametrach bądź relacji parametrów co portfel funduszu.

W celu wyznaczenia wektora $\boldsymbol{\alpha}$ posłużyć się można klasycznym zadaniem optymalizacji struktury portfela papierów wartościowych zaproponowanym przez H. Markowitza ([3], [4]). Zakładając, że spełnione są założenia dotyczące wyboru optymalnej inwestycji [4], zadanie ma postać:

$$\max\left(\boldsymbol{\alpha}'\boldsymbol{\mu}-\gamma\boldsymbol{\alpha}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\alpha}\right), \tag{14}$$

pod warunkiem

$$\sum_{i=1}^{k}\alpha^i=1, \tag{15}$$

$$\alpha^1\geq 0,\ \ldots,\alpha^n\geq 0\,. \tag{16}$$

Funkcja kryterium stanowi kombinację liniową oczekiwanej stopy zwrotu z portfela oraz jego wariancji. Symbole $\boldsymbol{\Sigma}$ oraz $\boldsymbol{\mu}$, oznaczają macierz kowariancji oraz wektor oczekiwanych stóp zwrotu z papierów wartościowych.

Rozwiązaniem zadania (14)-(16) jest wektor udziałów papierów wartościowych w portfelu $\boldsymbol{\alpha}$, dla którego kwadratowa funkcja użyteczności przyjmuje wartość maksymalną. Zakłada się ponadto, że udziały są nieujemne i sumują się do jedynki. Parametr γ określa nastawienie inwestora względem ryzyka i oznacza dodatkową oczekiwaną stopę zwrotu, jaką musi uzyskać inwestor, aby zaakceptować wzrost ryzyka mierzonego wariancją portfela o jednostkę. Niska wartość γ oznacza wysoką skłonność inwestora do ponoszenia ryzyka, wysoka wartość γ – niską skłonność inwestora do ponoszenia ryzyka [2].

Naśladując inwestycję w jednostkę uczestnictwa w funduszu, inwestor będzie starał się wybrać portfel, znajdujący się na krzywej portfeli efektywnych, charakteryzujący się tym samym krańcowym przyrostem oczekiwanej stopy zwrotu względem wariancji (γ) co portfel funduszu. Zatem aby móc określić strukturę portfela papierów wartościowych, identyfikującego strukturę portfela funduszu, należy wyznaczyć parametr, charakteryzujący nastawienie względem ryzyka inwestora lokującego w jednostkę uczestnictwa w funduszu inwestycyjnym.

3.2. Metoda szacowania współczynnika γ

Proponowana metoda identyfikacji portfela funduszu sprowadza się do wyznaczenia portfela papierów wartościowych efektywnego w sensie Markowitza przy parametrze γ, charakterystycznym dla inwestycji w jednostkę uczestnictwa

w funduszu. Stosunek do ryzyka wyrażony za pomocą parametru γ jest jedyną wielkością wiążącą identyfikowaną strukturę portfela funduszu inwestycyjnego ze strukturą portfela, będącego w posiadaniu inwestora.

Jedną z metod szacowania skłonności inwestora do ryzyka jest wykorzystanie w tym celu założenia, stanowiącego podstawę teorii separacji, sformułowanej w postaci twierdzenia przez J. Tobina [5]. Zakładając, że inwestor może lokować i zaciągać kredyt przy tej samej stopie wolnej od ryzyka r_f struktura portfela rynkowego nie zależy od postawy inwestora względem ryzyka. Portfel rynkowy definiowany jest jako inwestycja w ryzykowne papiery wartościowe, dająca efektywne w sensie Markowitza kombinacje liniowe z walorem pozbawionym ryzyka. Z twierdzenia wynika, że inwestor zawsze wybierze inwestycję, stanowiącą kombinację portfela rynkowego oraz waloru pozbawionego ryzyka.

Dla inwestora chcącego w każdym momencie nabyć jednostkę uczestnictwa w funduszu inwestycyjnym o stopie zwrotu R_p alternatywą jest lokata w portfel, stanowiący kombinację liniową waloru pozbawionego ryzyka oraz portfela rynkowego:

$$R_p = (1 - \alpha_M) r_f + \alpha_M R_M , \tag{17}$$

gdzie α_M oznacza udział portfela rynkowego [2]. Przekształcając (17) do postaci:

$$R_p = \alpha_M (R_M - r_f) + r_f \tag{18}$$

otrzymujemy równanie regresji liniowej stopy zwrotu z funduszu R_p względem nadwyżkowej stopy zwrotu z portfela rynkowego R_M ponad stopę wolną od ryzyka r_f. Parametr α_M równania (18) można oszacować, wykorzystując estymator klasycznej metody najmniejszych kwadratów przy warunku pobocznym w postaci $r_f = E(r_f)$ ([1], [6]).

Oczekiwana stopa zwrotu z portfela (17) wynosi:

$$E(R_p) = (1 - \alpha_M) r_f + \alpha_M E(R_M), \tag{19}$$

natomiast wariancja stopy zwrotu dana jest wzorem:

$$D^2(R_p) = \alpha_M^2 D^2(R_M) . \tag{20}$$

W celu określenia optymalnej alokacji posiadanych zasobów pomiędzy walor wolny od ryzyka oraz portfel rynkowy inwestor maksymalizuje względem α_M funkcję celu:

$$f(\alpha, \gamma) = -\gamma \alpha_M^2 D^2(R_M) + r_f + \alpha_M \left(E(R_M) - r_f\right). \tag{21}$$

Różniczkując względem α_M otrzymujemy:

$$\frac{\partial f(\alpha_M, \gamma)}{\partial \alpha_M} = -\frac{1}{2} \gamma \alpha_M D^2(R_M) + E(R_M) - r_f . \tag{22}$$

Ponieważ udział portfela rynkowego w inwestycji został określony, z warunku koniecznego na istnienie ekstremum można wyznaczyć wartość parametru γ:

$$\gamma_p = \frac{E(R_M) - r_f}{\alpha_M D^2(R_M)}, \tag{23}$$

dla którego prawa strona równania (22) przyjmie wartość zero. Wartość γ_p uznać można za wielkość, charakteryzującą nastawienie względem ryzyka inwestora lokującego w jednostkę uczestnictwa funduszu inwestycyjnego.

4. Próba identyfikacji struktury funduszu PIONEER III

4.1. Organizacja procesu obliczeniowego

Zaproponowane metody identyfikacji struktury portfela funduszu inwestycyjnego wykorzystano w celu określenia struktury jednostki uczestnictwa w Otwartym Funduszu Inwestycyjnym Agresywnego Inwestowania Pioneer III. Badaniem objęto cenę jednostki uczestnictwa od 27 grudnia 1995 roku do 11 sierpnia 2001 roku[2]. Łącznie dysponowano 1383 dziennymi obserwacjami wartości jednostki uczestnictwa. Do konstrukcji portfela posłużono się cenami akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie z analogicznego okresu[3]. Ponadto wykorzystano informacje o kształtowaniu się rentowności 26-tygodniowych bonów skarbowych, stanowiących ekwiwalent papierów wartościowych pozbawionych ryzyka[4].

Obliczenia przeprowadzono, wykorzystując oprogramowanie statystyczne GNU R[5]. Do wyznaczenia rozwiązań zaproponowanych w pracy zadań posłużono się algorytmem Goldfarba i Idnaniego, zaimplementowanym w bibliotece `quadprog`, stanowiącej rozszerzenie pakietu statystycznego.

Weryfikacja modeli przeprowadzona została sekwencyjnie zgodnie ze schematem zamieszczonym na rysunku 1. Na podstawie historycznych stóp zwrotu dla okresu objętego oknem estymacji (OE) z akcji spółek oraz jednostki uczestnictwa w funduszu zbudowano jednosesyjne portfele papierów wartościowych. Założono, że horyzont inwestycji odpowiada jednej sesji, na której dokonywano

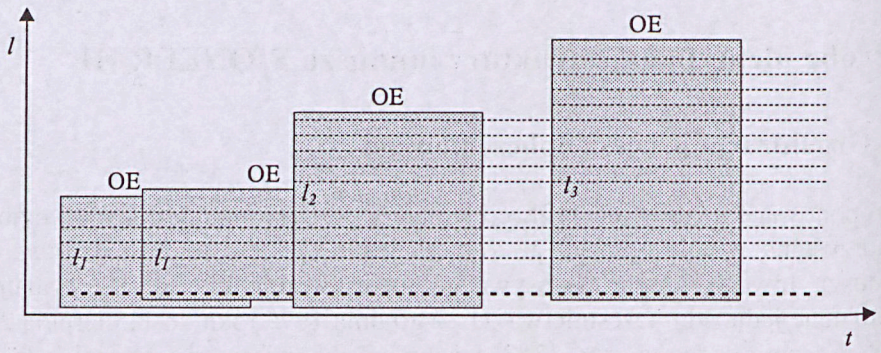
[2] Dane historyczne dostępne są pod adresem http://www.pioneer.com.pl.

[3] Dane historyczne dotyczące notowań cen akcji dostępne są pod adresem http://www.bossa.pl.

[4] Informacje o wynikach przeprowadzonych przetargów na bony skarbowe znajdują się na stronach Ministerstwa Finansów pod adresem http://www.ml.gov.pl.

[5] Informacje o pakiecie GNU R wraz ze źródłami oraz dokumentacją znajdują się na stronie http://www.cran.r-project.org.

oceny rentowności inwestycji oraz realokacji struktury portfeli. Realokacja związana z budową portfela na kolejną sesję była wynikiem przesunięcia okna estymacji i włączenia do obliczeń bieżącej sesji notowań. Do konstrukcji portfeli wybierano wyłącznie te papiery wartościowe w liczbie l, które notowane były przez cały okres objęty oknem estymacji. Procedurę konstrukcji portfeli przeprowadzano aż do momentu, gdy oknem estymacji objęta została przedostatnia sesja z badanego okresu, tak by możliwe było oszacowanie stopy zwrotu z inwestycji również na ostatniej sesji.



l – liczba spółek

Rys. 1. Schemat wyboru papierów wartościowych wchodzących w skład portfela

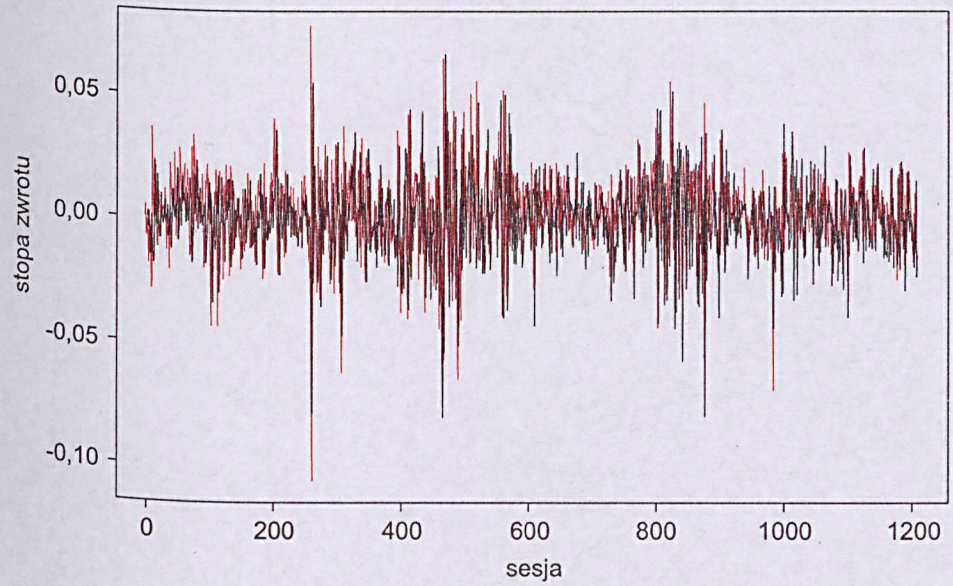
Źródło: Opracowanie własne

Liczba oszacowanych parametrów w obu zadaniach jest duża i zależy od liczby papierów wartościowych włączonych do portfela. Ponieważ szerokość okna estymacji musi przekraczać liczbę akcji, długość OE przyjęto na poziomie 200, 400, 600 oraz 800 sesji (W przypadku metody regresji liniowej przyjęto maksymalną szerokość OE = 600). Dla każdego OE przeprowadzono obliczenia zgodnie ze schematem zamieszczonym na rysunku 1. Oznacza to, że zbudowano od 582 do 1182 portfeli w zależności od szerokości okna estymacji.

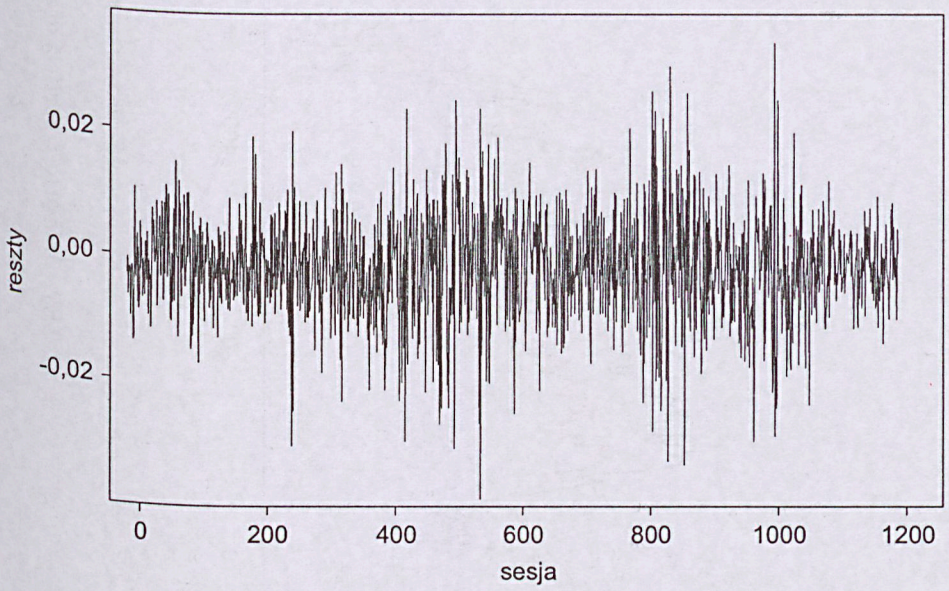
4.2. Zastosowanie regresji liniowej

Rozwiązując zadanie (11), oszacowano strukturę portfela funduszu inwestycyjnego. Szacunki wykonano, przesuwając okno estymacji, zgodnie ze schematem zamieszczonym na rysunku 1. Długość okna estymacji ustalono kolejno na 200, 400 oraz 600 sesji. Za oszacowanie struktury portfela na daną sesję (nazywane dalej portfelem teoretycznym) przyjęto oszacowanie na podstawie danych z okna estymacji kończącego się na sesji poprzedniej.

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

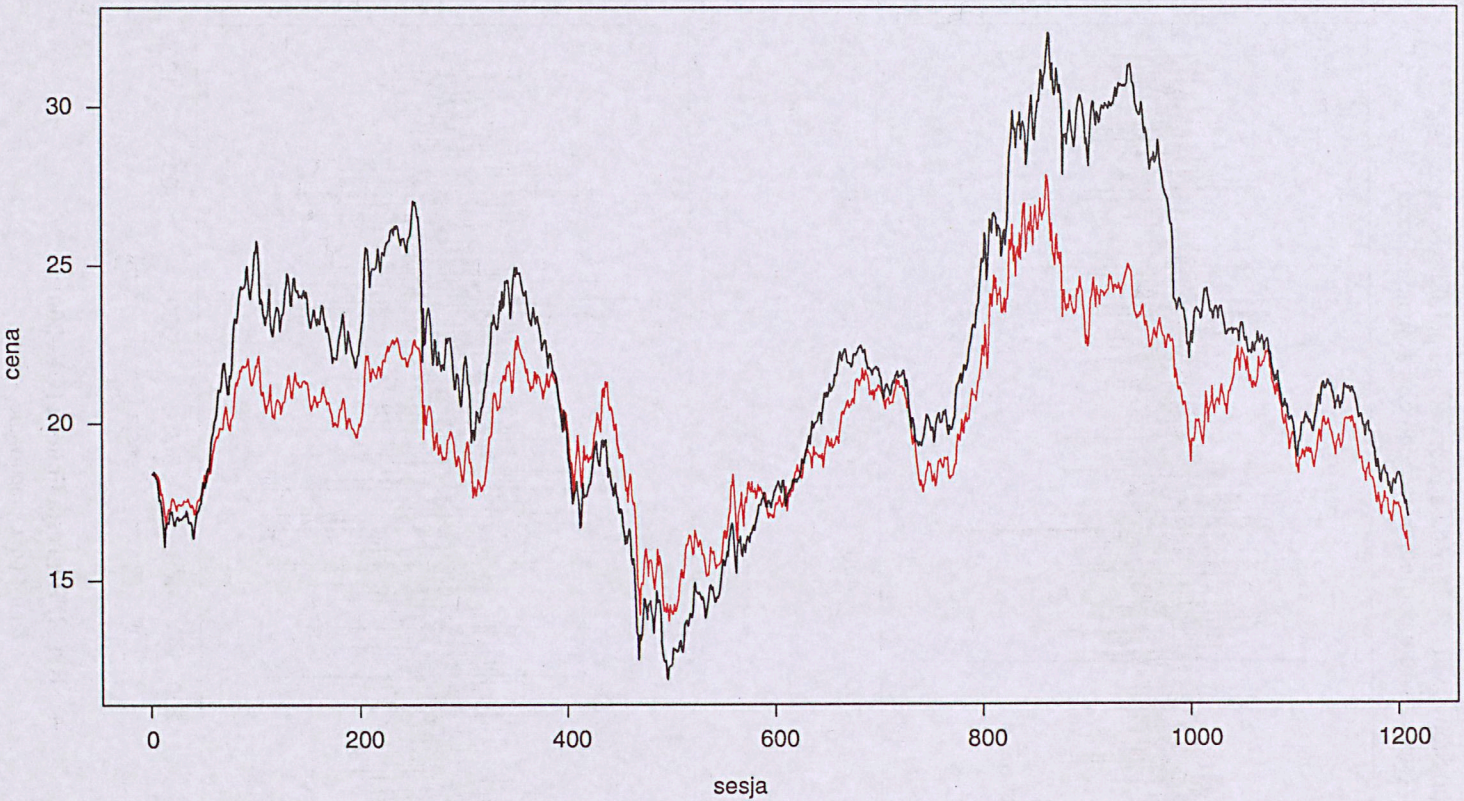


(b) Reszty



Rys. 2. Regresja liniowa (OE=200)

Źródło: Opracowanie własne

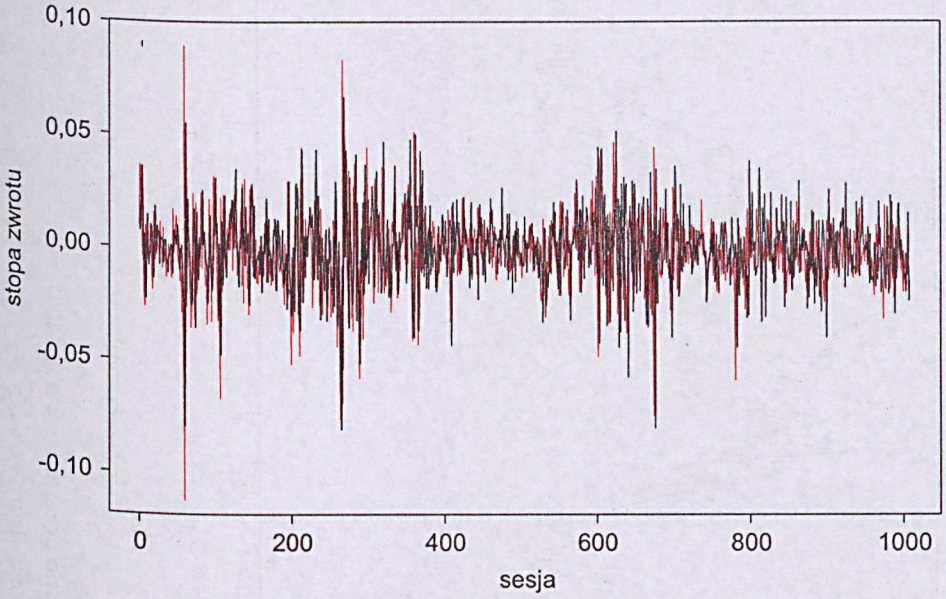


Wartość jednostki uczestnictwa oznaczono linią czerwoną.

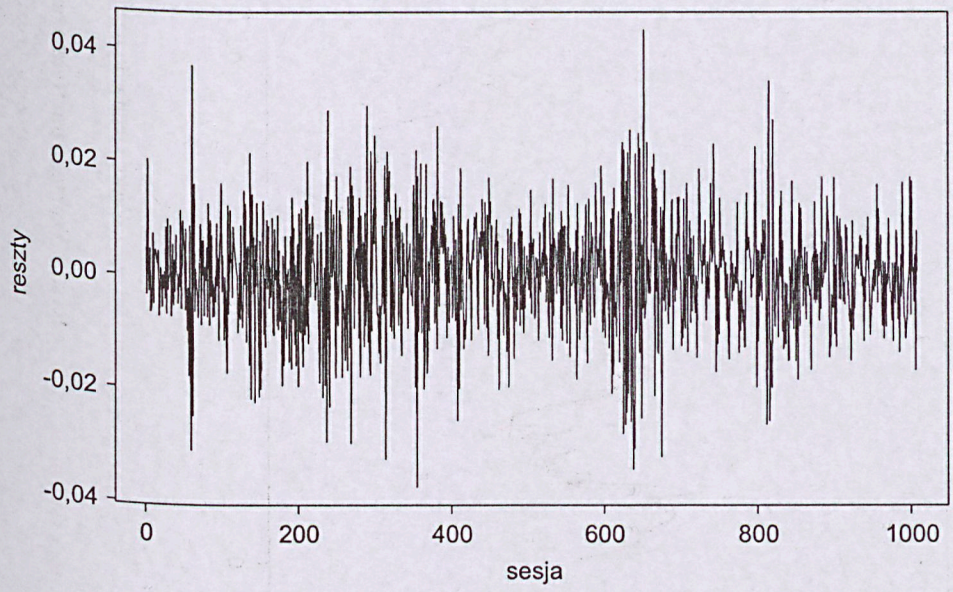
Rys. 3: Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=200)

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

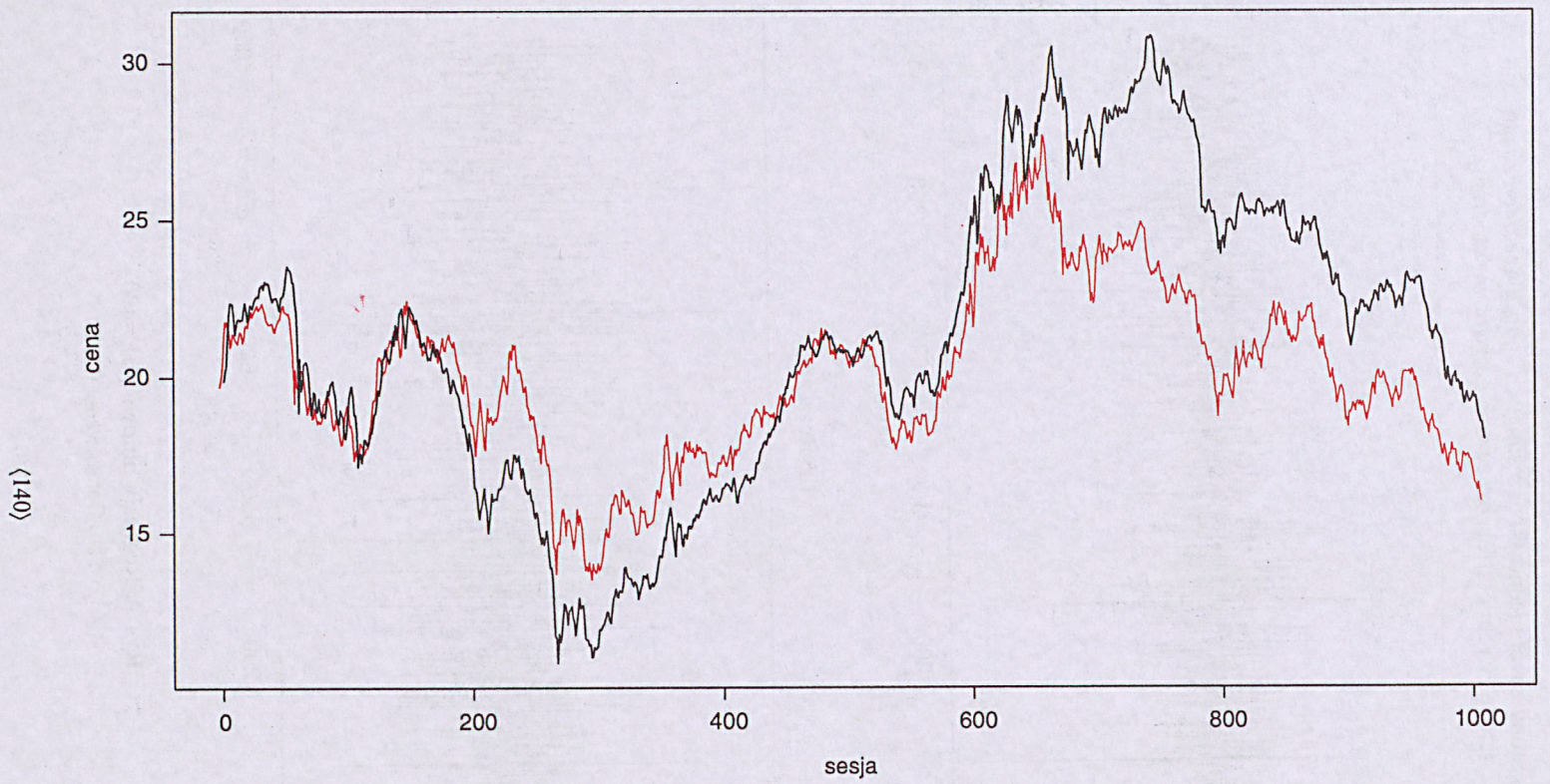


(b) Reszty



Rys. 4. Regresja liniowa (OE=400)

Źródło: Opracowanie własne

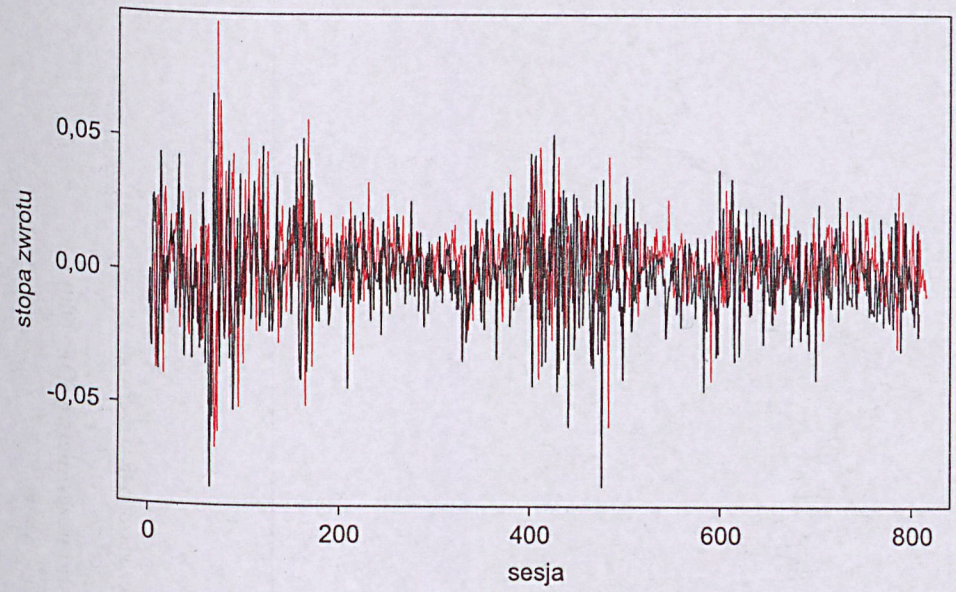


Wartość jednostki uczestnictwa oznaczono linią czerwoną.

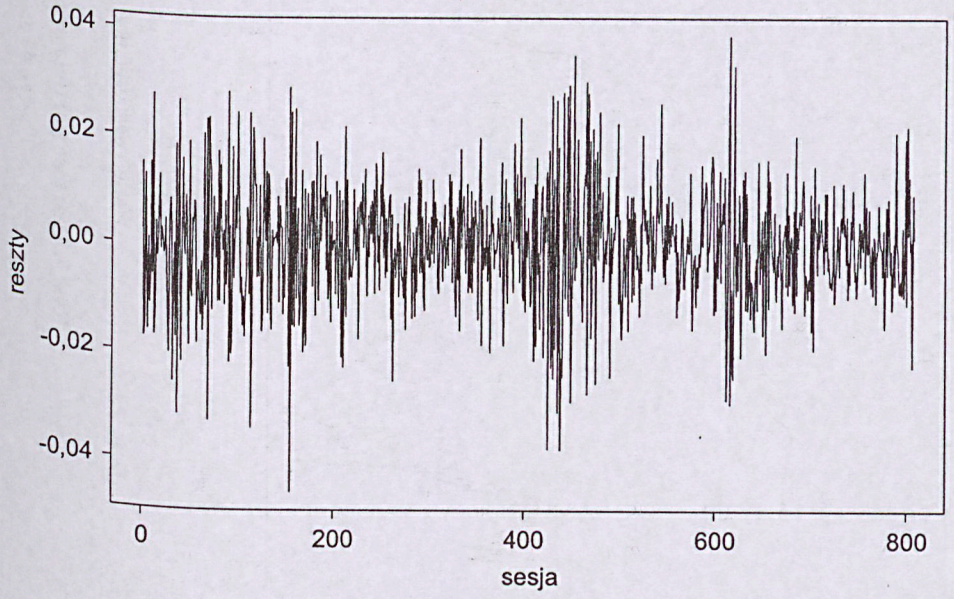
Rys. 5. Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=400)

Źródło: Opracowanie własne

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

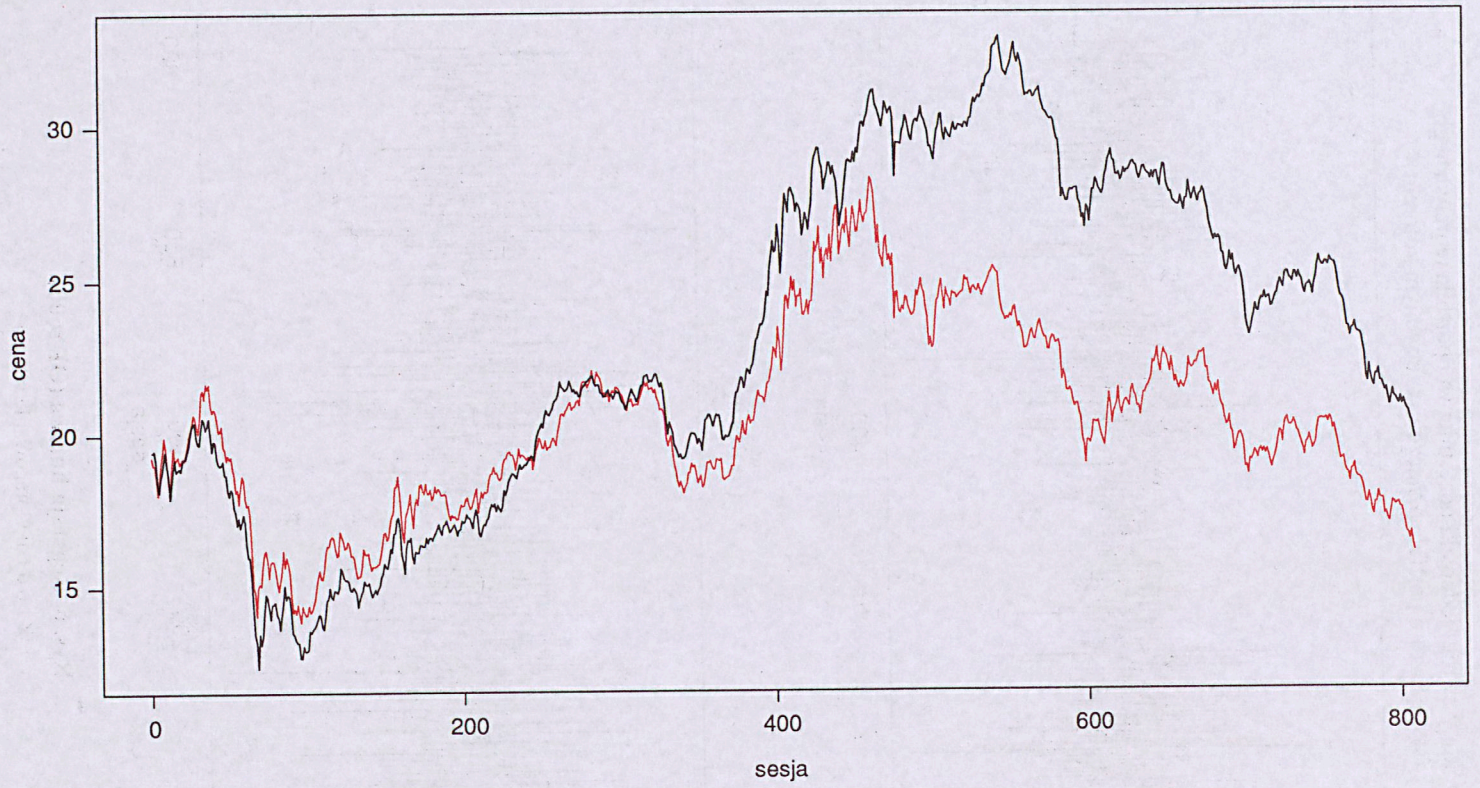


(b) Reszty



Rys. 6. Regresja liniowa (OE=600)

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne



Wartość jednostki uczestnictwa oznaczono linią czerwoną.

Rys. 7. Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=600)

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 1. Portfel funduszu na dzień 30 czerwca 2000 roku oraz portfele teoretyczne – regresja liniowa (w %)

Spółka	Faktyczny	OE=200	OE=400	Spółka	Faktyczny	OE=200	OE=400
AGORA	1,10	0,00	0,00	LENT	0,44	0,00	0,00
AMICA	1,08	0,00	0,00	LETA	0,00	2,42	0,00
AMS	0,00	1,04	3,18	LGPET	0,00	0,00	2,41
APATOR	0,00	1,38	3,09	MACROS	0,00	1,39	0,57
APEXIM	0,00	0,00	1,59	MANOM	0,00	0,00	1,13
ATLANT	0,00	0,05	1,26	MEDIA4	0,00	1,52	2,92
BAUMA	0,00	0,00	0,36	MIESZ	0,00	3,42	1,05
BETONS	0,00	6,94	3,64	MSTEP	0,69	0,00	0,00
BHAND	0,42	0,00	1,31	MSTGD	0,79	0,00	0,71
BIG	0,00	2,28	0,00	MSTPC	0,00	2,53	2,53
BOS	0,00	1,47	4,28	MSTZB	0,34	0,00	0,00
BPH	1,52	0,00	0,00	NOVITA	0,00	0,00	1,21
BRE	3,30	0,00	0,00	OKOCIM	1,11	0,00	0,00
BSK	6,00	1,90	1,01	OPTIM	1,65	0,00	0,00
COMAR	0,21	0,00	0,00	ORBIS	3,16	0,00	0,00
COMPL	1,23	0,00	0,00	PBK	3,28	0,00	0,00
CSS	0,00	2,00	0,00	PEKAO	4,18	2,90	5,36
DĘBICA	1,28	0,00	0,00	PIASE	0,00	2,79	7,50
EBI	0,00	2,78	0,00	PKN	7,77	0,00	0,00
EFL	2,56	0,00	0,00	PLKUTNO	0,60	0,00	0,00
ELBUD	0,76	0,00	0,00	PLIFARC	0,49	0,00	0,00
ELEKTRIM	1,56	0,00	0,00	PROKOM	4,17	0,00	0,36
ELEKTX	0,00	1,61	2,37	PROSPER	0,00	10,13	0,00
ELZAB	5,06	3,05	6,11	RAFAKO	0,23	0,00	0,00
FARMA	1,03	0,00	0,00	REMAK	0,00	0,25	0,38
FORTE	0,25	0,00	0,00	SFTBANK	1,85	3,94	1,49
GETIN	0,00	1,50	0,00	STLPRD	0,00	0,00	1,21
GROCL	0,00	1,89	0,00	STERPRO	0,00	0,73	1,16
HOWEL	0,00	5,89	7,65	STOMIL	3,45	0,00	0,00
HYDRO	0,00	2,89	4,96	SWARZĘDZ	0,00	5,45	2,17
IGROUP	0,00	0,65	1,45	ŚWIECIE	3,20	0,00	0,00
IMPEX	0,52	0,00	0,00	TP S.A.	6,57	0,00	0,00
JELFA	0,78	0,00	0,00	WARTA	0,45	3,53	1,46
JUTRZ	0,36	0,00	0,00	WBK	1,75	0,00	1,67
KETY	2,01	5,65	0,80	WILBO	0,32	0,00	0,00
KGHM	9,05	0,00	1,84	YAWAL	0,00	2,59	1,69
KOMPA	0,00	3,66	1,74	ŻYWIEC	1,73	4,74	4,42
KREDY	1,71	0,00	0,00	Inne	9,99	3,71	6,63
LDASA	0,00	1,34	5,31				

Źródło: Sprawozdanie finansowe półroczne funduszu PIONEER III, obliczenia własne.

Rysunki 2-7 przedstawiają wyniki obliczeń. Stopy zwrotu z portfela teoretycznego oraz z jednostki uczestnictwa umieszczono na rysunkach 2(a), 4(a) i 6(a). Rysunki 2(b), 4(b) i 6(b) przedstawiają reszty modelu, czyli różnice między stopami zwrotu z portfela teoretycznego, a stopami zwrotu jednostki uczestnictwa funduszu. Reszty były mniejsze dla krótszych okien estymacji. Dla okna estymacji długości 200 sesji reszty wahały się od –3 do około 2,5%, podczas gdy dla okien długości 400 i 600 sesji reszty znajdowały się w przedziale od –4% do 4%. Analiza reszt wskazuje na znaczne niedopasowanie modelu. Reszty są na tym samym poziomie co wartości zmiennych. Sugeruje to duże różnice w strukturze między portfelem teoretycznym a empirycznym.

Aby porównać efektywność inwestycji w oszacowany portfel, wyznaczono wartość portfela teoretycznego. Przyjęto, że w momencie początkowym jego wartość jest równa wartości jednostki uczestnictwa, a następnie zmienia się zgodnie z teoretycznymi stopami zwrotu, wyznaczonymi na podstawie modelu. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 3, 5 oraz 7. W badanym okresie portfel teoretyczny osiągał zdecydowanie lepsze wyniki niż inwestycja w jednostkę uczestnictwa. Najwyższe stopy zwrotu otrzymano dla okna estymacji długości 600 sesji (rys. 7), dla którego w prawie całym okresie wartość portfela teoretycznego przewyższa wartość jednostki uczestnictwa. Przewaga portfela teoretycznego wynika prawdopodobnie z większej dywersyfikacji portfela otrzymanego na podstawie szacunków niż faktycznego portfela funduszu inwestycyjnego.

Tabela 1 zawiera porównanie faktycznych udziałów funduszu inwestycyjnego na dzień 30 czerwca 2000 roku z udziałami portfeli teoretycznych szacowanych z okien estymacji długości 200 i 400 sesji. Można zauważyć, że oszacowane portfele są w małym stopniu zgodne ze strukturą portfela funduszu. Niska jakość oszacowania może być spowodowana przez dużą liczbę zmiennych oraz szerokie okno estymacji. Na giełdzie handluje się akcjami ponad stu spółek, w które fundusz może inwestować. Próbując odgadnąć aktualną strategię funduszu, trzeba wziąć pod uwagę wszystkie spółki. Należy więc wykonać estymację przy ponad stu zmiennych objaśniających.

4.3. Zastosowanie klasycznej analizy portfelowej

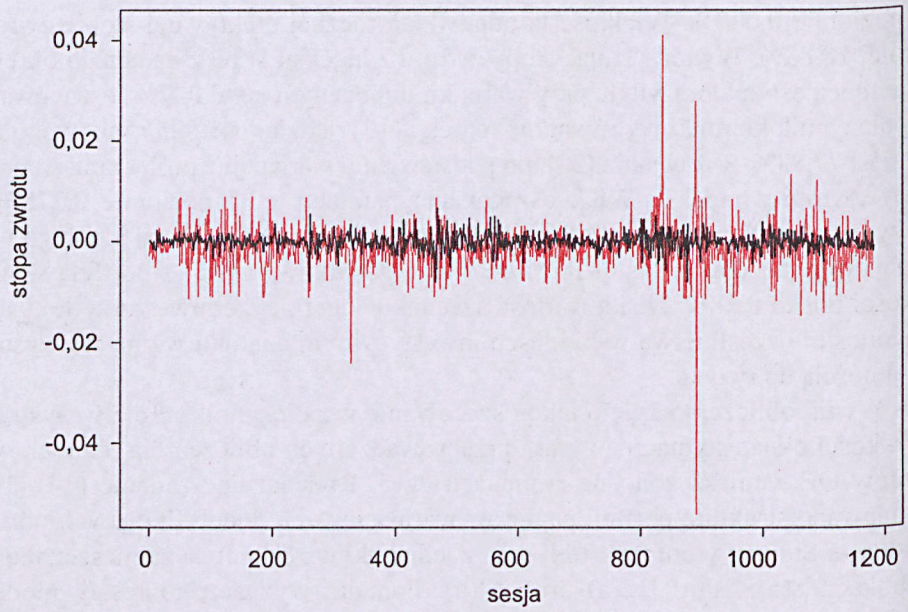
Identyfikacja struktury portfela funduszu inwestycyjnego za pomocą klasycznej analizy portfelowej wymaga oszacowania parametru, charakteryzującego nastawienie względem ryzyka inwestora lokującego w jednostkę uczestnictwa w funduszu. Metoda estymacji parametru γ opisana została w punkcie 3.2.
Na podstawie danych dotyczących rentowności 26-tygodniowych bonów skarbowych oszacowano dzienną stopę zwrotu z waloru pozbawionego ryzyka r_f

na poziomie 0,047%. Wielkość ta odpowiada rocznej efektywnej stopie zwrotu równej 18,83%. Wykorzystując stopy zwrotu z indeksu WIG z badanego okresu, za pomocą estymatora MNK przy warunku pobocznym r_f=0,047%, oszacowano współczynnik kierunkowy równania regresji (18). Udział portfela rynkowego α_M wyniósł 77,88%. Z równania (23), po podstawieniu wariancji z próby oraz średniej stopy zwrotu z indeksu WIG, oszacowano parametr γ na poziomie 0,278716. Otrzymany wynik oznacza, że aby zaakceptować wzrost ryzyka mierzonego wariancją o jednostkę, inwestor musi otrzymać dodatkowy zwrot z portfela w wysokości blisko 0,28%. Niska wartość szacunku sugeruje, że inwestorzy lokujący w jednostki uczestnictwa w funduszu inwestycyjnym charakteryzują się wysoką skłonnością do ryzyka.

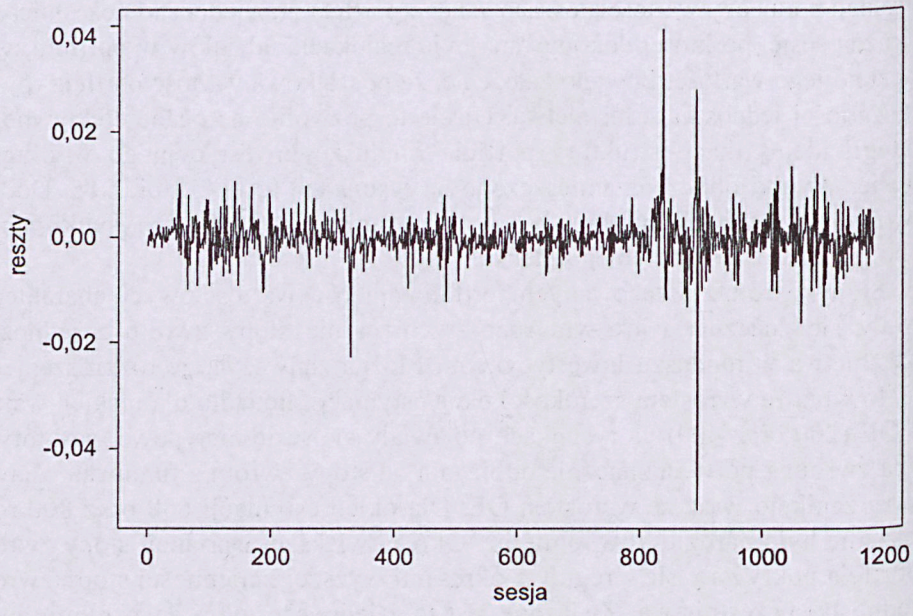
Wynik obliczeń przyjęto jako oszacowanie współczynnika γ dla wszystkich szerokości okna estymacji. Wyniki przeprowadzonych obliczeń dla różnych wariantów OE zamieszczono na rysunkach 8-15. Rozwiązując zadanie (14)-(16), oszacowano strukturę portfeli papierów wartościowych, identyfikujących portfel funduszu. Stopy zwrotu z portfeli oraz z jednostki uczestnictwa zamieszczono na rysunkach 8(a), 10(a), 12(a) oraz 14(a). Ponadto wyznaczono reszty modelu zdefiniowane jako różnice pomiędzy stopą zwrotu z portfela oraz jednostki uczestnictwa (rys. 8(b), 10(b), 12(b) oraz 14(b)). W celu zbadania kształtowania się relacji pomiędzy wartością oszacowanego portfela oraz jednostki uczestnictwa, na każdą sesję, po której dokonywana była realokacja udziałów w portfelu, wyznaczono jego wartość. Przyjęto założenie, że początkowa wartość portfela równa jest wartości jednostki uczestnictwa. Ujęcie to pozwoliło na ocenę efektywności strategii identyfikacji struktury portfela funduszu inwestycyjnego w długim okresie. Wyniki obliczeń zamieszczono na rysunkach 9, 11, 13 oraz 15. Dodatkowo, aby umożliwić porównanie z kształtowaniem się WIG, na rysunki naniesiono przeskalowany przebieg indeksu.

Stopy zwrotu z oszacowanych portfeli papierów wartościowych charakteryzowały się znacznie większym rozproszeniem niż stopy zwrotu z jednostki uczestnictwa w funduszu inwestycyjnym. Można zauważyć, że rozproszenie to malało wraz ze wzrostem szerokości okna estymacji. Ponadto dla niskich wartości OE (200 oraz 400) na rysunkach pojawiały się sesje nietypowe, na których stopa zwrotu z portfela znacznie odbiegała od stopy zwrotu z funduszu. Zjawisko to zanikało wraz ze wzrostem OE. Dla okien estymacji 600 oraz 800 rozproszenie było bardziej równomierne. Okresy większej wariancji stopy zwrotu z portfela pokrywały się z reguły z okresami wyższej zmienności stopy zwrotu z jednostki uczestnictwa. Związane jest to z jednoczesnymi znacznymi zmianami cen dużej liczby akcji notowanych na GPW w Warszawie. Niższa wariancja stopy zwrotu z jednostki uczestnictwa sugeruje większą dywersyfikację inwestycji niż w przypadku portfela skonstruowanego na podstawie zadania klasycznego.

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

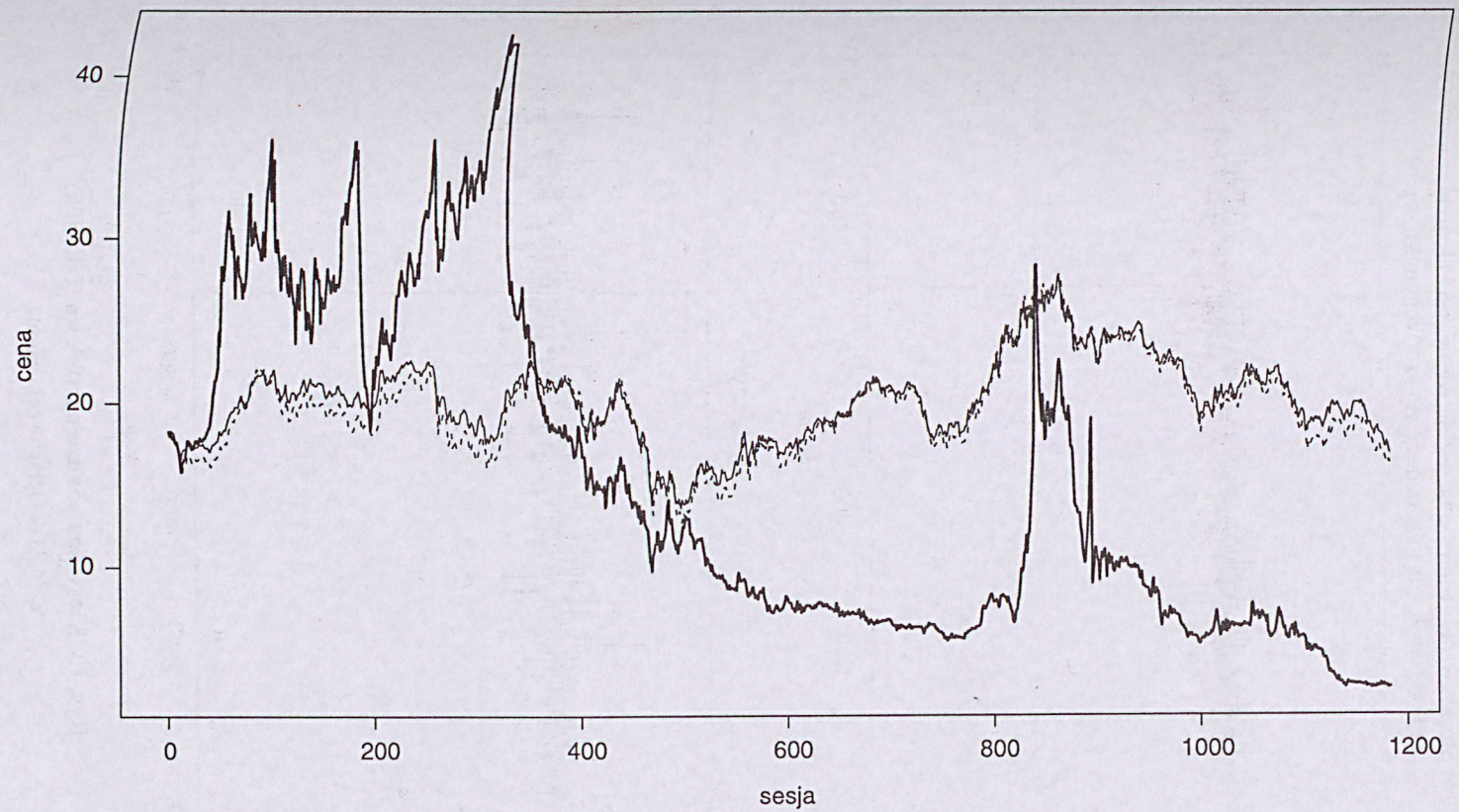


(b) Reszty



Rysunek 8: Klasyczna analiza portfelowa (OE=200)

Źródło: Opracowanie własne

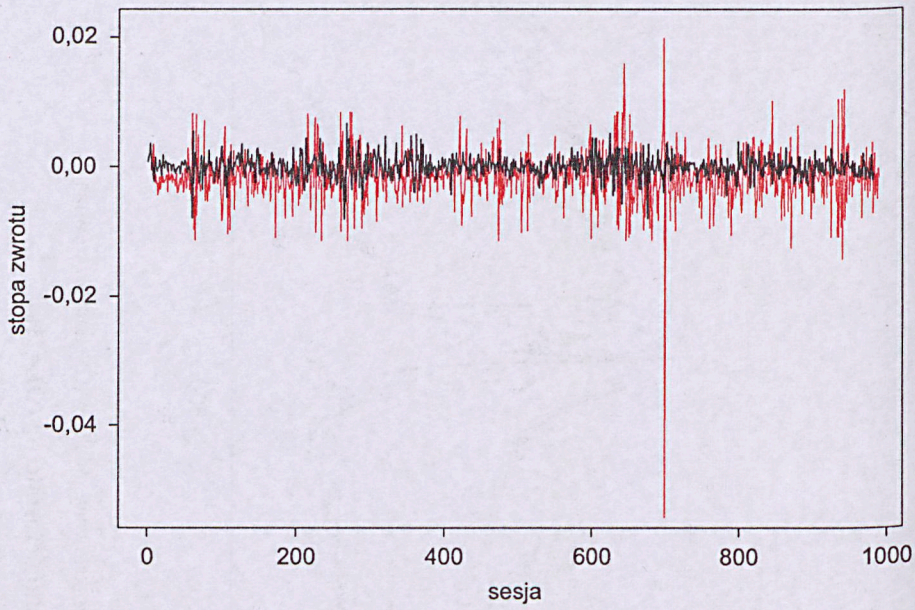


Wartość portfela oznaczono linią pogrubioną, przeskalowany indeks WIG – linią przerywaną

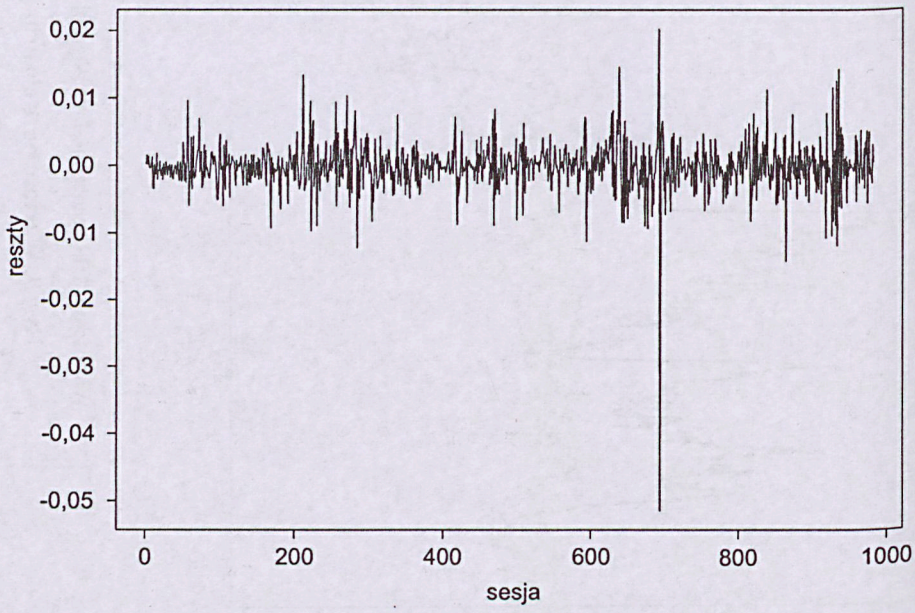
Rys. 9. Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=200)

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

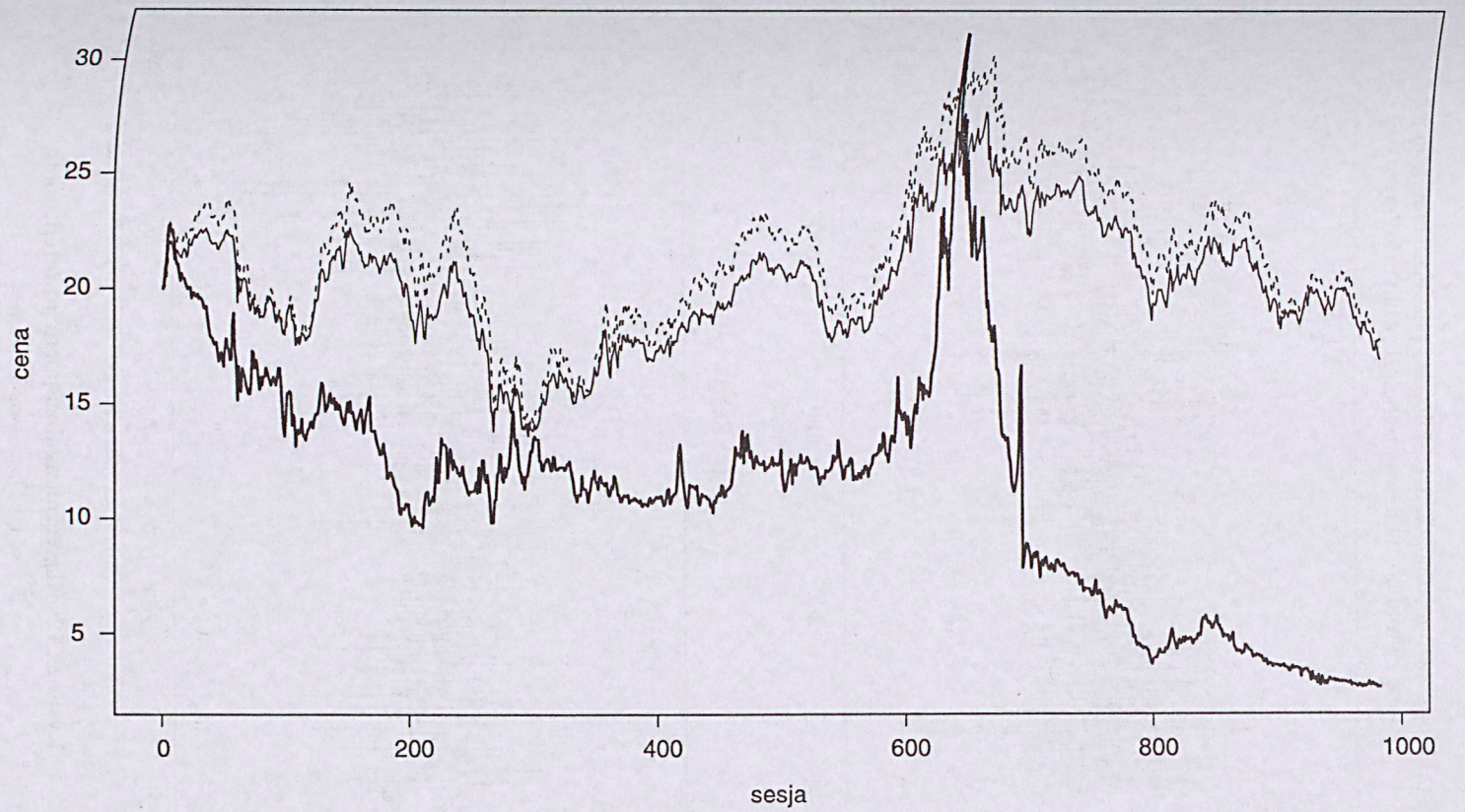


(b) Reszty



Rys. 10. Klasyczna analiza portfelowa (OE=400)

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne

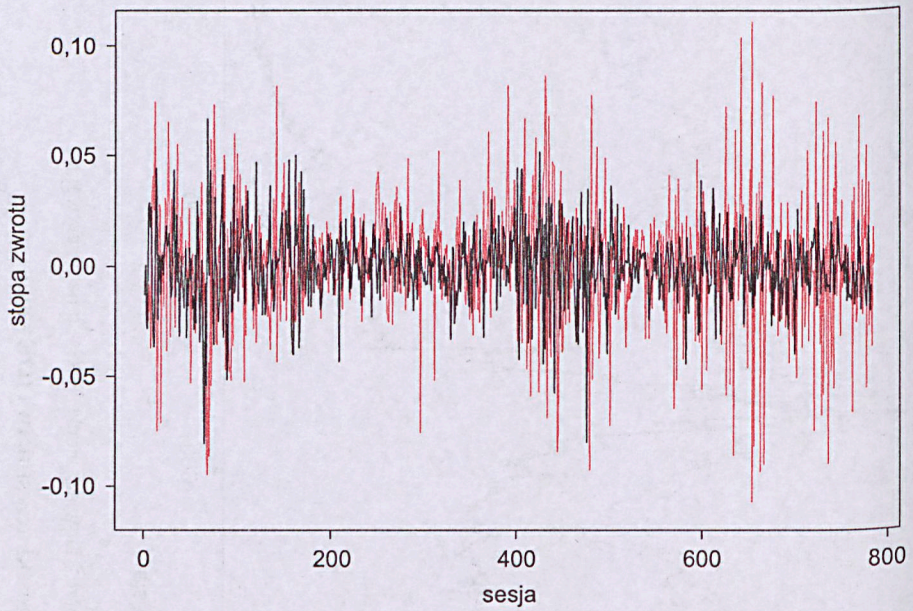


Wartość portfela oznaczono linią pogrubioną, przeskalowany indeks WIG – linią przerywaną

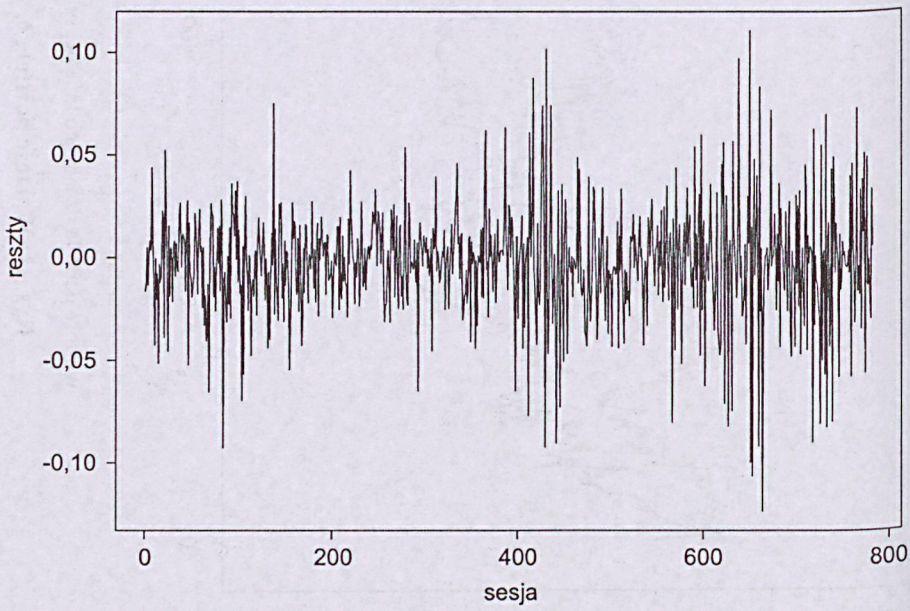
Rys. 11: Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=400)

Źródło: Opracowanie własne

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

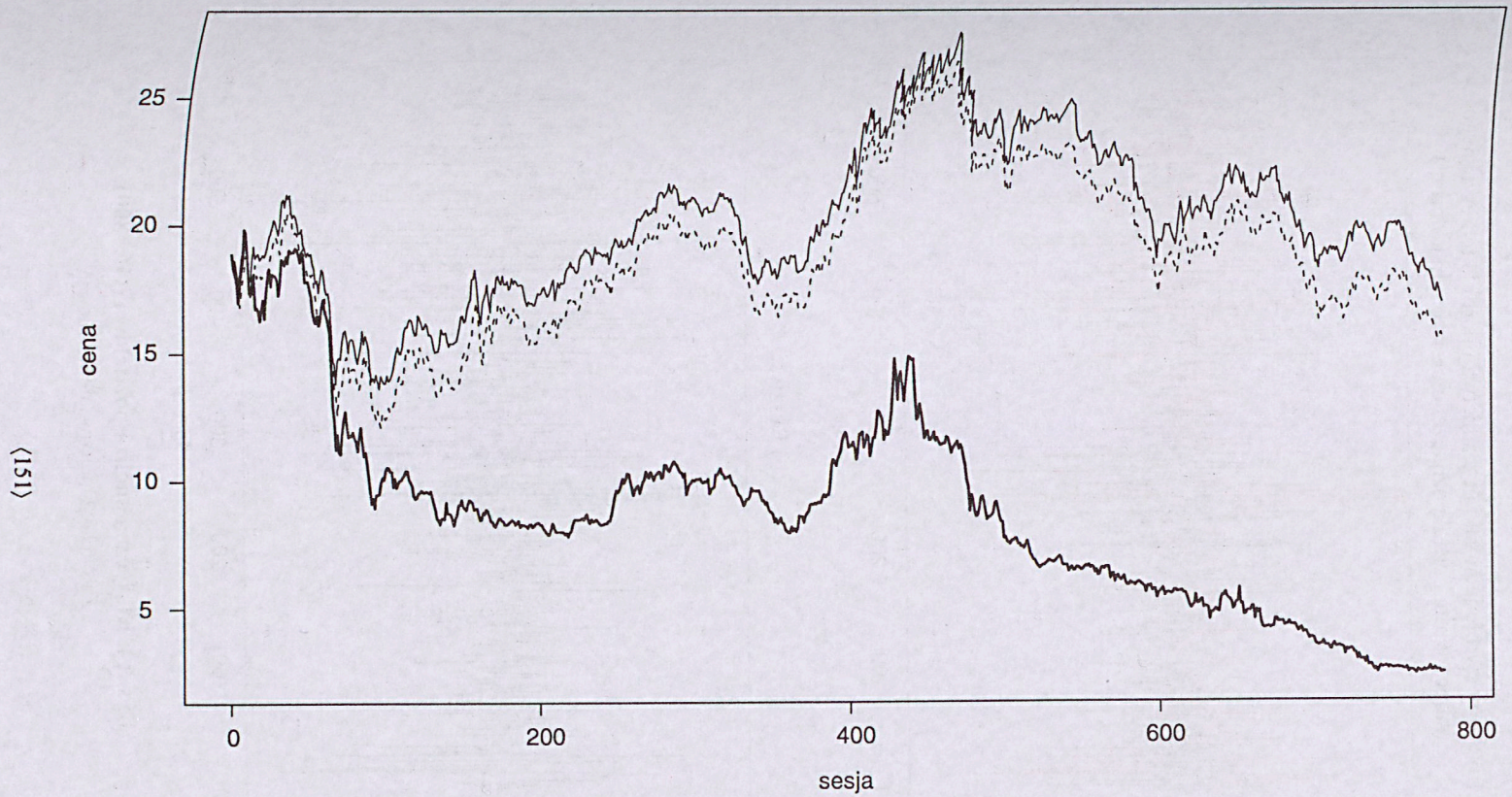


(b) Reszty



Rysunek 12: Klasyczna analiza portfelowa (OE=600)

Źródło: Opracowanie własne

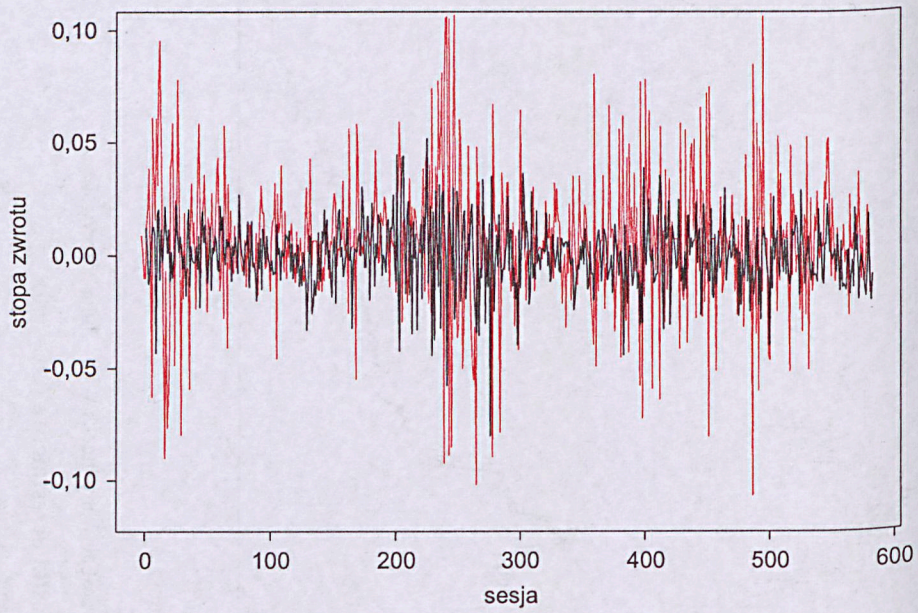


Wartość portfela oznaczono linią pogrubioną, przeskalowany indeks WIG – linią przerywaną

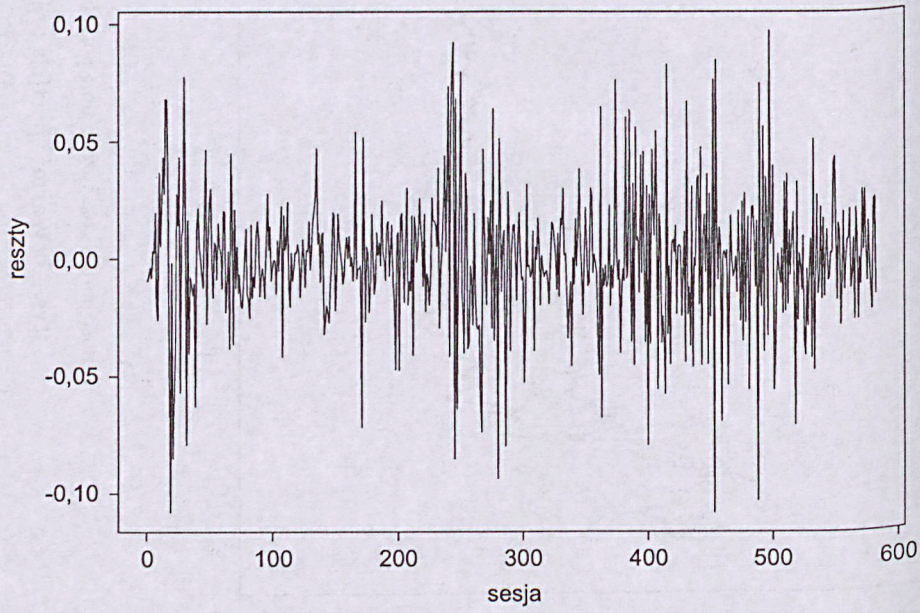
Rys. 13: Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=600)

Źródło: Opracowanie własne

(a) Stopy zwrotu jednostki uczestnictwa i portfela teoretycznego
(stopę zwrotu portfela oznaczono czerwonym kolorem)

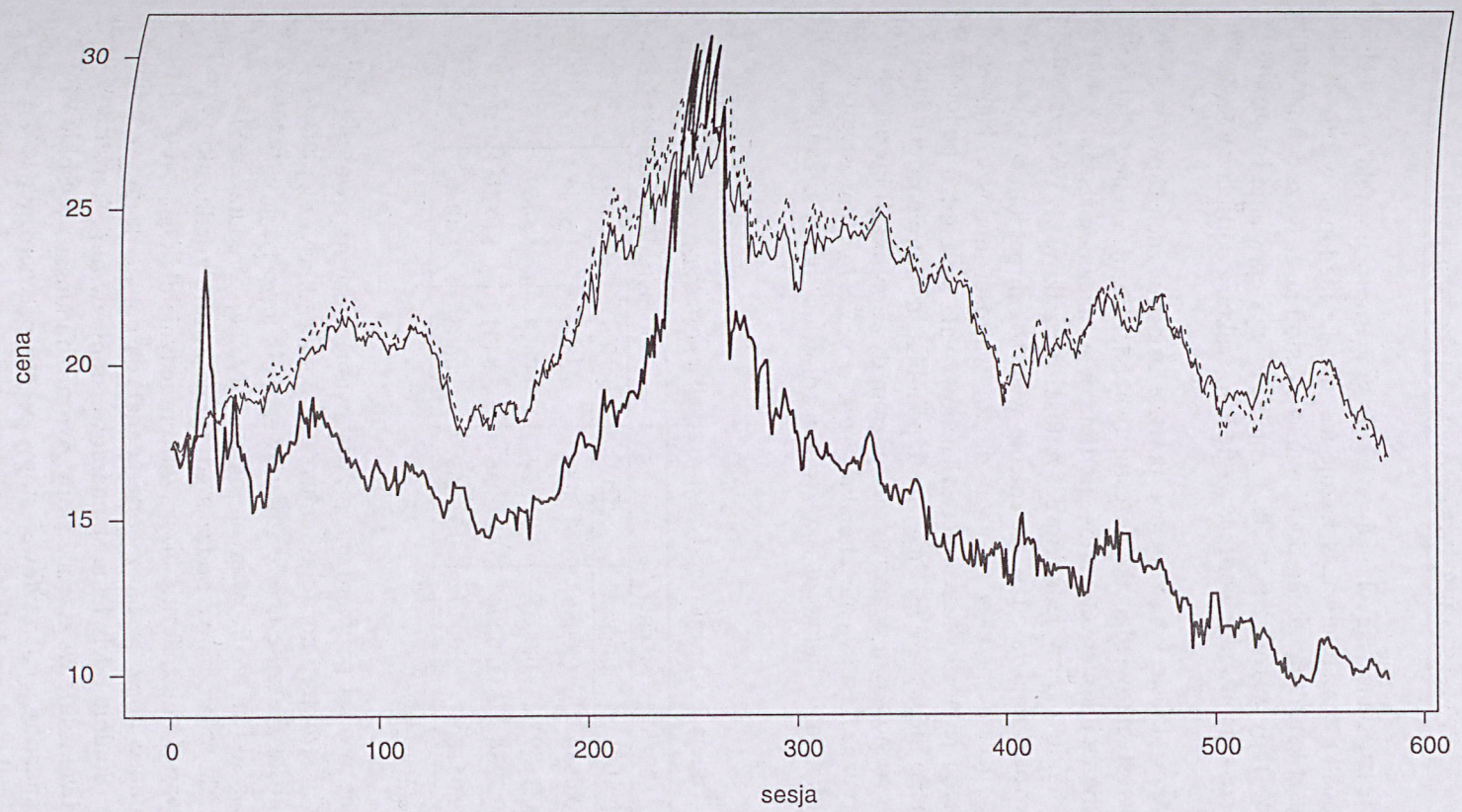


(b) Reszty



Rys. 14. Klasyczna analiza portfelowa (OE=800)

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne



Wartość portfela oznaczono linią pogrubioną, przeskalowany indeks WIG – linią przerywaną

Rys. 15: Wartość portfela oraz jednostki uczestnictwa (OE=800)

Źródło: Opracowanie własne

Analiza reszt, stanowiących nadwyżkę stopy zwrotu z portfela ponad stopę zwrotu z jednostki uczestnictwa, wskazuje na znaczne niedopasowanie modelu. Zmienność reszt kształtuje się na podobnym a często nawet wyższym poziomie od zmienności stopy zwrotu z portfela. Oznacza to występowanie istotnych różnic w strukturze szacowanego portfela względem struktury portfela zarządzanego przez fundusz.

W badanym okresie konstruowane portfele osiągały zdecydowanie gorsze wyniki niż inwestycja w jednostkę uczestnictwa. Niezależnie od przyjętej szerokości okna estymacji końcowa wartość portfela była znacznie niższa niż wartość inwestycji w fundusz (przy jednakowej wartości początkowej). Wyższa zmienność stopy zwrotu znalazła odzwierciedlenie w wysokim poziomie wahań wartości portfeli, znacznie przekraczającym zmiany wartości funduszu. Należy zaznaczyć, że cena jednostki uczestnictwa zachowywała się bardzo podobnie do przeskalowanego indeksu WIG. Sugeruje to podobną strukturę portfela funduszu oraz indeksu i co się z tym wiąże wysoki poziom dywersyfikacji inwestycji funduszu. Sumaryczne zestawienie charakterystyk *a posteriori* inwestycji w jednostkę uczestnictwa w funduszu oraz w konstruowane portfele zamieszczono w tabeli 2.

Tabela 2. Charakterystyki inwestycji *a posteriori* (w %)

OE	Średnia			Odchylenie standardowe		
	portfel	fundusz	reszty	portfel	fundusz	reszty
200	–0,0634	0,0055	–0,0689	4,3820	1,5546	4,0736
400	–0,1159	–0,0035	–0,1124	4,0424	1,6469	3,6682
600	–0,2236	0,0000	–0,2236	2,8451	1,6821	2,7450
800	–0,0518	0,0070	–0,0587	3,0665	1,4946	2,8818

Źródło: Opracowanie własne.

Otrzymane wyniki potwierdzają przedstawione wcześniej wnioski. Strategia identyfikacji struktury portfela funduszu za pomocą klasycznej analizy portfelowej przyniosła znacznie niższe stopy zwrotu niż inwestycja w fundusz. Ponadto dla wszystkich analizowanych okien estymacji średnia sesyjna stopa zwrotu z portfela była ujemna, podczas gdy stopa zwrotu z jednostki uczestnictwa przyjęła wartość nieznacznie niższą od zera jedynie dla OE = 400. Również wysoka zmienność stopy zwrotu z portfela znalazła potwierdzenie w wynikach empirycznych. Średnio odchylenie standardowe stopy zwrotu z konstruowanych portfeli było dwukrotnie wyższe niż stopy zwrotu z funduszu. Wysokie wartości odchylenia standardowego resztowej stopy zwrotu potwierdzają tezę o słabej identyfikacji struktury portfela funduszu inwestycyjnego za pomocą proponowanej metody.

Tabela 3 w analogicznym układzie do tabeli 1 zawiera strukturę udziałów funduszu inwestycyjnego na dzień 30 czerwca 2000 roku oraz udziały portfeli oszacowanych metodą klasyczną. Podobnie jak to było w przypadku modelu regresji liniowej, struktura oszacowanych portfeli jest w małym stopniu zgodna z rzeczywistą strukturą portfela funduszu. Wynika to głównie z małej stabilności oszacowań charakterystyk stóp zwrotu, będących podstawą wyznaczania struktury portfeli papierów wartościowych.

Tabela 3. Portfel funduszu na dzień 30 czerwca 2000 roku oraz portfele teoretyczne – model klasyczny (w %)

Spółka	Faktyczny	OE=200	OE=400	Spółka	Faktyczny	OE=200	OE=400
AGORA	1,10	0,37	0,00	LENT	0,44	0,00	0,00
AMICA	1,08	0,02	1,12	LETA	0,00	2,85	0,00
AMS	0,00	0,00	0,06	LGPET	0,00	0,00	0,00
APATOR	0,00	0,00	0,00	MAGROS	0,00	0,00	0,00
APEXIM	0,00	0,00	0,00	MANOM	0,00	0,00	4,01
ATLANT	0,00	2,03	0,58	MEDIA4	0,00	1,88	0,00
BAUMA	0,00	0,00	0,00	MIESZ	0,00	0,00	5,03
BETONS	0,00	0,00	0,00	MSTEP	0,69	0,00	0,00
BHAND	0,42	0,00	1,97	MSTGD	0,79	0,00	0,00
BIG	0,00	10,82	2,17	MSTPC	0,00	0,00	5,01
BOS	0,00	2,69	1,97	MSTZB	0,34	0,00	0,68
BPH	1,52	0,00	4,28	NOYITA	0,00	0,00	4,05
BRE	3,30	4,08	0,00	OKOCIM	1,11	6,78	0,00
BSK	6,00	4,41	0,00	OPTIM	1,65	2,07	1,16
COMAR	0,21	0,00	0,25	ORBIS	3,16	1,43	0,00
COMPL	1,23	0,00	4,41	PBK	3,28	5,74	0,23
CSS	0,00	0,00	0,00	PEKAO	4,18	0,00	1,64
DĘBICA	1,28	1,76	1,32	PIASE	0,00	0,00	0,00
EBI	0,00	0,70	1,35	PKN	7,77	0,00	0,00
EFL	2,56	13,49	0,00	PLKUTNO	0,60	0,00	0,00
ELBUD	0,76	2,99	0,00	PLIFARC	0,49	0,00	0,00
ELEKTRIM	1,56	5,03	0,00	PROKOM	4,17	4,24	0,00
ELEKTX	0,00	1,09	5,58	PROSPER	0,00	0,00	0,00
ELZAB	5,06	0,00	0,00	RAFAKO	0,23	0,00	0,00
FARMA	1,03	0,00	0,00	REMAK	0,00	0,00	4,38
FORTE	0,25	0,00	0,00	SFTBANK	1,85	8,19	0,00
GETIN	0,00	0,00	4,43	STLPRD	0,00	0,00	0,00
GROCL	0,00	0,00	3,99	STERPRO	0,00	0,00	0,00
HOWEL	0,00	0,00	7,20	STOMIL	3,45	0,00	5,13
HYDRO	0,00	0,44	1,99	SWARZĘDZ	0,00	2,04	0,00
IGROUP	0,00	1,10	1,61	ŚWIECIE	3,20	0,00	0,00

cd. tab. 3

IMPEX	0,52	0,00	5,83	TP S.A.	6,57	5,35	0,00
JELFA	0,78	1,22	1,15	WARTA	0,45	0,14	0,00
JUTRZ	0,36	0,66	0,70	WBK	1,75	0,00	0,00
KETY	2,01	0,00	2,52	WILBO	0,32	0,00	0,86
KGHM	9,05	5,23	4,50	YAWAL	0,00	0,00	1,03
KOMPA	0,00	0,00	0,00	ŻYWIEC	1,73	0,00	0,00
KREDY	1,71	0,00	0,00	Inne	9,99	0,00	0,00
LDASA	0,00	1,16	7,81				

Źródło: Sprawozdanie finansowe półroczne funduszu PIONEER III, obliczenia własne.

Podsumowanie

Z punktu widzenia osiąganych wyników mierzonych wartością portfela proponowana metoda identyfikacji struktury inwestycji funduszu nie przyniosła zadowalających rezultatów. Zarówno metoda estymacji ekonometrycznej, jak i metoda budowy portfela metodą Markowitza nie pozwoliły poprawnie zidentyfikować struktury funduszu.

Bezpośrednia estymacja struktury portfela metodami ekonometrycznymi okazała się mało skuteczna ze względu na zbyt dużą liczbę zmiennych objaśniających. Przy ponad stu spółkach notowanych na giełdzie należy uwzględnić co najmniej dwieście obserwacji, tak by uniknąć liniowej zależności zmiennych. W tak długim okresie fundusz jest w stanie znacznie zmienić strukturę swoich lokat, co podaje pod wątpliwość otrzymane wyniki. Dodatkową trudnością mogą być błędy numeryczne, wprowadzające zakłócenia w estymacji.

Przy próbie zastosowania klasycznej metody konstrukcji portfela okazało się, że portfele teoretyczne cechuje wyższa zmienność oraz niższa stopa zwrotu w porównaniu z portfelem funduszu. Fundusz dokonuje inwestycji bardziej zdywersyfikowanych, przez co uzyskuje lepsze wyniki niż portfele zbudowane za pomocą klasycznej analizy portfelowej.

Literatura

[1] Goldberger A.G., *Teoria ekonometrii*, PWE, Warszawa 1975
[2] Jurek W., *Konstrukcja i analiza portfela papierów wartościowych o zmiennym dochodzie*, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań 2001
[3] Markowitz H.M., *Portfolio Selection*, Journal of Finance 1952, no. 7
[4] Markowitz H.M., *Portfolio Selection Efficient Diversification of Investments*, Yale University Press, New Haven 1959

[5] Tobin J., *Liquidity Preference as Behaviour Toward Risk*, Review of Economic Studies 1958, no. 25
[6] Welfe A., *Ekonometria*, PWE, Warszawa 1995
[7] Wojewódka M., *Jak się zarabia na giełdzie*, M.Wojewódka Consulting, Kraków 1993

IDENTIFICATION PORTFOLIO STRUCTURE OF INVESTMENT FUND

Summary

Investment funds play an important role in valuing stock prices. The possibility to identify their portfolio structures could be helpful in developing stock price models and improving the accuracy of forecasts. It would also enable strategies that involve replicating the structure of the investment fund portfolio without bearing the cost of purchasing their shares.

The paper suggests two methods of identifying the fund portfolio structure. The first method is based on the linear regression with constraints. The second one uses the classic portfolio selection problem. Both methods were applied to shares of Pioneer III Investment Fund. The results indicate that there are significant differences between the real portfolio structures and the estimates. The proposed methods turned out to be less effective then expected and generated less return than the investment fund.