Jerzy MARCINKOWSKI
Katedra Badań Operacyjnych
Akademia Ekonomiczna w Poznaniu

WŁASNOŚCI SZEREGÓW CZASOWYCH A ANALIZA R/S*

Wstęp

Ryzyko inwestycji giełdowych zależy od własności szeregu cen akcji oraz rodzaju i horyzontu inwestycji. Jedną z metod analizy własności szeregów jest analiza R/S. W artykule zostaną poddane analizie sposoby wyznaczania wykładnika Hursta i zasadność wykorzystywania empirycznie uzyskanych wartości wykładnika do oceny własności szeregu.

1. Analiza R/S szeregów czasowych

Jedną z metod analizy szeregów czasowych jest zaproponowana przez H. E. Hursta [2] metoda przeskalowanego zakresu, nazywana analizą R/S.

W celu wyznaczenia wykładnika Hursta H obliczamy wartości średnie przeskalowanych zakresów, stosując algorytm 1 [2].

Algorytm (wyznaczanie przeskalowanego zakresu)

1. N-elementowy ciąg obserwacji $x_1, \ldots, x_N$ dzieli się na n-elementowe podciągi $x_1, \ldots, x_n$, $x_{n+1}, \ldots, x_{2n}, \ldots, x_{(L_n-1)n+1}, \ldots, x_{L_n n}$ w ten sposób, aby liczba podciągów $L_n = N/n$ była liczbą całkowitą. Ostatnie wartości ciągu $x_1, \ldots, x_n$ pomija się.

---

* Praca wykonana w ramach grantu 2 H02B 012 22. Modelowanie rekurencyjnych procesów ekonomicznych z uwzględnieniem ich dynamiki.

2. Dla k-tego n-elementowego podciągu, $k=1,\ldots, L_n$, wyznacza się:
   a) wartość średnią E_k oraz odchylenie standardowe S_k,
   b) scentrowane wartości $\mu_{ik}=x_{ik}-E_k$, $i=1,\ldots, n$, gdzie x_{ik} jest elementem i podciągu k, $i=1,\ldots,n$, $k=1,\ldots, L_n$.
   c) skumulowane szeregi (szeregi skumulowanych odchyleń)

$$y_{ik}=\sum_{j=1}^{i}\mu_{jk},\quad i=1,\ldots, n,\quad k=1,\ldots, L_n,$$

   d) rozstępy skumulowanych szeregów y_{ik}:

$$R_k=\max(y_{1k},\ldots, y_{nk})-\min(y_{1k},\ldots, y_{nk}).$$

3. Dla podziału ciągu $x_1,\ldots,x_N$ na ciągi n-elementowe wyznacza się wartość średnią przeskalowanych rozstępów

$$E\left(\frac{R}{S}\right)_n=\frac{1}{L_n}\sum_{k=1}^{L_n}\left(\frac{R_k}{S_k}\right).$$

TWIERDZENIE ([1]). *Jeżeli szereg czasowy $x_1,\ldots,x_n$ stanowi realizację niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym, to*

$$E\left(\frac{R}{S}\right)_n=\frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\sum_{i=1}^{n-1}\sqrt{\frac{n-i}{i}},\tag{1}$$

gdzie $\Gamma(z)$ jest funkcją gamma.

Dla $n\to\infty$ (1) można zastąpić przez oszacowanie asymptotyczne [2]:

$$E\left(\frac{R}{S}\right)_n=\sqrt{\frac{\pi}{2}}n^{0,5}.\tag{2}$$

Zapisując (2) w postaci ogólnej, otrzymujemy

$$E\left(\frac{R}{S}\right)_n=cn^H,\tag{3}$$

gdzie:

c – stała,
H – wykładnik Hursta.

Dla ciągu realizacji niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym wykładnik Hursta jest równy 0,5 [2]. Wniosek ten jest niestety słuszny tylko dla dostatecznie dużych n ze względu na to, że tylko wtedy $\sqrt{\frac{\pi}{2}n^{0,5}}$ wystarczająco dokładnie przybliża

$$\frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\sum_{i=1}^{n-1}\sqrt{\frac{n-i}{i}}.$$

W celu oszacowania wartości wykładnika Hursta na podstawie szeregu czasowego logarytmujemy (3), otrzymując

$$\log\left(E\left(\frac{R}{S}\right)_n\right)=H\log n+\log c. \tag{4}$$

Następnie szacujemy parametr H, korzystając z wartości $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$, wyznaczonych dla kolejnych n za pomocą algorytmu wyznaczania przeskalowanego zakresu.

W niektórych pracach poświęconych wykrywaniu chaosu deterministycznego w szeregach czasowych autorzy stwierdzają, że wyznaczenie wartości H pozwala na odróżnienie szeregu niezależnych zmiennych losowych od szeregu generowanego przez deterministyczne odwzorowanie rekurencyjne (w szczególności o chaotycznym przebiegu). Do tego poglądu ustosunkujemy się w dalszej części pracy.

Rozróżnia się następujące szeregi czasowe ([2], [3]):

- $H<0,5$ – szereg antypersystentny,
- $H=0,5$ – szereg losowy,
- $H>0,5$ – szereg persystentny.

W szeregach antypersystentnych występuje tendencja do powrotu do średniej – oznacza to, że jeżeli bieżąca wartość obserwacji będzie większa od średniej, to jest bardziej prawdopodobne, że wartość kolejnej obserwacji będzie mniejsza od wartości zaobserwowanej (ale niekoniecznie od średniej) niż prawdopodobieństwo, że będzie ona większa. W sensie stochastycznym oznacza to występowanie ujemnej autokorelacji między (niekoniecznie sąsiadującymi) elementami szeregu. W przypadku szeregów persystentnych występuje odwrotne zjawisko – pojawia się tendencja do wzmacniania odchyleń od średniej. Wartość wykładnika Hursta jest miernikiem prędkości powracania

(oddalania) się od średniej. Wyższy od 0,5 wykładnik Hursta oznacza dodatnią autokorelację obserwacji.

W sensie wizualnym wyższa wartość wykładnika Hursta oznacza bardziej „gładki" wykres szeregu oraz tendencję do pojawiania się trendów. Niekiedy argumentuje się, że wysoka wartość współczynnika Hursta stanowi teoretyczne uzasadnienie sensu przeprowadzania analizy technicznej. Gwoli ścisłości należy zauważyć, że czym innym jest tendencja do pojawiania się trendów, a zupełnie czym innym występowanie formacji postulowanych przez analizę techniczną.

Współczynnik Hursta pozwala na pomiar obciążenia szeregu losowego, nie rozstrzygając jednak, czy badany szereg jest szeregiem generowanym przez rekurencyjną funkcję deterministyczną, obciążony proces błądzenia przypadkowego, lub proces deterministyczny z nałożonym składnikiem losowym. Może on przyjmować wartości różne od 0,5 nie tylko wtedy, gdy szereg jest dany przez odwzorowanie deterministyczne, ale także wtedy, gdy jest generowany przez proces losowy niespełniający założeń powyższego twierdzenia.

2. Szacowanie wartości współczynnika Hursta

Wartość współczynnika Hursta oblicza się, dokonując regresji logarytmów wartości empirycznych średnich przeskalowanych rozstępów $\log\left(E\left(\frac{R}{S}\right)_n\right)$ wyznaczonych przez zastosowanie algorytmu wyznaczania przeskalowanego zakresu względem $\log(n)$ dla $n = N1, \ldots, N2$. Zazwyczaj przyjmuje się, że minimalną wartością n jest 10, maksymalna wartość powinna być istotnie mniejsza od N.

Wartość $N1$ nie może być zbyt mała, jeżeli chcemy uzyskać wiarygodną wartość oszacowania H. Zbyt duża wartość $N2$ w stosunku do N powoduje, że przy wyznaczaniu $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ pomija się znaczącą liczbę elementów ciągu $x_1, \ldots, x_N$ (zob. krok 1 algorytmu), co może prowadzić do otrzymywania błędnych wartości $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ dla końcowych n.

Przyczyną zawyżania wartości H obliczanych na podstawie (4) jest asymptotyczny charakter (2): wartości $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ wyznaczone na podstawie (2) dla $H = 0{,}5$ są zawyżone w stosunku do wartości wyznaczonych na podstawie (1) [1], [4], [5]), i to tym bardziej, im mniejsze jest n. Dokonując regresji logarytmów

$E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ wyznaczonych na podstawie (1) względem $\log(n)$ bynajmniej nie otrzymamy $H=0{,}5$ (zob. punkt 4). Ponadto dokonując regresji, stosujemy klasyczną metodę najmniejszych kwadratów do formy zlinearyzowanej, a nie modelu wyjściowego, co może – chociaż w nieznacznym stopniu – wpłynąć na oceny otrzymywanych parametrów.

3. Eksperyment obliczeniowy

W [5] dokonano porównania między wartościami $\log\left(E\left(\frac{R}{S}\right)_n\right)$ wyznaczonymi na podstawie (1) i (2) dla $n=10, 20, 25$.

Podstawiając do

$$r_n=\log\left(E\left(\frac{R}{S}\right)_n\right) \tag{5}$$

wartości $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ wyznaczone na podstawie (1) i (2), otrzymano wartości, które oznaczono przez rAL_n i rH_n.

Tabela 1. Porównanie dokładnych wartości $\log\left(E\left(\frac{R}{S}\right)_n\right)$ wyznaczonych na podstawie (1) z wartościami przybliżonymi uzyskanymi z (2)

n	rAL_n	rH_n
10	0,4805	0,5981
20	0,6638	0,7486
30	0,7208	0,7970

Źródło: zmodyfikowana tabela z [5].

W tabeli 2 zamieszczono wyniki symulacji komputerowej przeprowadzonej dla generatora liczb pseudolosowych programu Excel '97. Przez re_n oznaczono logarytmy wartości empirycznych $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$, uzyskanych w wyniku

zastosowania podanego wyżej algorytmu. Wartości ΔrAL_n i ΔrH_n wyznaczono, stosując wzór

$$\Delta rAL_n = re_n - rAL_n,$$
$$\Delta rH_n = re_n - rH_n. \tag{6}$$

Tabela 2. Porównanie wartości empirycznych $\log\left(E\left(\frac{R}{S}\right)_n\right)$ uzyskanych w wyniku zastosowania algorytmu z wartościami wyznaczonymi na podstawie (1) i (2)

n	N	re_n	ΔrAL_n	ΔrH_n
10	2500	0,4817	0,0012	−0,1164
	25000	0,6649	0,0011	−0,0837
	250000	0,7201	−0,0007	−0,0769
20	2500	0,4819	0,0014	−0,1162
	25000	0,6647	0,0009	−0,0839
	250000	0,7212	0,0004	−0,0758
30	2500	0,4812	0,0007	−0,1169
	25000	0,6645	0,0007	−0,0841
	250000	0,7214	0,0006	−0,0756

Uzyskane wyniki nie odbiegają od przedstawionych w [5].

Następnie wygenerowano ciąg 5000 liczb pseudolosowych o rozkładzie $N(0, 1)$. Dla N-elementowych podciągów tego ciągu,

$$N = 500,\ 1000,\ 2000,\ 3000,\ 4000,\ 5000,$$

wyznaczono wartości $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$, korzystając z algorytmu wyznaczania przeskalowanego zakresu dla $n = 10, \ldots, 500$. Korzystając z (3), wyznaczono H_n, dokonując regresji $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ względem $\log(n)$ dla $n = 10, \ldots, 500$. Wykresy na rysunku 2 przedstawiają zależność między H_n a $\log(n)$. W tabeli 3 zestawiono podstawowe statystyki H_n dla $N = 500,\ 1000,\ 2000,\ 3000,\ 4000,\ 5000$.

Przed przeprowadzeniem obliczeń generator liczb pseudolosowych został poddany testom parametrycznym: średniej i wariancji oraz nieparametrycznym: χ^2 i S-Kołmogorowa. Dla $N = 500,\ 1000,\ 2000$ zastosowano test Shapiro-Wilka. Testy normalności generator przeszedł pozytywnie, co bynajmniej nie oznacza, że w ciągu wygenerowanych liczb nie występują zależności, wynikające ze sposobu generowania liczb, mogące wywierać wpływ na przebiegi wyznaczonych eksperymentalnie wykładników Hursta.

4. Wyniki eksperymentów obliczeniowych

Dokonując eksperymentów symulacyjnych dla wielokrotnie wygenerowanych ciągów dla $N=500$ otrzymano znacząco różniące się od siebie przebiegi H dla $n=10,\ldots,N$, co jest związane z niedoskonałością generatora. W celu wyeliminowania wymienionego efektu dokonano mieszania danych w celu usunięcia ewentualnych zależności między danymi. Zabieg ten spowodował częściową eliminację wyżej opisanego efektu. Wyniki eksperymentów dla poddanych mieszaniu szeregów przedstawiono na rysunku 1.

Wydłużenie szeregu, dla którego dokonywano obliczeń, spowodowało stabilizację wartości H. Niezależnie od wartości N wartości wykładnika Hursta dla małych n były wyraźnie zawyżone, co jest spowodowane dużą niedokładnością szacowania $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ przez (2) dla małych n.

Wyraźny spadek H, następujący ze wzrostem n, wystąpił dla $N=500$ i 1000. Może to być związane z nieuwzględnieniem dla małych N części szeregu wyjściowego przy dokonywaniu jego podziału na podciągi. Wynika stad, że należy bardzo ostrożnie interpretować zmniejszanie się wartości H ze wzrostem n. Niekoniecznie musi to świadczyć o zaniku pamięci, ale może być spowodowane opisanym artefaktem.

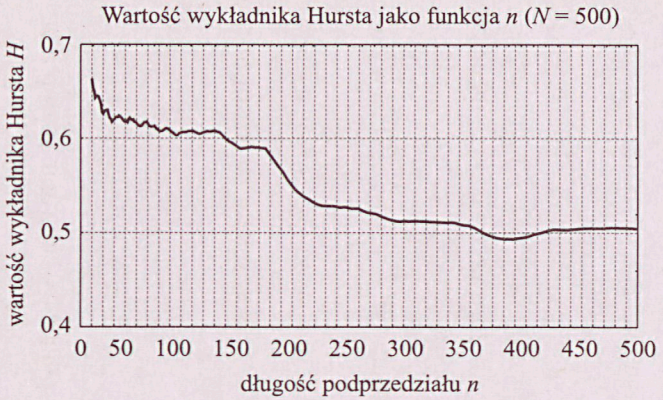
Zastanawiający jest fakt stabilizowania się H na poziomie około 0,59. Jest to związane z własnościami generatora liczb pseudolosowych: otrzymywane ciągi nie są realizacjami niezależnych zmiennych losowych, lecz są generowane przez odwzorowanie deterministyczne.

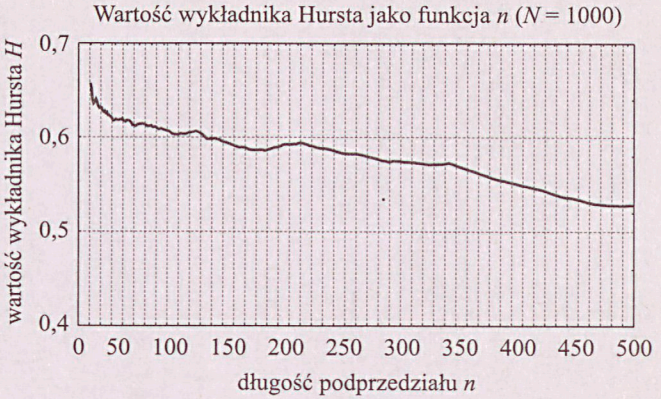
W celu stwierdzenia wpływu przeszacowania $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ przez (2) na wykładnik Hursta wyznaczono $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ korzystając z (1) i dokonano regresji logarytmów ich wartości względem $\log(n)$. Wyznaczając $\Gamma(z)$, skorzystano ze wzoru Stirlinga, słusznego dla dostatecznie dużych z [6]:

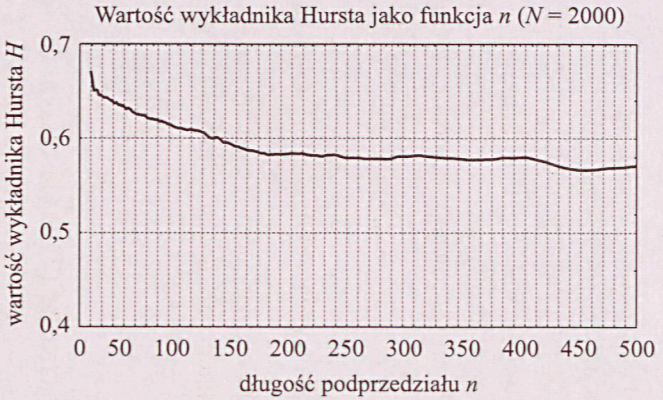
$$\Gamma(z)=z^{z-0,5}e^{-z}\cdot\sqrt{2\pi}. \tag{7}$$

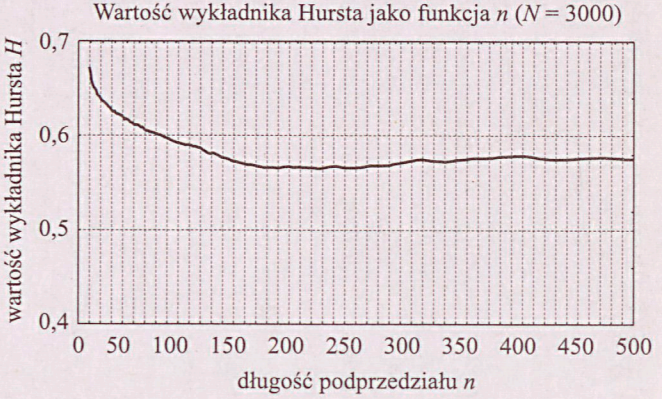
Podstawiając (7) do (1), otrzymuje się następujące oszacowanie asymptotyczne:

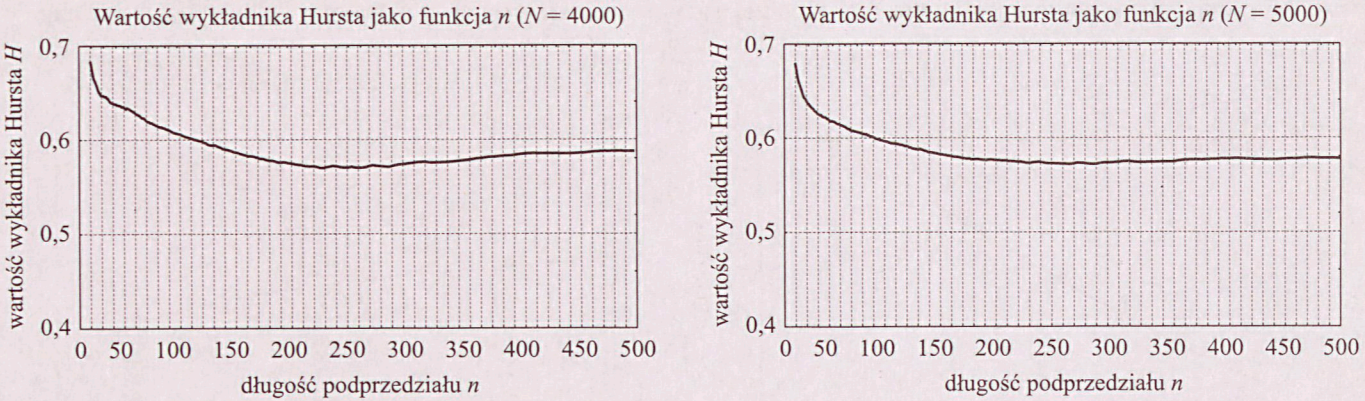
$$E\left(\frac{R}{S}\right)_n=\sqrt{\frac{2}{\pi n}}\cdot\sum_{i=1}^{n-1}\sqrt{\frac{n-i}{i}}. \tag{8}$$


Wartość wykładnika Hursta jako funkcja n ($N = 500$)
wartość wykładnika Hursta H
0,7
0,6
0,5
0,4
0 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500
długość podprzedziału n

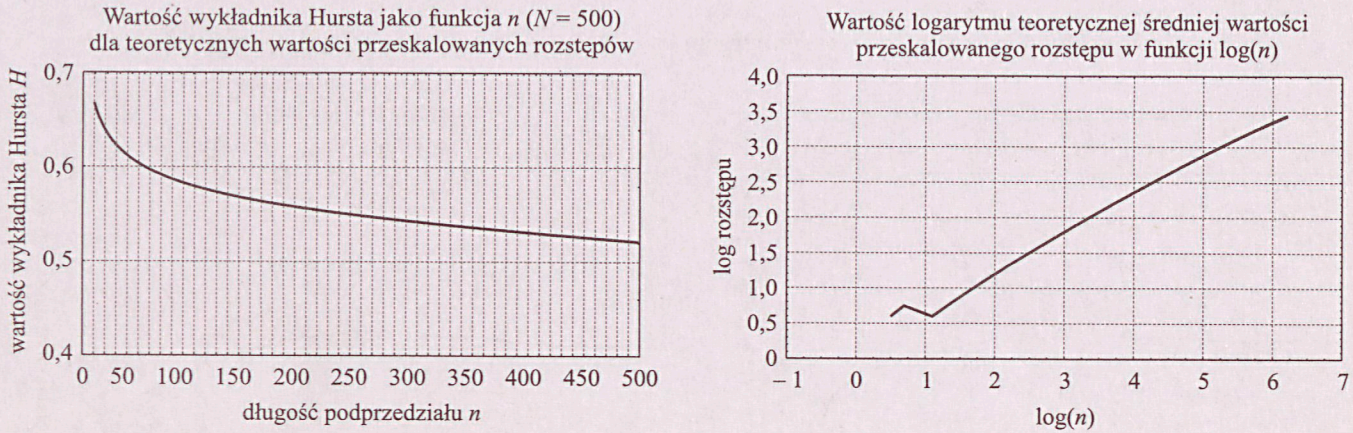

Wartość wykładnika Hursta jako funkcja n ($N = 1000$)
wartość wykładnika Hursta H
0,7
0,6
0,5
0,4
0 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500
długość podprzedziału n


Wartość wykładnika Hursta jako funkcja n ($N = 2000$)
wartość wykładnika Hursta H
0,7
0,6
0,5
0,4
0 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500
długość podprzedziału n


Wartość wykładnika Hursta jako funkcja n ($N = 3000$)
wartość wykładnika Hursta H
0,7
0,6
0,5
0,4
0 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500
długość podprzedziału n



Rys. 1. Zależność pomiędzy wartością wykładnika Hursta a długością podprzedziału *n*



Rys. 2. Zależność pomiędzy wartością wykładnika Hursta a długością podprzedziału *n* dla średnich teoretycznych wartości przeskalowanych rozstępów oraz zależność między logarytmem teoretycznej średniej wartości przeskalowanego rozstępu a $\log(n)$

Tabela 3. Zależność miedzy długością ciągu N a średnią i odchyleniem standardowym wykładnika Hursta

	N					
	500	1000	2000	3000	4000	5000
Średnia	0,545443	0,580002	0,592862	0,584013	0,58850	0,586148
Odchylenie standardowe	0,047582	0,028012	0,02172	0,019298	0,02076	0,017475

Dla dużych z oszacowanie (8) z dużą dokładnością przybliża $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$ dane przez (1). Wyniki obliczeń przedstawia rysunek 2.

Przeprowadzone obliczenia potwierdzają, że stabilizacja osiągana dla wyższych od 0,5 wartości H w przypadku danych eksperymentalnych wynika z własności zastosowanego generatora. Nawet mieszanie danych nie przyniosło należytej poprawy wyników. Trudno powiedzieć, w jakim stopniu zawyżone wartości H wyznaczone dla małych n na podstawie (7) wynikają z asymptotycznych własności (2), a w jakim z niedoskonałości oszacowania Stirlinga dla małych n. Z wyników obliczeń zamieszczonych w [4] wynika, że zawyżenie jest spowodowane asymptotycznym charakterem (2), a nie zastosowaniem wzoru Stirlinga, zwłaszcza dla $n \geqslant 25$.

Przeprowadzone eksperymenty numeryczne pokazują, że pozytywne przejście przez generowane liczby testów normalności jest wysoce niewystarczające, ponieważ nie pozwalają one na wykrycie ukrytej zależności rekurencyjnej w szeregu, której występowanie jest konsekwencją sposobu generowania liczb pseudolosowych. Wydaje się, że analiza R/S może być wykorzystana do testowania niezależności zmiennych losowych o rozkładzie normalnym.

5. Ryzyko a wykładnik Hursta

Rozważmy zasadność wykorzystywania wykładnika Hursta do pomiaru ryzyka inwestycyjnego.

Z podanego twierdzenia wynika, że wartość odchylenia standardowego niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym nie ma wpływu na wartość wykładnika Hursta; zmienne te nie muszą nawet cechować się niezmienniczą względem czasu wariancją.

Dokonując eksperymentów, korzystano z liczb o rozkładzie $N(0, 1)$. Pomnożenie elementów ciągu przez stałą C nie prowadzi do zmiany empirycznie wyznaczanych wartości wykładnika Hursta, co wynika bezpośrednio ze sposobu wyznaczania $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$. Istotnie, po pomnożeniu ciągu $x_1, \ldots, x_N$ przez C scentrowane wartości są równe $C\mu_{ik}$, skumulowane szeregi czasowe Cy_{ik}, a rozstępy CR_k. Ponieważ odchylenia standardowe podciągów są równe CS_k, wartość ilorazu $\frac{R_k}{S_k}$, a tym samym $E\left(\frac{R}{S}\right)_n$, nie ulega zmianie.

Jeżeli wyznaczona eksperymentalnie wartość H dla dostatecznie dużych n i N będzie zbliżona do 0,5, pozwala to na wyciągniecie wniosku o niezależności zmiennych, ale nie umożliwia wyciągnięcie jakichkolwiek wniosków co do wielkości i stabilności odchylenia standardowego, a więc poziomu ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym.

W celu zbadania wpływu obciążenia na wartość H wyznaczono wartość wykładnika Hursta dla szeregu danego wzorem

$$x_t = \rho(x_{t-1} - \mu) + \mu + \xi_t, \qquad t = 1, \ldots, N, \; x_t > 0, \; x_0 = \mu, \tag{9}$$

dla $\rho = 0{,}2$ i $\rho = 0{,}4$.

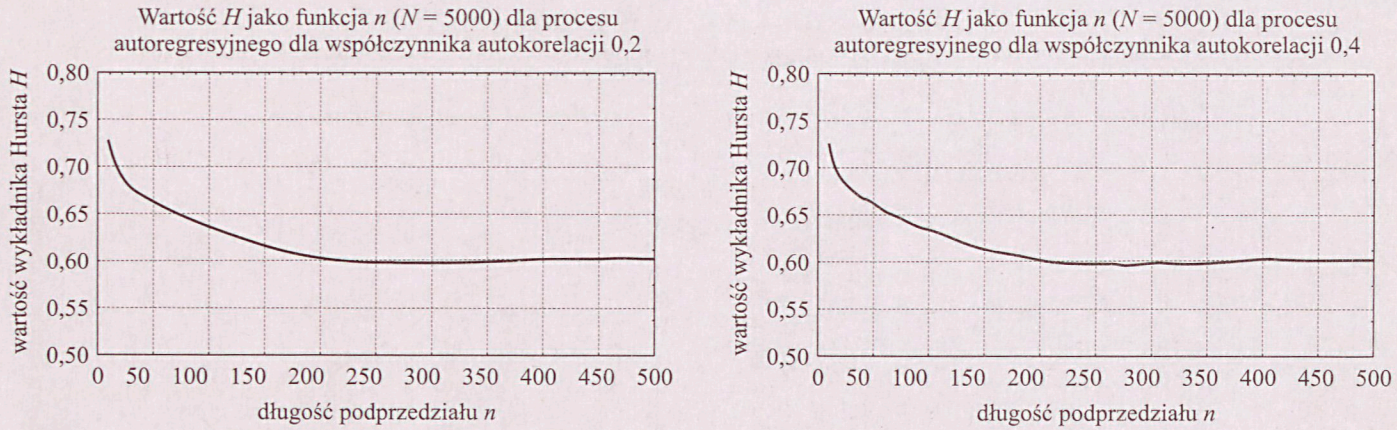
Dla zapewnienia porównywalności danych konstruując szeregi wykorzystano szereg z punktu 4. Autokorelacja zwiększa wartość współczynnika Hursta, który stabilizuje się na poziomie około 0,6 i 0,64 dla $\rho = 0{,}2$ i $\rho = 0{,}4$.

Jeżeli na szereg dany przez odwzorowanie deterministyczne (np. trend, sinusoidę) nałożymy szum dany przez proces stochastyczny, to wielkość odchylenia standardowego składnika losowego może wywierać wpływ na wartość wykładnika Hursta.

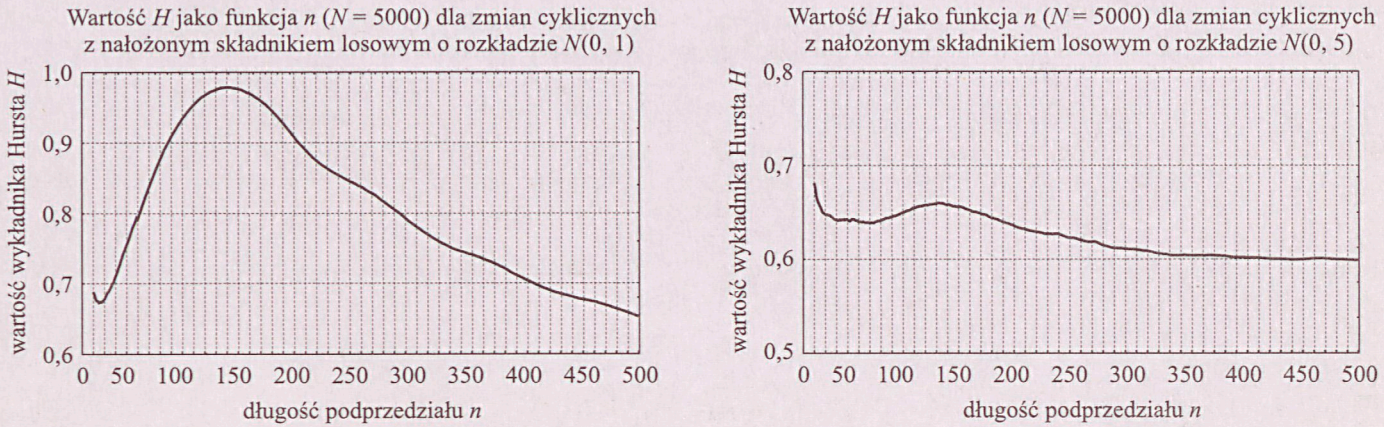
W celu zbadania tego wpływu wyznaczono empiryczne wartości wykładnika Hursta dla ciągu $x_1, \ldots, x_n$ danego równaniami

$$\begin{aligned} x_t &= 0{,}01t + \xi_t, \; \xi_t \sim N(0, 1), \; t = 1, \ldots, N, \; N = 5000, \\ x_t &= 0{,}01t + \xi_t, \; \xi_t \sim N(0, 5), \; t = 1, \ldots, N, \; N = 5000. \end{aligned} \tag{10}$$

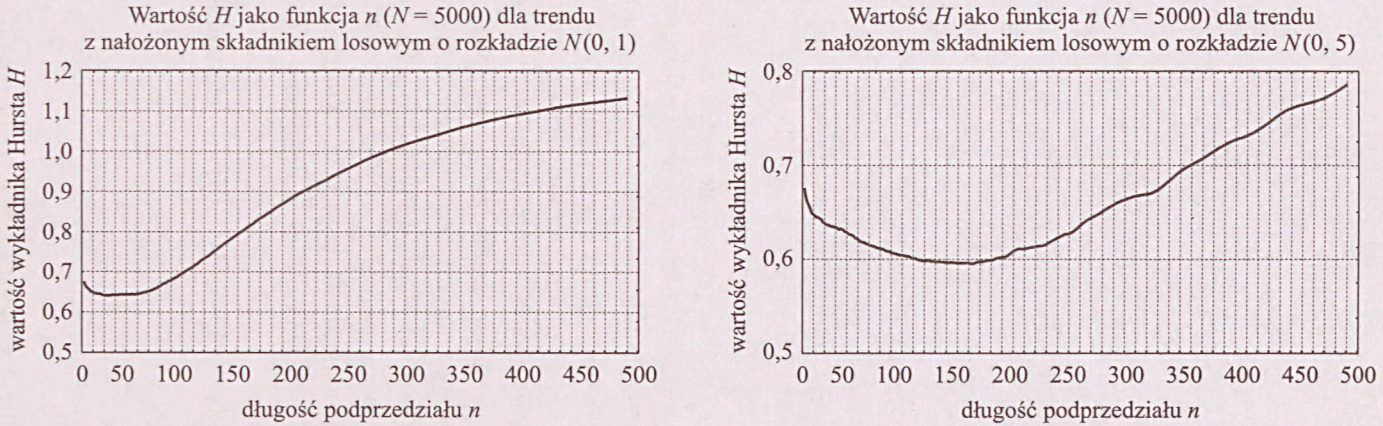
Dla zapewnienia porównywalności wyników w charakterze zaburzenia wykorzystano ciąg z punktu 4, w celu uzyskania zaburzenia o większym odchyleniu standardowym pomnożono jego wyrazy przez 5. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 3. Zależność pomiędzy wartością wykładnika Hursta a długością podprzedziału *n* dla procesu autoregresyjnego dla współczynnika autokorelacji równego 0,2 **i** 0,4



Rys. 4. Zależność pomiędzy wartością wykładnika Hursta a długością podprzedziału *n* dla zmian cyklicznych z nałożonym addytywnie białym szumem



Rys. 5. Zależność pomiędzy wartością wykładnika Hursta a długością podprzedziału *n* dla trendu liniowego z nałożonym addytywnie białym szumem

W celu zbadania wpływu zaburzeń losowych nałożonych na cykliczne zmiany wyznaczono empiryczne wartości wykładnika Hursta dla ciągu $x_1, ..., x_N$ danego równaniami:

$$\begin{aligned} x_t &= 2\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{100}t\right) + \xi_t,\ \xi_t \sim N(0,1),\ t=1,...,N,\ N=5000, \\ x_t &= 2\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{100}t\right) + \xi_t,\ \xi_t \sim N(0,5),\ t=1,...,N,\ N=5000, \end{aligned} \tag{11}$$

Dla zapewnienia porównywalności wyników w charakterze zaburzenia wykorzystano ciąg z punktu 4, a w celu uzyskania zaburzenia o większym odchyleniu standardowym pomnożono jego wyrazy przez 5. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 5.

W obu przypadkach zwiększenie szumu nałożonego na cykliczne przebiegi wpłynęło w zasadniczy sposób na empiryczne wartości wykładnika Hursta przyczyniając się do zmniejszenia ich wartości. Znamienny jest fakt osiągania przez wykładnik Hursta wartości maksymalnej dla $n=131$, pomimo że okres funkcji sinus jest równy 100.

Wyższa od 0,5 wartość wykładnika Hursta nie dostarcza informacji, czy zmienne losowe nie są niezależne, ale nie zostało spełnione założenie o normalności.

Często wnioskuje się o własnościach szeregu cen akcji, poddając analizie szereg prostych lub logarytmicznych stóp zwrotu. Jeżeli szereg wyjściowy stanowi realizację niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym, to szereg stóp zwrotu (prostych i logarytmicznych) jest szeregiem niezależnych zmiennych losowych, ale o innym rozkładzie (w przypadku logarytmicznych stóp zwrotu logarytmiczno-normalnym), co jest równoznaczne z niespełnieniem założenia podanego twierdzenia. Wartość wykładnika Hursta zależy więc od rodzaju wykorzystywanej stopy zwrotu.

Wartość wykładnika Hursta dla szeregu stóp zwrotu równa (różna od) 0,5 nie pozwala wnioskować o niezależności (zależności) zmiennych w szeregu wyjściowym.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że $H>0{,}5$ nie implikuje chaotyczności badanego szeregu.

Podsumowanie

W artykule poddano analizie celowość stosowania analizy R/S do badania własności ciągu liczb losowych. Omówiono problem błędów oszacowań wykładnika Hursta, wynikających z wykorzystywania w tym celu formuły

przybliżonej. Przeprowadzono symulacje komputerowe w celu oszacowania wielkości błędów. Badania wykazały dużą wrażliwość oszacowań wykładnika Hursta na sposób generowania liczb pseudolosowych.

Przybliżony sposób wyznaczania wykładnika prowadzi do pojawienia się artefaktów, które mogą być niewłaściwie interpretowane jako zanik pamięci szeregu. Przeanalizowano wpływ zaburzeń losowych, nałożonych na regularne przebiegi, na wartość wykładnika Hursta.

Literatura

[1] A.A. Anis, E.H. Lloyd, *The Expected Value of the Adjusted Rescaled Hurst Range of Independent Normal Summands*, Biometrica 1976, 63, s. 111-116

[2] H.E. Hurst, *Long-Term Storage Capacity of Reservoirs*, Trans. Am. Soc. Eng. 1951, 116, s. 770-779

[3] E.E. Peters, *Chaos and Order in the Capital Markets*, Wiley & Sons, New York 1994

[4] J. Purczyński, *Przybliżona metoda wyznaczania wartości wykładnika Hursta*, w: *Mikroekonomia w teorii i praktyce*, Zeszyty Naukowe nr 318, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki nr 10, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2001

[5] J. Purczyński, *Chaos a analiza R/S*, w: *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*, cz. 1, red. W. Tarczyński, Międzyzdroje 8-10 września 2002, Materiały i Konferencje 53, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2002

[6] L.M. Ryżyk, I.S. Gradsztejn, *Tablica całek, sum, szeregów i iloczynów*, PWN, Warszawa 1964

TIME SERIES PROPERTIES AND R/S ANALYSIS

Summary

In the paper properties of Hurst exponent were investigated. It was shown that the exponent is not a good measure of investment risk because it is not sensitive to variance of the time series and its values different from 0.5 does not necessarily mean that the system in question has long term memory which may used to improve investment results.