I. BADANIA OPERACYJNE

Zbigniew Rzemykowski

ALGORYTM ORGANIZACJI PÓL MONTAŻOWYCH W STANOWISKA MONTAŻOWE W PRZYPADKU ZMIENNYCH ROZMIARÓW STANOWISK

1. Wstęp

W opracowaniu [4] sformułowano problem wyznaczania harmonogramu montażu silników okrętowych w zakładach „H.Cegielski" w Poznaniu[1]. W pracach [1], [2] oraz [3] i [10] przedstawiono pewne propozycje wyznaczania harmonogramu montażu w jednym etapie. W [6] zaproponowano natomiast pewną dwuetapową procedurę rozwiązywania tego problemu. W pierwszym etapie ustala się jakie silniki, kiedy i na jakich polach montować, w drugim zaś określa położenie stanowisk montażowych poszczególnych silników w obrębie ustalonych pól montażowych[2]. Problem rozwiązywany w drugim etapie tej procedury nazwano w [5] problemem organizacji pól montażowych w stanowiska montażowe. Omówienie tego zagadnienia, przy założeniu stałych kształtów i rozmiarów stanowisk poszczególnych silników w trakcie całego procesu montażowego, można znaleźć m.in. w [7] i [5]. Analizę problemu przy uwzględnieniu zmiennych rozmiarów stanowisk przeprowadzono z kolei w [8] i [9].

Prezentowany tutaj algorytm służy do wyznaczania organizacji pól w stanowiska przy zmiennych rozmiarach stanowisk. Jest to algorytm przybliżony. Za kryterium optymalizacji przyjęto tzw. stabilność stanowisk. Ponieważ organizacja jednego pola w stanowiska nie ma żadnego wpływu na organizację innych pól, rozważania ograniczono do jednego pola montażowego.

---

[1] Montaż silników okrętowych w HCP jest montażem stacjonarnym (w czasie trwania montażu silniki nie są przemieszczane) na wielostanowiskowych polach montażowo-próbnych.

[2] Pole montażowe to wydzielona część powierzchni hali o kształcie prostokąta.

2. Sformułowanie problemu

Dane jest pole montażowe o długości d oraz

$I = \{1,2,\ldots,i,j,\ldots,n\}$ - zbiór montowanych na nim silników scharakteryzowanych za pomocą następujących wielkości:

a_i - długość i-tego silnika,

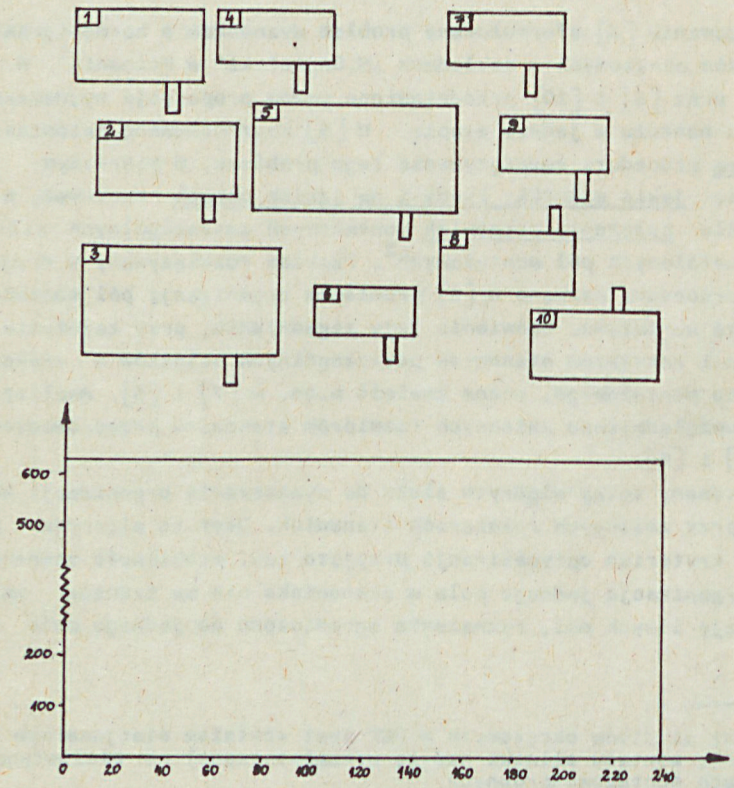
b_i - długość urządzenia hamowniczego przyłączanego do i-tego silnika w okresie jego próby[3],

p_i, z_i - momenty (dni) rozpoczęcia i zakończenia montażu,

$\hat{p}_i, \hat{z}_i$ - dni rozpoczęcia i zakończenia próby.

Dla każdego silnika $i \in I$ należy utworzyć w obrębie pola odpowiednie stanowisko montażowe.

Stanowiskiem montażowym silnika jest ta część powierzchni pola, którą w trakcie montażu zajmuje dany silnik wraz z odpowiednim urządzeniem hamowniczym. Stanowiska wszystkich silników mają kształt prostokąta. W fazie budowy i demontażu jego długość jest równa długości silnika, zaś w fazie próby - sumie długości silnika i urządzenia hamowniczego. Szerokości stanowisk są równe szerokościom silników. Ponieważ wszerz pola można zorganizować tylko jedno stanowisko, to szerokości silników i pola nie mają istotnego znaczenia dla naszych rozważań. Dalej będziemy od nich abstrahować.



Rys.1. Zadanie rozmieszczenia stanowisk montażowych w obrębie pola montażowego

[3] Montaż każdego silnika obejmuje trzy fazy: budowę (montaż właściwy) próbę ruchową i demontaż.

Pewne przykładowe zadanie organizacji pola w stanowiska przedstawia rys.1. Duży prostokąt to pole montażowe. Figury o kształcie dwu przyległych prostokątów to stanowiska montażowe. Większe z tych prostokątów obrazują części stanowisk zajmowane przez silniki, zaś mniejsze - części stanowisk zajmowane przez urządzenia hamownicze. Długość prostokąta-pola jest proporcjonalna do długości rozważanego okresu, szerokość - do długości pola. Rozmiary prostokątów-stanowisk odpowiadają zaś długościom silników i urządzeń hamowniczych oraz czasom trwania poszczególnych faz montażu. Prostokąty-stanowiska są ustawione w stosunku do prostokąta-pola w taki sposób, aby „osie czasu" i „osie długości" wszystkich figur były równoległe, a położenie krańców prostokątów-stanowisk względem „osi czasu" prostokąta-pola odpowiadało ustalonym momentom rozpoczynania i kończenia montażu i prób. Dla wyznaczenia organizacji pola w stanowiska trzeba prostokąty-stanowiska rozmieścić w prostokącie-polu w taki sposób, aby żadne prostokąty-stanowiska nie pokrywały się. Można przy tym przesuwać je jedynie względem „osi długości" pola (na rysunku tylko w pionie) oraz można zmieniać orientację prostokątów-urządzeń hamowniczych - w stosunku do prostokąta- silnika - w kierunku początku lub końca pola (na rysunku w górę lub w dół).

Położenie stanowisk w obrębie pola będziemy opisywać za pomocą następujących zmiennych:

x_i, $\bar{x}_i$ - określają numery kolejnych jednostek długości pola od których rozpoczyna się i kończy stanowisko silnika i (dalej zamiast kolejna jednostka długości pola będziemy mówić metr pola),

y_i, $\bar{y}_i$ - oznacza metr pola od którego rozpoczyna się i na którym się kończy ta część stanowiska silnika i którą zajmuje silnik.

v_i - wskazuje orientację urządzenia hamowniczego. Przy czym $v_i = 0$ jeżeli urządzenie to jest skierowane ku początkowi (na rysunkach w dół), a $v_i = 1$ jeżeli urządzenie jest skierowane ku końcowi pola (na rysunkach w górę).

Wyznaczając organizację pola w stanowiska będziemy dążyli do zmaksymalizowania liczby stabilnych stanowisk montażowych.

Stabilność stanowisk montażowych to taka sytuacja, gdy dokładnie na tej samej części powierzchni pola montowane są bezpośrednio jeden po drugim takie same, o tej samej orientacji urządzeń hamowniczych, silniki. Tak więc stanowisko silnika j jest <u>stabilne</u> względem stanowiska silnika i jeżeli:

- równe są ich długości, czyli $a_i = a_j$,
- montaż silnika j rozpoczyna się po zakończeniu montażu silnika i, czyli $z_i < p_j$,
- identyczne jest położenie ich stanowisk, czyli $x_i = x_j$, $v_i = v_j$,
- na tej części stanowiska którą zajmują oba silniki- w okresie między zakończeniem montażu silnika i, a rozpoczęciem montażu silnika j - nie mieści się, choćby częściowo, stanowisko innego silnika (dokładniej -jego część zajmowana przez silnik).

3. Idea algorytmu

Prezentowany tutaj algorytm składa się z dwu części[4]. W pierwszej wyznacza się tzw. projekt rozmieszczenia stanowisk na polu. Określa on orientację urządzeń hamowniczych poszczególnych silników (wartości zmiennych v_i) oraz kolejność ich stanowisk w stosunku do początku pola. W części drugiej ustala się położenie stanowisk w obrębie pola; wyznacza wartości zmiennych x_i, $\bar{x}_i$, y_i oraz $\bar{y}_i$. W każdej iteracji drugiej części algorytmu ustala się położenie jednego stanowiska. Jeżeli przy przyjętym w poprzednich iteracjach rozmieszczeniu stanowisk nie jest możliwe umieszczenie w obrębie pola stanowiska kolejnego silnika, to przystępuje się do zmian wyznaczonego dotychczas rozwiązania. Przystępuje się do zmian wartości zmiennych x_i, $\bar{x}_i$, y_i oraz $\bar{y}_i$ dla odpowiednich silników. Nie zmienia się przy tym projektu rozmieszczenia stanowisk. Na zakończenie sprawdza się, czy „przesuwając" odpowiednio stanowiska można poprawić ich stabilność.

Takie dwuetapowe podejście jest możliwe dzięki temu, iż udało się sformułować proste warunki, które - o ile są spełnione przez projekt rozmieszczenia stanowisk na polu - zapewniają istnienie dopuszczalnej organizacji pola w stanowiska odpowiadającej danemu projektowi.

Tabela 1

Silniki - dane

Silniki		Długość urządz. hamown.	Dni montażu		Dni próby	
numer	długość		od	do	od	do
i	a_i	b_i	p_i	z_i	$\hat{p}_i$	$\hat{z}_i$
1	145	56	1	55	39	43
2	148	56	10	70	54	58
3	222	70	6	86	64	68
4	116	56	61	106	92	96
5	222	70	76	156	134	138
6	103	56	100	140	128	132
7	116	56	153	198	184	188
8	128	56	152	203	189	193
9	116	56	173	218	204	208
10	145	56	186	240	224	228

Dalsze rozważania będziemy ilustrować następującym przykładem: wyznacz optymalną organizację pola montażowego o długości 640 w stanowiska montażowe silników opisanych w tabeli 1[5].

[4] Algorytm ten w nieco innej postaci opisano w [8].

[5] Graficzną postać tego zadania przedstawia rys.1.

4. Projekt rozmieszczenia stanowisk na polu

Przedstawimy teraz szczegółowo budowę pierwszej części algorytmu.

Etap A. Liczba stanowisk

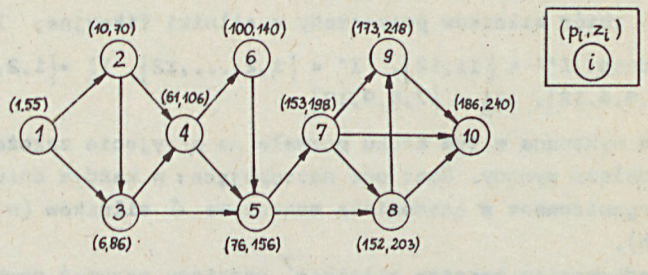
Krok 1. Ustal maksymalną liczbę stanowisk montażowych umieszczonych jednocześnie na polu. Oznacz ją przez δ .

Dla obliczenia wartości δ zbudujemy statyczny graf procesu montażu [6]; graf $G = [I,R]$, gdzie:

I - jest zbiorem wierzchołków odpowiadających poszczególnym silnikom,

R - jest zbiorem łuków reprezentujących kolejne elementy relacji jednoczesności montażu:

$$R = \left\{ \langle i,j \rangle : i \neq j \in I \wedge p_i \leq z_j \wedge z_i \geq p_j \wedge \left[z_i < z_j \vee (z_i = z_j \wedge i < j) \right] \right\} .$$



Rys.2. Statyczny graf procesu montażu

Graf G dla rozważanego przykładu przedstawia rys.2. Można udowodnić, że maksymalna liczba stanowisk montażowych umieszczonych jednocześnie na polu montażowym jest o jeden większa od maksymalnego półstopnia wejścia wierzchołków grafu G [8]. Ponieważ maksymalny półstopień wejścia wierzchołków grafu z rys.2 wynosi 3 (wierzchołki 5 oraz 10), to dla rozważanego zadania $\delta = 4$.

Etap B. Główne warstwy silników

Głównymi warstwami silników będziemy nazywać takie podzbiory silników montowanych jednocześnie, że każdy z silników należy tylko do jednej warstwy.

Krok 2. Utwórz główne warstwy silników wg następującej procedury:

a) uporządkuj silniki w taki sposób, że silnik i poprzedza silnik j jedynie wtedy gdy $\langle i,j \rangle \in R$ lub $z_i < z_j$,

b) pierwszą główną warstwę silników stanowią silniki odpowiadające wierzchołkom najliczniejszej kliki w grafie G zawierającej silnik pierwszy,

c) wykreśl w G wierzchołki reprezentujące silniki należące do utworzonej ostatnio warstwy i wszystkie incydentne z nimi łuki.

d) w-tą warstwę główną, dla $w \geqslant 2$, stanowią silniki odpowiadające najliczniejszej klice w grafie G zawierającej pierwszy silnik nie należący do poprzednich warstw.

Jeżeli oznaczymy przez:

ω - liczbę głównych warstw silników,

I_w, dla $w = 1,2,\ldots\omega$, w-tą z kolei warstwę, to dla przykładu

$$\omega = 3, \quad I_1 = \{1,2,3\}, \quad I_2 = \{4,5,6\}, \quad I_3 = \{7,8,9,10\}.$$

Krok 3. Uzupełnij każdą główną warstwę silników o liczebności mniejszej od δ tyloma silnikami fikcyjnymi, aby każda warstwa zawierała δ silników.

Silnikami fikcyjnymi będziemy nazywać silniki o zerowej długości i zerowym czasie trwania montażu.[6]

Oznaczmy z kolei przez:

I'' - zbiór silników fikcyjnych,

I' - zbiór silników poszerzony o silniki fikcyjne; $I' = I \cup I''$.

Odpowiednio: $I'' = \{11,12\}$, $I' = \{1,2,\ldots,12\}$, $I'_1 = \{1,2,3,11\}$, $I'_2 = \{4,5,6,12\}$, $I'_3 = \{7,8,9,10\}$.

Operacja wykonana w tym kroku pozwala na przyjęcie założenia upraszczającego dalsze wywody. Jest ono następujące: w każdym dniu pole montażowe jest zorganizowane w stanowiska montażowe δ silników (w δ stanowisk montażowych).

Uporządkowaniem warstwy silników[7] będziemy nazywać dowolną permutację silników należących do danej warstwy wraz z określoną orientacją ich urządzeń hamowniczych.

Przykładowo dla pierwszej warstwy przyjmijmy uporządkowania $\langle 3/1/,1/0/,11,2/0/\rangle$. Jest to uporządkowanie o permutacji silników $\langle 3,1,11,2\rangle$, urządzeniu hamowniczym silnika 3 skierowanym ku końcu pola ($v_3 = 1$, stąd 3/1/), a urządzeniach silników 1 oraz 2 skierowanych w stronę początku pola ($v_1 = v_2 = 0$). Ponieważ silnik 11 jest silnikiem fikcyjnym nie podajemy, poza miejscem w permutacji, żadnych dotyczących go informacji.

Organizację pola w stanowiska będziemy nazywać zgodną z danym uporządkowaniem warstwy silników, jeżeli:

- silnik stojący na s-tym miejscu w permutacji będzie miał s-te z kolei, licząc od początku pola, stanowisko montażowe,

---

[6] Zerowa jest także długość urządzeń hamowniczych tych silników.

[7] Mówiąc dalej warstwa silników będziemy mieli na myśli główną lub - zdefiniowaną dalej - obliczeniową warstwę silników.

- orientacja urządzeń hamowniczych będzie identyczna z ich orientacją przyjętą dla danego uporządkowania.

Długością uporządkowania warstwy silników będziemy nazywać minimalną odległość między krańcami stanowisk montażowych pierwszego i ostatniego silnika w danym uporządkowaniu warstwy przy takim rozmieszczeniu stanowisk, że:

- jest ono zgodne z danym uporządkowaniem warstwy,
- stanowiska żadnych silników nie pokrywają się.

Sposób obliczania długości uporządkowania warstwy silników przedstawimy w dalszej części artykułu.

Dopuszczalnym uporządkowaniem warstwy silników jest natomiast takie uporządkowanie, że istnieje dopuszczalna organizacja pola w stanowiska zgodna z danym uporządkowaniem warstwy. Z istoty definicji długości uporządkowania wynika, iż uporządkowanie warstwy silników jest uporządkowaniem dopuszczalnym wtedy i tylko wtedy, gdy długość danego uporządkowania jest nie większa od długości pola montażowego.

Dopuszczalnym uporządkowaniem głównych warstw silników będziemy nazywać takie ich uporządkowanie, że:

- każda główna warstwa silników jest uporządkowana dopuszczalnie,
- dla każdej pary silników i oraz j stojących w dwu kolejnych warstwach głównych w oraz w+1 na tym samym miejscu w permutacjach obu warstw zachodzi $z_i < p_j$. Jeżeli choć jeden z tych silników jest silnikiem fikcyjnym, to warunek ten jest zawsze spełniony.

Dla sprawdzenia, czy istnieje dopuszczalna organizacja pola w stanowiska zgodna z danym dopuszczalnym uporządkowaniem głównych warstw należy utworzyć obliczeniowe warstwy silników.

Obliczeniową warstwą silników - związaną z danym, dopuszczalnym uporządkowaniem głównych warstw silników - będziemy nazywać ciąg silników złożony z takich podciągów, że:

- każdy z nich jest podzbiorem kolejnych silników uporządkowanego zbioru silników warstwy głównej,
- pierwszy silnik podciągu l+1 znajduje się w permutacji odpowiedniej warstwy głównej „wyżej" o jedno miejsce od miejsca w permutacji ostatniego silnika podciągu l,
- okresy montażu ostatniego silnika podciągu l i pierwszego podciągu l+1 krzyżują się,
- pierwszym silnikiem pierwszego podciągu jest pierwszy silnik w permutacji danej warstwy głównej, a ostatni silnik ostatniego podciągu jest ostatnim silnikiem w permutacji odpowiedniej warstwy głównej.

Uporządkowanie obliczeniowych warstw silników będziemy nazywać uporządkowaniem zgodnym z danym uporządkowaniem głównych warstw silników jeżeli orientacja urządzeń hamowniczych tych samych silników w warstwach obliczeniowych jest identyczna jak w warstwach głównych. Zauważmy, że z definicji warstw obliczeniowych permutacja silników należących do danej warstwy obliczeniowej jest przesądzona przez uporządkowanie warstw głównych.

Projektem rozmieszczenia stanowisk montażowych na polu montażowym będziemy nazywać takie dopuszczalne uporządkowanie głównych warstw silników, że uporządkowanie każdej z obliczeniowych warstw silników uporządkowanych zgodnie z danym uporządkowaniem warstw głównych jest uporządkowaniem dopuszczalnym.

Twierdzenie o istnieniu [8]

Dla każdego projektu rozmieszczenia stanowisk montażowych na polu montażowym istnieje zgodna z przyjętym uporządkowaniem warstw głównych dopuszczalna organizacja pola w stanowiska.

Etap C. Projekt rozmieszczenia stanowisk na polu

Krok 4. Wyznacz taki projekt rozmieszczenia stanowisk na polu dla którego liczba potencjalnie stabilnych stanowisk montażowych jest maksymalna.

Przez potencjalnie stabilne stanowisko montażowe będziemy rozumieć stanowisko takiego silnika należącego do w+1-szej warstwy głównej i stojącego na s-tym miejscu w permutacji, że w warstwie w na miejscu s znajduje się taki sam silnik i orientacja urządzeń hamowniczych obu silników jest identyczna.

Ze względu na ograniczoną objętość artykułu przedstawimy jedynie pewien zarys postępowania w tym kroku algorytmu:

a) wyznacz dowolne uporządkowanie pierwszej warstwy głównej silników,

b) wyznacz takie uporządkowanie w-tej warstwy głównej, dla $w \geqslant 2$, że łączne uporządkowanie pierwszej, drugiej,..., w-tej warstwy głównej jest projektem rozmieszczenia stanowisk na polu, a liczba potencjalnie stabilnych stanowisk w warstwie w jest maksymalna[8].

Obliczanie długości uporządkowania warstw silników

Długość danego q-tego z rozpatrywanych uporządkowań w-tej warstwy silników (głównej lub obliczeniowej) można wyznaczyć korzystając z następującego wzoru:

$$d(I_w^q) = \sum_{i \in I_w} a_i + b(I_w^q), \quad \text{gdzie:}$$

- $d(I_w^q)$ jest długością uporządkowania,
- $b(I_w^q)$ jest sumą długości urządzeń hamowniczych pewnych silników należących do warstwy w. Precyzyjne określenie o jakie silniki tutaj chodzi jest złożone, a dla naszych celów niepotrzebne. Wartość $b(I_w^q)$ oblicza się bowiem korzystając z odpowiednich tablic. Przed omówieniem sposobu korzystania z tych tablic wprowadźmy dodatkowe oznaczenia:

---

[8] Zauważmy, że przy przyjętej definicji potencjalnie stabilnego stanowiska oraz proponowanej procedurze wyznaczania projektu rozmieszczenia stanowisk nie uwzględnia się możliwości wystąpienia stabilności stanowisk silników leżących w niesąsiednich warstwach.

H^o - zbiór takich par silników montowanych jednocześnie, że okresy ich prób nie krzyżują się z okresami ich montażu,

H^i - zbiór takich par silników montowanych jednocześnie, że okres próby silnika i krzyżuje się z okresem montażu silnika j, a okres próby silnika j nie krzyżuje się z okresem montażu silnika i,

H^{ij} - zbiór takich par silników montowanych jednocześnie, że okres próby silnika i krzyżuje się z okresem montażu silnika j oraz okres próby silnika j krzyżuje się z okresem montażu silnika i.

Wartość $b(I_w^q)$ jest sumą odpowiednich wartości braną z odpowiednich tablic[9]; nie uwzględnia się przy tym silników fikcyjnych. I tak:

a) przy warstwie jednosilnikowej $b(I_w^q)$ jest równe b_i, dla $i \in I_w$,

b) przy warstwie dwusilnikowej (dwa silniki rzeczywiste) korzysta się z tablicy 1. Bierze się przy tym element stojący na skrzyżowaniu wiersza H^o jeżeli $\langle i_1,i_2\rangle \in H^o$, wiersza H^{i_1} jeżeli $\langle i_1,i_2\rangle \in H^{i_1}$ itd. oraz kolumny $\langle 0,0\rangle$ jeżeli $\langle v_{i_1},v_{i_2}\rangle = \langle 0,0\rangle$, kolumny $\langle 1,0\rangle$ jeżeli $\langle v_{i_1},v_{i_2}\rangle = \langle 1,0\rangle$ itd.

c) przy warstwie s-silnikowej ($s \geqslant 3$) sumuje się odpowiednie elementy z tablic 2,4,6,...,2s-4, 2s-3. Przy czym korzystając z tablicy 2 bierze się pod uwagę parę silników $\langle i_1,i_2\rangle$, korzystając z tablicy 4 bierze się parę $\langle i_2,i_3\rangle$ itd.

Tabela 2

Tablica 1

$\langle v_{i_1},v_{i_2}\rangle$ / $\langle i_1,i_2\rangle \in$	$\langle 0,0\rangle$ ← ←	$\langle 1,0\rangle$ → ←	$\langle 0,1\rangle$ ← →	$\langle 1,1\rangle$ → →
H^o	b_{i_1}	0	$b_{i_1}+b_{i_2}$	b_{i_2}
H^{i_1}	b_{i_1}	b_{i_1}	$b_{i_1}+b_{i_2}$	$b_{i_1}+b_{i_2}$
H^{i_2}	$b_{i_1}+b_{i_2}$	b_{i_2}	$b_{i_1}+b_{i_2}$	b_{i_2}
$H^{i_1 i_2}$	$b_{i_1}+b_{i_2}$	$\max(b_{i_1},b_{i_2})$	$b_{i_1}+b_{i_2}$	$b_{i_1}+b_{i_2}$

[9] Strzałki w główce tab. 2-5 wskazują dodatkowo, obok wartości zmiennych v_i, orientację urządzeń hamowniczych.

Tabela 3

Tablica 2

$\langle v_{i_1}, v_{i_2}\rangle$ / $\langle i_1, i_2\rangle \in$	$\langle 0, 0\rangle$ ← ←	$\langle 1, 0\rangle$ → ←	$\langle 0, 1\rangle$ ← →	$\langle 1, 1\rangle$ → →
H^0	b_{i_1}	0	b_{i_1}	0
H^{i_1}	b_{i_1}	b_{i_1}	b_{i_1}	b_{i_1}
H^{i_2}	$b_{i_1}+b_{i_2}$	b_{i_2}	b_{i_1}	0
$H^{i_1 i_2}$	$b_{i_1}+b_{i_2}$	$\max(b_{i_1}, b_{i_2})$	b_{i_1}	b_{i_1}

Tabela 4

Tablica 2s-3(s⩾3)

$\langle v_{i_{s-1}}, v_{i_s}\rangle$ / $\langle i_{s-1}, i_s\rangle \in$	$\langle 0, 0\rangle$ ← ←	$\langle 1, 0\rangle$ → ←	$\langle 0, 1\rangle$ ← →	$\langle 1, 1\rangle$ → →
H^0	0	0	b_{i_s}	b_{i_s}
$H^{i_{s-1}}$	0	$b_{i_{s-1}}$	b_{i_s}	$b_{i_{s-1}}+b_{i_s}$
H^{i_s}	b_{i_s}	b_{i_s}	b_{i_s}	b_{i_s}
$H^{i_{s-1} i_s}$	b_{i_s}	$\max(b_{i_{s-1}}, b_{i_s})$	b_{i_s}	$b_{i_{s-1}}+b_{i_s}$

Sprawdźmy teraz, czy przyjęte uporządkowanie pierwszej głównej warstwy silników - uporządkowanie $\langle 3/1/, 1/0/, 11, 2/0/\rangle$ - jest uporządkowaniem dopuszczalnym. Na wstępie zauważmy, że silnik 11 jest silnikiem fikcyjnym. Rozważaną warstwę należy zatem traktować jako warstwę trójsilnikową o uporządkowaniu $\langle 3/1/, 1/0/, 2/0/\rangle$. Dla obliczenia $b(I_1^1)$ trzeba zatem skorzystać z tablic 2 oraz 3. Uwzględniamy najpierw parę silników $\langle 3,1\rangle$. Ponieważ orientacja urządzeń hamowniczych tych silników jest orientacją $\langle 1,0\rangle$, a $\langle 3,1\rangle \in H^{3,1}$, to pierwszym składnikiem sumy jest element leżą-

Tabela 5

Tablica 2s - 4 ($s \geqslant 4$)

$\langle v_{i_{s-2}}, v_{i_{s-1}} \rangle$ / $\langle i_{s-2}, i_{s-1} \rangle \in$	$\langle 0, 0 \rangle$ ← ←	$\langle 1, 0 \rangle$ → ←	$\langle 0, 1 \rangle$ ← →	$\langle 1, 1 \rangle$ → →
H^{o}	0	0	0	0
$H^{i_{s-2}}$	0	$b_{i_{s-2}}$	0	$b_{i_{s-2}}$
$H^{i_{s-1}}$	$b_{i_{s-1}}$	$b_{i_{s-1}}$	0	0
$H^{i_{s-2}i_{s-1}}$	$b_{i_{s-1}}$	$\max(b_{i_{s-2}}, b_{i_{s-1}})$	0	$b_{i_{s-2}}$

cy na skrzyżowaniu czwartego wiersza i drugiej kolumny tablicy 2; $\max(b_3, b_1)$. Bierzemy z kolei parę silników $\langle 1,2 \rangle$. Z tablicy 3 odczytujemy symbol na skrzyżowaniu czwartego wiersza ($\langle 1,2 \rangle \in H^{1,2}$) i pierwszej kolumny (uporządkowanie $\langle 0,0 \rangle$). Jest nim b_2. Tak więc

$$d(I_1^1) = a_1 + a_2 + a_3 + \max(b_3, b_1) + b_2 = 641 .$$

Ponieważ $d = 640$, to rozważane uporządkowanie nie jest uporządkowaniem dopuszczalnym. Utwórzmy zatem inne uporządkowanie tej warstwy. Niech będzie to uporządkowanie $\langle 3/1/, 1/1/, 11, 2/0/ \rangle$. Jego długość wynosi 571; jest to zatem uporządkowanie dopuszczalne. Przejdźmy z kolei do drugiej warstwy głównej. Należący do niej silnik 5 ma taką samą długość jak silnik 3 z warstwy pierwszej. Ponieważ $z_3 > p_5$, to nie można niestety utworzyć takiego uporządkowania warstwy drugiej - ani takiego uporządkowania obu warstw - aby stanowisko silnika 5 było potencjalnie stabilne względem stanowiska silnika 3. Przyjmijmy zatem dowolne dopuszczalne uporządkowanie drugiej warstwy głównej. Niech będzie to uporządkowanie $\langle 6/1/, 12, 4/0/, 5/0/ \rangle$. Jego długość wynosi 441. Ponieważ jednocześnie $z_3 < p_6$, $z_2 < p_5$, a jednym z silników stojących na drugim oraz trzecim miejscu w uporządkowaniu jednej z warstw jest silnik fikcyjny, to przyjęte uporządkowanie obu warstw jest uporządkowaniem dopuszczalnym. Sprawdźmy z kolei, czy jest to projekt rozmieszczenia stanowisk silników 1,2,3,4,5,6 na polu. Utwórzmy w tym celu wszystkie uporządkowane warstwy obliczeniowe i zbadajmy ich długości. Poza obiema warstwami głównymi można utworzyć trzy warstwy obliczeniowe:

$\langle 3/1/,4/0/,2/0/\rangle$ - długość 564,
$\langle 3/1/,4/0/,5/0/\rangle$ - długość 630,
$\langle 6/1/,4/0/,5/0/\rangle$ - długość 367.

Ponieważ długości uporządkowań wszystkich warstw obliczeniowych są mniejsze od długości pola, to rozważane uporządkowanie jest projektem rozmieszczenia stanowisk.

Projektem rozmieszczenia stanowisk montażowych wszystkich silników na polu montażowym jest także następujące uporządkowanie wszystkich głównych warstw silników:

warstwa 1 - $\langle 3/1/,1/1/,11,2/0/\rangle$,
warstwa 2 - $\langle 6/1/,12,4/0/,5/0/\rangle$,
warstwa 3 - $\langle 7/1/,8/0/,9/0/,10/0/\rangle$.

W projekcie tym jest tylko jedno potencjalnie stabilne stanowisko. Jest to stanowisko silnika 9 (względem stanowiska silnika 4). W rozwiązaniu optymalnym rozważanego zadania stabilne jest także tylko jedno stanowisko. Jeżeli zatem w rozwiązaniu uzyskanym za pomocą prezentowanego tutaj algorytmu stanowisko silnika 9 będzie stabilne, będzie to rozwiązanie optymalne.

4. Rozmieszczenie stanowisk na polu

Przedstawimy teraz drugą część algorytmu. Wykorzystamy w niej między innymi następujące nowe oznaczenia:

r - numer iteracji

i_r - silnik, którego stanowisko jest umieszczane na polu podczas r-tej iteracji,

i_{ws} - silnik stojący w w-tej warstwie głównej na s-tym miejscu w przyjętym uporządkowaniu tej warstwy,

J_r - zbiór tych silników, których stanowiska umieszczono na polu w iteracjach $1,2,\ldots,r-1$,

P_r - zbiór tych silników należących do J_r, które w przyjętym uporządkowaniu warstw głównych znajdują się na wyższych miejscach niż silnik i_r oraz ograniczają (bezpośrednio lub pośrednio) możliwości umieszczenia stanowiska tego silnika na polu. Mogą być zatem - gdy zajdzie taka potrzeba - przesunięte bliżej końca pola,

S_r^n, S_r^w - zbiory tych silników należących do J_r, które są montowane jednocześnie z silnikiem i_r oraz znajdują się w przyjętym uporządkowaniu odpowiednich warstw głównych na niższych (S_r^n) bądź wyższych (S_r^w) miejscach niż silnik i_r [10].

---

[10] W dalszej części artykułu inaczej niż dotychczas będzie interpretowany zbiór H^1. Oznacza on teraz zbiór par takich silników, że okres próby silnika i krzyżuje się z okresem montażu silnika j.

Algorytm - część druga

1. Przyjmij $r = 0$, $w = 0$.
2. Podstaw $w := w + 1$.
3. Czy $w > \omega$?
   Tak - idź do kroku 27.
   Nie - idź do kroku 4.
4. Przyjmij $s = 0$.
5. Podstaw $s := s + 1$.
6. Czy $s > \delta$?
   Tak - idź do kroku 2.
   Nie - idź do kroku 7.
7. Podstaw $r := r + 1$.
8. Przyjmij $i_r = i_{ws}$, $J^r = \emptyset$, $P_r = \emptyset$.
9. Czy silnik i_r jest silnikiem fikcyjnym?
   Tak - podstaw $r := r - 1$ i idź do kroku 5.
   Nie - idź do kroku 10.
10. Czy $v_{i_r} = 1$?
    Tak - idź do kroku 11.
    Nie - idź do kroku 12.
11. Oblicz x_{i_r}, $\bar{x}_{i_r}$, y_{i_r} oraz $\bar{y}_{i_r}$, a następnie idź do kroku 13.

$$x_{i_r} = \max(1, \max_{j \in F^1_{i_r}} (\bar{x}_j + 1), \max_{j \in G^1_{i_r}} (\bar{y}_j + 1)),$$

$$\bar{x}_{i_r} = x_{i_r} + a_{i_r} - 1,$$

$$y_{i_r} = \bar{x}_{i_r} + 1,$$

$$\bar{y}_{i_r} = y_{i_r} + b_{i_r} - 1,$$

gdzie:

$$F^1_{i_r} = \left\{ j : j \in S^n_{i_r} \wedge (v_j = 0 \vee \langle i_r, j \rangle \notin H^j) \right\},$$

$$G^1_{i_r} = S^n_{i_r} - F^1_{i_r}.$$

12. Orientacja urządzenia hamowniczego silnika i_r jest inna niż w kroku 11. W inny sposób obliczamy wartości x_{i_r}, $\bar{x}_{i_r}$, y_{i_r} oraz $\bar{y}_{i_r}$:

$$y_{i_r} = \max\left(1, \max_{j\in F^2_{i_r}} (\bar{x}_j - b_{i_r} + 1), \max_{j\in F^3_{i_r}} (\bar{x}_j + 1), \max_{j\in G^2_{i_r}} (\bar{y}_j - b_{i_r} + 1), \max_{j\in G^3_{i_r}} (\bar{y}_j - b_{i_r} + 1, \bar{x}_j + 1)\right),$$

$$\bar{y}_{i_r} = y_{i_r} + b_{i_r} - 1,$$

$$x_{i_r} = \bar{y}_{i_r} + 1,$$

$$\bar{x}_{i_r} = x_{i_r} + a_{i_r} - 1,$$

gdzie:

$$F^2_{i_r} = \left\{ j : j \in F^1_{i_r} \wedge \langle i_r, j\rangle \notin H^{i_r} \right\},$$

$$F^3_{i_r} = \left\{ j : j \in F^1_{i_r} \wedge \langle i_r, j\rangle \in H^{i_r} \right\},$$

$$G^2_{i_r} = \left\{ j : j \in G^1_{i_r} \wedge \langle i_r, j\rangle \notin H^{i_r} \right\},$$

$$G^3_{i_r} = \left\{ j : j \in G^1_{i_r} \wedge \langle i_r, j\rangle \in H^{i_r} \right\}.$$

13. Podstaw $J_r := J_r \cup \{i_r\}$.

14. Czy $S^w_{i_r} = \emptyset$?

Tak - idź do kroku 5.

Nie - podstaw $P_r := P_r \cup \{i_r\}$ i idź do kroku 15.

15. Przyjmij $u = 1$[11].

16. Ustal e_u, $e_u = \| M^u_{i_r} \|$, gdzie $\| M \|$ jest liczebnością zbioru M:

$$M^1_{i_r} = \left\{ j : j \in S^w_{i_r} \wedge \left[\langle i_r, j\rangle \in H^o \vee (v_j = 1 \wedge \langle i_r, j\rangle \notin H^{i_r}) \right] \right\},$$

---

[11] Umieszczając na polu stanowisko silnika i_r (kroki 11 oraz 12) uwzględnia się jedynie położenie stanowisk silników należących do zbioru $S^n_{i_r}$. Ponieważ w kroku 14 okazało się, że istnieją także silniki należące do zbioru $S^w_{i_r}$, to należy sprawdzić, czy stanowisko silnika i_r pokrywa się ze stanowiskami silników należących do tego zbioru. W następnych krokach algorytmu - o ile zajdzie taka potrzeba - przesuwa się ku końcu pola te stanowiska, które pokrywają się ze stanowiskiem silnika i_r. Po przesunięciu każdego stanowiska sprawdza się, czy nie spowodowało to nakładania się stanowisk innych silników. Ponownie - o ile zajdzie taka potrzeba - dokonuje się odpowiednich przesunięć i ponownie sprawdza itd.

$$M^2_{i_r} = \left\{ j : j \in S^w_{i_r} \wedge v_j = 0 \wedge \langle i_r, j \rangle \in H^j \wedge (\langle i_r, j \rangle \notin H^{i_r} \vee \right.$$
$$\left. \vee v_{i_r} = 0 \vee b_{i_r} \leqslant b_j) \right\} .$$

$$M^3_{i_r} = \left\{ j : j \in S^w_{i_r} \wedge v_{i_r} = 1 \wedge \langle i_r, j \rangle \in H^{i_r} \wedge (\langle i_r, j \rangle \notin H^j \vee \right.$$
$$\left. \vee v_j = 1 \vee b_{i_r} > b_j) \right\} .$$

17. Czy $e_u = 0$?

    Tak - idź do kroku 22.
    Nie - idź do kroku 18.

18. Oblicz $l_j = \max(0, g_j)$, dla $j \in M^u_{i_r}$

    gdzie:

$$g_j = \bar{x}_{i_r} + 1 + \begin{cases} -x_j, & \text{dla } j \in M^1_{i_r} \\ -x_j + b_j, & \text{dla } j \in M^2_{i_r} \\ -x_j + b_{i_r}, & \text{dla } j \in M^3_{i_r} \end{cases}$$

    Jeżeli dla pewnego silnika j zachodzi $l_j > 0$, to stanowisko tego silnika należy przesunąć bliżej końca pola o l_j metrów.

19. Utwórz zbiór $L_{i_r} = \left\{ j : j \in M^u_{i_r} \wedge l_j > 0 \right\}$.

20. Podstaw dla $j \in L_{i_r}$:

    $x_j := x_j + l_j$,
    $\bar{x}_j := \bar{x}_j + l_j$,
    $y_j := y_j + l_j$, $\bar{y}_j := \bar{y}_j + l_j$.

21. Podstaw $P_r := P_r \cup \left\{ j : j \ L_{i_r} \right\}$.

22. Podstaw $u := u + 1$.

23. Czy $u = 4$?

    Tak - podstaw $P_r := P_r - \{i_r\}$ i idź do kroku 24.
    Nie - idź do kroku 16.

24. Czy $P_r = \emptyset$?

    Tak - idź do kroku 5.
    Nie - idź do kroku 25.

25. Oznacz silnik najpóźniej wprowadzony do P_r przez i_r.

26. Czy $S^w_{i_r} = \emptyset$?

    Tak - idź do kroku 23.
    Nie - idź do kroku 15.

27. Czy wszystkie potencjalnie stabilne stanowiska są stabilne?
    Tak - stop.
    Nie - idź do kroku 28.

28. Spośród tych silników, których stanowiska były potencjalnie stabilne, a nie są stabilne, wybierz silnik o najmniejszym numerze. Oznacz go przez i_r. Natomiast silnik $i_{w-1,s}$ (gdzie $i_{ws} = i_r$) oznacz przez j_r. Usuń następnie silnik i_r ze zbioru silników o potencjalnie stabilnych stanowiskach.

29. Oblicz $l_{i_r} = |x_{i_r} - x_{j_r}|$, gdzie $|a|$ oznacza wartość bezwzględną a.

30. Czy $x_{i_r} < x_{j_r}$?
    Tak - idź do kroku 31.
    Nie - przyjmij $i_r = j_r$ i idź do kroku 31.

31. Podstaw:

$$x_{i_r} := x_{i_r} + l_{i_r},$$
$$\bar{x}_{i_r} := \bar{x}_{i_r} + l_{i_r},$$
$$x_{i_r} := y_{i_r} + l_{i_r},$$
$$\bar{y}_{i_r} := \bar{y}_{i_r} + l_{i_r}.$$

32. Dokonaj następnie, w taki sam sposób jak w krokach 1 - 26, przesunięć stanowisk innych silników.

33. Czy wszystkie z przesuniętych stanowisk mieszczą się w dalszym ciągu w obrębie pola?
    Tak - idź do kroku 27 (liczba stanowisk stabilnych wzrosła o 1).
    Nie - wróć do rozwiązania sprzed przesunięć stanowisk dokonanych w krokach 31 oraz 32. Idź do kroku 27.

Rozwiązanie rozważanego zadania, uzyskane za pomocą przedstawionego wyżej algorytmu (dla podanego poprzednio projektu rozmieszczenia stanowisk na polu) opisuje tabela 6. Nie uwzględniono w niej rezultatów obliczeń dokonanych w krokach 27 - 33 drugiej części algorytmu; nie uwzględniomo rezultatów prób poprawienia stabilności stanowisk.

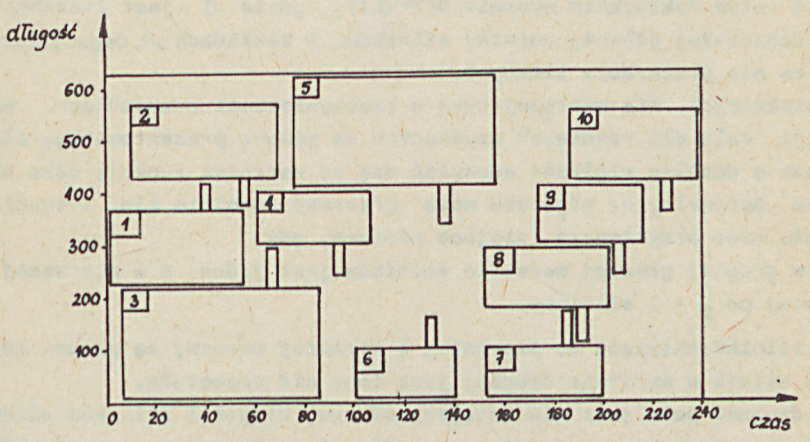
Zauważmy, że potencjalnie stabilne stanowisko silnika 9 jest położone bliżej początku pola niż stanowisko silnika 4 ($x_9 = 301$, $x_4 = 293$). Stanowiska silnika 9 nie można niestety przesunąć bliżej początku pola. Stanowiska wszystkich silników są bowiem położone tak blisko początku pola, jak to jest tylko możliwe. Sprawdźmy w takim razie, czy można przesunąć bliżej końca pola stanowisko silnika 4. Przesunięcie to powinno wynosić 8 metrów ($x_9 - x_4 = 8$). Zauważmy ponadto, że dla uniknięcia nakładania się stanowisk należy jednocześnie przesunąć ku końcowi pola - o tyle samo metrów - stanowisko silnika 5. Odpowiednio zatem mamy $x_4 = 301$, $\bar{x}_4 = 416$, $y_4 = 245$, $\bar{y}_4 = 300$ oraz $x_5 = 417$, $\bar{x}_5 = 638$, $y_5 = 347$, $\bar{y}_5 = 416$. Mimo przesunięć stanowiska obu silników (4 oraz 5) znajdują się

Tabela 6

Silniki - rozmieszczenie stanowisk na polu

Numer iteracji	Numer silnika	Położenie stanowiska montażowego				
r	i	v_i	x_i	$\bar{x}_i$	y_i	$\bar{y}_i$
1	3	1	1	222	223	292
2	1	1	223	367	368	423
3	2	0	424	571	368	423
4	6	1	1	103	104	159
5	4	0	293	408	237	292
6	5	0	409	630	339	408
7	7	1	1	116	117	172
8	8	0	173	300	117	172
9	9	0	301	416	245	300
10	10	0	417	561	361	416

w dalszym ciągu w obrębie pola. Tak więc w wyniku dokonanych przesunięć stanowisko silnika 9 jest - w stosunku do stanowiska silnika 4 - stanowiskiem stabilnym. Jest to rozwiązanie optymalne rozważanego zadania. Przedstawia je rys. 3.



Rys.3. Organizacja pola montażowego w stanowiska montażowe

5. Zakończenie

W artykule przedstawiono pewien przybliżony algorytm rozmieszczania stanowisk montażowych silników okrętowych w obrębie pola montażowego[12]. Ponieważ każda zmiana organizacji pola w stanowiska wiąże się z pewnymi nakładami, dąży się do maksymalizacji stabilności rozmieszczenia stanowisk. Algorytm składa się z dwu części. W pierwszej wyznacza się tzw. projekt rozmieszczenia stanowisk na polu, w drugiej - precyzuje położenie stanowisk. Dla większości etapów algorytmu podano szczegółowe reguły postępowania. Dla jednego z etapów pierwszej części - wyznaczanie projektu rozmieszczenia stanowisk na polu - przedstawiono natomiast tylko zarys procedury. W najprostszym przypadku może być ona realizowana przez przegląd kolejnych uporządkowań kolejnych warstw silników. Przy tym rozwiązaniu prezentowany algorytm byłby algorytmem wykładniczym o granicznej złożoności obliczeniowej $O(2^n n!)$, gdzie n jest liczbą silników. Wynika to z tego, że w takiej sytuacji gdy wszystkie silniki należą do jednej warstwy głównej (gdy wszystkie silniki są montowane jednocześnie) liczba wszystkich możliwych uporządkowań tej warstwy wynosi właśnie $2^n n!$. W krańcowej sytuacji dla wyznaczenia projektu rozmieszczenia stanowisk na polu może zajść potrzeba przejrzenia wszystkich uporządkowań tej warstwy. Zauważmy jednak, że w tej sytuacji gdy wszystkie silniki są montowane jednocześnie nie ma możliwości zorganizowania choćby jednego stanowiska stabilnego. Mamy do czynienia wówczas z innym od rozważanego problemem. O stabilności można mówić bowiem jedynie wtedy, gdy mamy co najmniej dwie warstwy silników. Złożoność algorytmu w krańcowej sytuacji będzie zatem faktycznie wynosić $O(2^\delta \delta!)$, gdzie δ jest liczebnością najliczniejszej głównej warstwy silników. W zakładach „H.Cegielski" wielkość ta nie przekracza liczby 5.

W niektórych, nie występujących w rzeczywistości przypadkach wartość funkcji celu dla rozwiązań uzyskanych za pomocą prezentowanego algorytmu może o dowolną wielkość odchylać się od wartości funkcji celu dla rozwiązań optymalnych; algorytm może pracować dowolnie źle. Sytuacja taka może mieć przykładowo miejsce wówczas, gdy:

a) w drugiej głównej warstwie silników jest jeden, a w pierwszej i trzeciej po $\frac{n}{2} - 1$ silników,

b) silniki należące do pierwszej i trzeciej warstwy są parami takie same, a silnik w warstwie drugiej jest inny niż pozostałe,

c) długość pola jest nie mniejsza od sumy długości silników należących do warstwy pierwszej i drugiej oraz długości ich urządzeń hamowniczych.

Łatwo zauważyć, że:

d) można wyznaczyć taką organizację pola, dla której będzie $\frac{n}{2} - 1$ stabilnych stanowisk,

e) przestrzegając podanych reguł postępowania można wyznaczyć projekt rozmieszczenia stanowisk na polu o zerowej liczbie potencjalnie stabilnych stanowisk.

---

[12] Zauważmy, że problem rozmieszczenia stanowisk montażowych w obrębie pola montażowego jest pewnym problemem dwuwymiarowego pakowania. Prezentowany tutaj algorytm jest zatem algorytmem rozwiązywania pewnej klasy problemów tego typu.

Można zatem przestrzegając wszystkich reguł postępowania wyznaczyć takie rozwiązanie, dla którego liczba stabilnych stanowisk będzie również zerowa. Będzie zatem o dowolną wielkość, przy $n \to \infty$, odbiegała od liczby $\frac{n}{2} - 1$.

Dla typowych jednakże zadań rozwiązania uzyskane za pomocą prezentowanego algorytmu nie powinny w znaczny sposób odbiegać od rozwiązań optymalnych. Wynika to z następujących powodów. W algorytmie nie dokonuje się prób stabilnego rozmieszczenia stanowisk jedynie w odniesieniu do silników leżących w niesąsiednich warstwach głównych, a więc montowanych w znacznie odległych okresach czasu. Stabilne rozmieszczenie stanowisk tych silników byłoby jednakże możliwe jedynie przy małym wykorzystaniu zdolności montażowych (stanowisko musiałoby wiele dni „czekać" na następny silnik). Dla wyznaczenia organizacji pola nie warto wówczas stosować tak złożonych metod. Druga przyczyna możliwości powstania odchyleń od rozwiązania optymalnego wynika z tego, iż w procedurze wyznaczania projektu rozmieszczenia stanowisk proponuje się przyjęcie dowolnego dopuszczalnego uporządkowania pierwszej warstwy głównej. Ponieważ w typowych zadaniach występuje wiele warstw nie powinno to jednak w zasadniczy sposób wpłynąć na jakość rozwiązania.

Na zakończenie dodajmy, iż konstruując bardziej złożone od zwykłego przeglądu metody wyznaczania projektu rozmieszczenia stanowisk na polu będzie można nie tylko poprawić jakość uzyskiwanych rozwiązań, lecz także zmniejszyć złożoność algorytmu.

Literatura

[1] Branowski M., Pankowski M.: Model alokacji silników okrętowych. Problemy Organizacji, nr 3, 1977.

[2] Branowski M.: Metodyka optymalizacji montażu stacjonarnego w przemyśle maszynowym w aspekcie rozdziału wyrobów na stanowiska montażowe. Praca doktorska, Politechnika Poznańska, 1981.

[3] Ciemniejewski R., Sokołowski R.: Osiągnięcia z zastosowań metod symulacyjnych dla potrzeb planowania produkcji (na przykładzie ZPM HCP). Materiały Kursokonferencji Naukowej nt. Użytkownik systemu w procesie komputeryzacji zarządzania, TNOiK, Oddział w Poznaniu, 1977.

[4] Lechowski W.: Plan montażu silników napędu głównego w układzie wg stanowisk montażowych (sformułowanie dla obliczeń na EMC). Maszynopis, ZOPI ZPM HCP, 1975.

[5] Optymalna organizacja złożonych działań. Red. Z.Czerwiński, PWE, Warszawa 1983.

[6] Rzemykowski Z., Sikora W.: Zastosowanie teorii grafów do ustalania planu montażu silników okrętowych. Materiały Ogólnopolskiej Konferencji Naukowej nt. Ekonometria w przedsiębiorstwie, Konin 1976, Wyd. KSiE PAN, AE Poznań, 1976.

[7] Rzemykowski Z.: Optymalna organizacja stanowisk montażowych. W: Studia i przyczynki młodych pracowników nauki. Zeszyty Naukowe AE Poznań, seria I, zeszyt nr 97, Poznań 1981.

[8] Rzemykowski Z.: Sterowanie rozdziałem zadań w systemach produkcyjnych. Praca doktorska, AE Poznań, 1983.

[9] Rzemykowski Z.: Optymalna organizacja pól montażowych w stanowiska montażowe w przypadku zmiennych rozmiarów stanowisk. W: Prace Instytutu Cybernetyki Ekonomicznej. Zeszyty Naukowe AE Poznań (w druku).

[10] W2 - alokacja. Poradnik użytkownika. Maszynopis, ZOPI ZPM HCP, Poznań 1978.

Algorithm of Mounting Fields Organization Partition into Mounting Positions in the Case of Variable Dimensions of Positions

Summary

The paper presents a two-stage, approximate algorithm of mounting fields partition into mounting positions in the case of variable partitioning and variable dimensions of positions. Stability of partitioning is maximized. The initial partitioning of field is determined at the first stage and then positioning within the field is fixed. Since mathematically this problem is a two-dimensional bin-packing problem then the algorithm may be used for solving such problems.