ZBIGNIEW ŚWITALSKI
TADEUSZ RÓŻAŃSKI

WYKORZYSTANIE METODY „ELEKTRA" DO WYBORU WARIANTÓW REALIZACJI PRZEDSIĘWZIĘĆ GOSPODARCZYCH W WARUNKACH ROZMYTEJ INFORMACJI

1. Wstęp

Ocena różnych wariantów przedsięwzięć gospodarczych, takich jak np. wprowadzenie na rynek nowego produktu, zmiana profilu produkcji czy wprowadzenie nowej technologii, jest dokonywana przy wykorzystaniu różnych kryteriów takich, jak: zyski, koszty, czas realizacji danego wariantu, liczba i rodzaj zaangażowanych środków, konkurencyjność nowego produktu, możliwości zbytu nowego rodzaju produkcji, „czystość" technologii. Wiele z tych kryteriów (np. konkurencyjność, możliwości zbytu, czystość technologii) są to kryteria niemierzalne lub trudno mierzalne. Jeśli nawet kryteria są mierzalne (zyski, koszty, czas), to oceny poszczególnych wariantów są na ogół w tym przypadku szacunkowe i nieostre.

Istniejące metody optymalizacji wielokryterialnej zakładają przeważnie istnienie mierzalnych kryteriów, tzn. takich, dla których oceny poszczególnych wariantów mogą być jednoznacznie przedstawione za pomocą liczb rzeczywistych (jeśli np. zysk związany z wprowadzeniem na rynek nowego produktu jest wyrażony w jednostkach pieniężnych). Dla kryteriów niemierzalnych można stosować oceny punktowe lub po prostu porównywanie wariantów w kategoriach „lepszy", „gorszy". W tym ostatnim przypadku formalnym narzędziem służącym do opisu preferencji decydenta będzie relacja (graf) preferencji. Metodą optymalizacji wielokryterialnej, która w sposób istotny korzysta z grafów preferencji jest metoda ELEKTRA B. Roya (zob. [6], [3], [4]) (graf preferencji jest w tej metodzie budowany dla każdego kryterium oddzielnie).

W sytuacjach występujących w praktyce często jednak trudno ocenić jednoznacznie, który z dwóch wariantów jest lepszy ze względu na dane kryterium. Może tak być, jeśli nawet kryterium jest w założeniu mierzalne, ale oceny przypisywane poszczególnym wariantom są nieostre czy przybliżone. Wydaje się rozsądne stosowanie w takich przypadkach do oceny preferencji decydenta relacji (grafów) rozmytych (zob. np. [1], [5]). Relacja rozmyta charakteryzuje, dla każdej pary wariantów (x, y), stopień, w jakim x jest lepszy od y (przewyższa y). Stopień ten jest subiektywną oceną decydenta. Dzięki stosowaniu relacji rozmytej decydent może np. uwzględnić nie tylko przypadki, w których x jest „lepszy" od y, ale także takie, w których x jest w stosunku do y „trochę lepszy", „dużo lepszy" czy też „zdecydowanie lepszy".

W artykule przedstawiamy propozycję zmodyfikowania metody ELEKTRA tak, aby możliwe było uwzględnienie rozmytych preferencji decydenta. W § 2 opisujemy metodę „nierozmytą", w § 3 konstruujemy tzw. współczynniki zgodności i niezgodności dla relacji rozmytych, a w § 4 podajemy przykład numeryczny ilustrujący metodę. Artykuł zamykają uwagi końcowe (§ 5).

2. Metoda ELEKTRA

Metoda ELEKTRA ([6], [3], [4]) jest metodą poszukiwania i wyboru najlepszych wariantów decyzji w sytuacji, gdy warianty te podlegają ocenie ze względu na kilka kryteriów $K_1, K_2, \ldots, K_n$. Zakładamy, że każde dwa warianty (x_r, x_s) z wyjściowego zbioru wariantów $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ można porównać z punktu widzenia każdego kryterium K_i, tzn. można powiedzieć, czy ze względu na kryterium K_i wariant x_r jest gorszy, lepszy czy też równoważny z wariantem x_s (np. produkt x_r jest bardziej konkurencyjny niż produkt x_s – w tym przypadku kryterium będzie konkurencyjność produktu). Zakładamy też, że wszystkim wariantom można przyporządkować pewne oceny punktowe (ze względu na dane kryterium) takie, że jeśli wariant x_r jest lepszy od wariantu x_s (lub równoważny z nim), to $f_i(x_r) \geqslant f_i(x_s)$, gdzie $f_i(x_r)$ jest oceną wariantu x_r ze względu na kryterium K_i. Liczby $f_i(x_r)$ mogą to być (dla kryteriów niemierzalnych) oceny ustalone przez ekspertów albo po prostu kolejne numery poszczególnych wariantów, jeśli zostaną one ustawione w ciąg, w którym kolejność jest wyznaczona przez relację „lepszości" (wariant „lepszy" ma większy numer od wariantu „gorszego"). Dla kryteriów mierzalnych (np. zysk) ocena $f_i(x_r)$ może być otrzymana przez bezpośredni pomiar za pomocą jakiejś obiektywnej metody. Z każdym kryterium K_i można związać graf $G_i = (X, U_i)$ o zbiorze wierzchołków X i zbiorze krawędzi U_i, przy czym

$$(x_r, x_s) \in U_i \Leftrightarrow f_i(x_r) \geqslant f_i(x_s).$$

Gdybyśmy oceniali warianty tylko ze względu na jedno kryterium K_i, wtedy oczywiście za wariant najlepszy należałoby uznać taki, dla którego funkcja f_i przyjmuje wartość największą. Innymi słowy, x_r jest najlepszy, jeśli

$$(x_r, x_s) \in U_i, \qquad \forall s \in \overline{1,n},\ s \neq r,$$

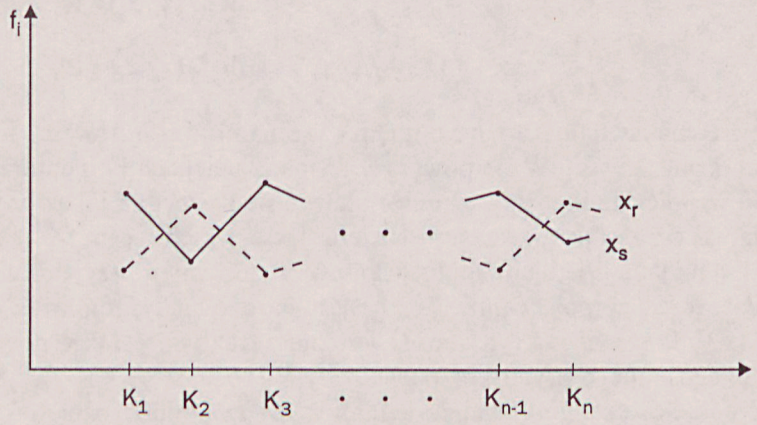
tzn. w grafie G_i wierzchołek x_r jest połączony łukiem (x_r, x_s) z każdym różnym od niego wierzchołkiem x_s. Element x_r można nazwać elementem dominującym w grafie G_i.

Jeśli rozpatrujemy różne grafy G_i, to na ogół różne wierzchołki ze zbioru X będą w nich dominujące. Oznacza to, że ze względu na każde kryterium inny wariant jest najlepszy (w ogólnym przypadku, tzn. gdy kryteria są istotnie konfliktowe). W związku z tym, jeśli chcemy znaleźć warianty możliwie najlepsze ze względu na wszystkie kryteria jednocześnie, musimy poszukiwać w zbiorze X wierzchołków w jakiś sposób „kompromisowych". W metodzie ELEKTRA buduje się w tym celu tzw. graf syntetyczny (zob. [3]), którego wierzchołkami są elementy zbioru X, a łukami te pary (x_r, x_s), dla których x_r przewyższa (jest lepszy od) x_s dla „dużej" liczby kryteriów oraz jest przewyższany przez x_s (ze względu na wszystkie kryteria) w stosunkowo „niewielkim" stopniu.

Zanim skonkretyzujemy pojęcia „duża liczba kryteriów" i „niewielki stopień przewyższania", przedstawimy sytuację, w jakiej znajdują się dwa warianty x_r i x_s za pomocą tzw. profilów. Profilem elementu $x_r \in X$ (zob. [3]) będziemy nazywać po prostu wektor ocen

$$(f_1(x_r), f_2(x_r), \ldots, f_n(x_r)),$$

który można uważać za globalną ocenę elementu x_r ze względu na wszystkie kryteria $K_1, K_2, \ldots, K_n$. Dla danych dwóch wariantów x_r i x_s ich profile można przedstawić geometrycznie za pomocą następującego rysunku:



Rys. 1

Aby porównać warianty x_r i x_s ze względu na wszystkie kryteria jednocześnie, należy oczywiście w jakiś sposób porównywać ich profile. Współczynniki zgodności i niezgodności w metodzie ELEKTRA służą właśnie do tego celu. Współczynnikiem zgodności dla pary (x_r, x_s) nazywamy liczbę

$$c(x_r, x_s) = \frac{1}{c} \sum_{i \in C(x_r, x_s)} c_i,$$

gdzie $C(x_r, x_s)$ jest zbiorem tych $i \in \overline{1,n}$, dla których $f_i(x_r) \geqslant f_i(x_s)$ (są to numery tych kryteriów, dla których na rysunku 1 łamana odpowiadająca elementowi x_r leży nad łamaną odpowiadającą x_s) natomiast c_i są wagami przypisanymi poszczególnym kryteriom (niekoniecznie musi być $\sum_{i=1}^{n} c_i = 1$). Liczba c jest sumą wszystkich wag, tzn. $c = \sum_{i=1}^{n} c_i$. Wagi są wprowadzone po to, aby decydent mógł uwzględnić pewną hierarchię w zbiorze kryteriów, tzn. aby mógł wyróżnić pewne kryteria jako ważniejsze, a inne jako mniej ważne. Jeśli wszystkie kryteria są jednakowo ważne, to możemy przyjąć $c_i = 1$, $\forall i = 1, 2, \ldots, n$. Współczynnik zgodności jest liczbą należącą do przedziału $[0, 1]$. Jeśli jest on bliski 1, to można powiedzieć, że dla dużej ilości (większości) ważnych kryteriów wariant x_r przywyższa wariant x_s (jest lepszy od x_s). W krańcowym przypadku, gdy $c(x_r, x_s) = 1$, wariant x_r przewyższa wariant x_s ze względu na wszystkie kryteria jednocześnie (jeśli $c(x_r, x_s) = 0$, to x_r dla żadnego kryterium nie przewyższa x_s).

Aby skonstruować współczynnik niezgodności, oznaczmy przez $D(x_r, x_s)$ dopełnienie zbioru $C(x_r, x_s)$ w zbiorze $\{1, 2, \ldots, n\}$, tzn.

$$D(x_r, x_s) = \{i : f_i(x_r) < f_i(x_s)\}.$$

Współczynnik niezgodności dla pary (x_r, x_s) jest to liczba

$$d(x_r, x_s) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } D(x_r, x_s) = \emptyset, \\ \frac{1}{d} \max\limits_{i \in D(x_r, x_s)} |f_i(x_s) - f_i(x_r)|, & \text{jeśli } D(x_r, x_s) \neq \emptyset, \end{cases}$$

gdzie d jest maksymalną różnicą między ocenami wariantów x_r i x_s dla wszystkich kryteriów K_i. Wzór powyższy wymaga pewnego komentarza. Przy obliczeniu współczynnika $d(x_r, x_s)$ może okazać się niezbędna jakaś procedura „uzgadniania" skal lub wręcz umieszczenia wszystkich ocen $f_i(x_r)$ i $f_i(x_s)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, na jakiejś jednej wspólnej skali. W przeciwnym przypadku mogłoby się zdarzyć, że współczynnik $d(x_r, x_s)$ jest bardzo mały, mimo że różnica $|f_i(x_s) - f_i(x_r)|$ dla pewnego kryterium K_i jest znacząca (byłoby tak w przypadku, gdy dla jakiegoś innego kryterium, powiedzmy K_j, różnica $|f_j(x_s) - f_j(x_r)|$, mimo że duża co do wartości liczbowej, to jednak w porównaniu z rozpiętością skali przyporządkowanej K_j okazałaby się stosunkowo niewielka).

Nie jest celem naszego artykułu rozważanie problemów związanych z tego rodzaju procedurami „uzgadniania" skal. Zainteresowanych czytelników odsyłamy do pracy [6], a zwłaszcza do przypisów redaktora tłumaczenia rosyjskiego. Zauważmy jeszcze tylko, że $d(x_r, x_s)=0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $c(x_r, x_s)=1$ oraz $d(x_r, x_s)=1$, jeśli $\max_{i \in D(x_r, x_s)} |f_i(x_s)-f_i(x_r)|=d$, tzn. gdy maksymalna różnica ocen ze względu na pewne kryterium jest równa rozpiętości „największej" skali.

Jeśli dla każdej pary wariantów (x_r, x_s) określimy współczynniki zgodności i niezgodności, to można zdefiniować w zbiorze X syntetyczną relację „przewyższania" $U(p, q)$ w następujący sposób:

$$(x_r, x_s) \in U(p, q) \Leftrightarrow c(x_r, x_s) \geqslant p \text{ i } d(x_r, x_s) \leqslant q,$$

gdzie p i q są pewnymi liczbami z przedziału $[0, 1]$. Liczby p i q można uważać za progi, które ze zbioru wszystkich par należących do iloczynu kartezjańskiego $X \times X$ pozwalają wybrać pary o współczynniku zgodności co najmniej równym p i współczynniku niezgodności co najwyżej równym q. Jeśli p jest bliskie 1, a q bliskie 0, to możemy mieć gwarancję, że w wybranej parze pierwszy wariant jest ze względu na stosunkowo wiele kryteriów lepszy od drugiego, a drugi ze względu na wszystkie pozostałe kryteria w niewielkim stopniu przewyższa pierwszy. Relacja $U(p, q)$ określa graf $G(p, q)=(X, U(p, q))$, który można nazwać grafem przewyższania (lub grafem dominacji) dla rozpatrywanego problemu wielokryterialnego. Graf $G(p, q)$ w skrajnych przypadkach może nie zawierać żadnych łuków lub też zawierać wszystkie możliwe łuki.

Jeśli para (x_r, x_s) jest łukiem grafu $G(p, q)$, to element x_s może być uważany za kandydata do odrzucenia go z dalszej analizy (przy założonych z góry progach p i q). Jeśli część wariantów zostanie w ten sposób odrzucona, to pozostałe jako warianty niedominowane w grafie $G(p, q)$ mogą zostać uznane za warianty w pewnym sensie najlepsze, tzn. takie, które warto brać pod uwagę przy ostatecznym podejmowaniu decyzji w sprawie wyboru wariantu „najlepszego" (tzn. najbardziej odpowiadającego decydentowi). Manipulowanie wskaźnikami p i q umożliwia otrzymywanie różnych grafów, w których jest mniej lub więcej wierzchołków niedominowanych, zatem umożliwia elastyczne dostosowanie się do danej sytuacji wyboru (zob. [6], [3]).

W metodzie ELEKTRA przyjmuje się nieco inne kryterium wyboru wierzchołków najlepszych w grafie $G(p, q)$. Poszukuje się mianowicie jądra tego grafu, tzn. zbioru $S \subset X$ takiego, że

1) wszystkie elementy $x \notin S$ są dominowane przez jakiś element $y \in S$, tzn.

$$\forall x \notin S \, \exists y \in S, \text{ że } (y, x) \in U(p, q),$$

2) żaden element ze zbioru S nie jest dominowany przez żaden inny element ze zbioru S, tzn.

$$\forall x, y \in S, \, (x, y) \notin U(p, q).$$

Pierwsza własność nazywa się zewnętrzną stabilnością jądra, a druga wewnętrzną stabilnością jądra. Można łatwo udowodnić, że jeżeli jądro jest niepuste, to zawiera wszystkie wierzchołki niedominowane.

3. Współczynniki zgodności i niezgodności dla relacji rozmytych

Załóżmy, że decydent ma trudności z określeniem dla pewnych par wariantów i pewnych kryteriów, czy jeden z wariantów danej pary jest lepszy od pozostałego. W takim wypadku do porównywania wariantów można stosować relację rozmytą (nieostrą) (zob. [1], [5]), tzn. funkcję, która każdej parze (x_r, x_s) przyporządkowuje liczbę $R_i(x_r, x_s)$ należącą do przedziału $[0,1]$. Wartość $R_i(x_r, x_s)$ jest interpretowana jako stopień, w jakim decydent przedkłada wariant x_r nad wariant x_s (ze względu na kryterium K_i).

Równość $R_i(x_r, x_s)=1$ oznacza, że decydent zdecydowanie woli x_r od x_s i w sytuacji wyboru między wariantami x_r i x_s bez wahania opowiada się za x_r. Stopnie $R_i(x_r, x_s)$ mniejsze od 1 charakteryzują sytuacje, w których decydent waha się i nie jest zdecydowany, który z wariantów wybrać (im mniejsza jest odległość $R_i(x_r, x_s)$ od 1, tym bardziej skłonny jest on do opowiedzenia się za x_r). Jeśli $R_i(x_r, x_s)=0$, to decydent nie jest gotowy, w żadnej sytuacji, do przedłożenia x_r nad x_s (w zależności od tego, jaką wartość ma liczba $R_i(x_s, x_s)$ albo przedkłada on wówczas, w mniejszym lub większym stopniu, x_s nad x_r, albo rezygnuje z wyboru – jeśli $R_i(x_s, x_r)=0$). Liczby $R_i(x_r, x_s)$ są subiektywnymi ocenami decydenta opartymi na jego własnych odczuciach. Będziemy zakładali, że spełniony jest następujący warunek spójności:

$$R_i(x_r, x_s)+R_i(x_s, x_r)\geqslant 1.$$

Stąd wynika np., że jeśli x_r nie jest przedkładany nad x_s $(R_i(x_r, x_s)=0)$, to x_s jest przedkładany nad x_r $(R_i(x_s, x_s)=1)$.

Wykorzystanie relacji rozmytych do opisu preferencji decydenta ma tę zaletę, że nie zmusza go do bezwzględnego trzymania się reguły przechodniości preferencji. Jak wiadomo, preferencje ludzi w konkretnych sytuacjach wyboru mogą być i bywają nieprzechodnie (zob. np. [7]). Jeśli chcemy oceniać zbiór wariantów za pomocą np. skali punktowej, to przechodniość jest narzucona już przez samą metodę, co może fałszować rzeczywiste preferencje. Relacje rozmyte mogą być w pewnym sensie nieprzechodnie (trudno zresztą podać dla relacji rozmytych jakąś jednoznaczną definicję przechodniości), bo np. może się zdarzyć, że x jest w jakimś stopniu lepszy od y, y w jakimś stopniu lepszy od z i jednocześnie z w jakimś stopniu lepszy od x.

Jeśli nawet niektóre spośród kryteriów K_i mogą być scharakteryzowane za pomocą skali punktowej (tzn. za pomocą pewnej funkcji liczbowej f_i), to również można związać z nimi pewne relacje rozmyte (wykorzystując np. pomysł zawarty w pracy Chanasa i Florkiewicza [2]). Stopień, w jakim x_r jest lepszy od x_s, będzie wówczas po prostu proporcjonalny do różnicy $f_i(x_r)-f_i(x_s)$. Tak więc w ogólnym przypadku możemy uważać, że wszystkie kryteria K_i są scharakteryzowane za pomocą pewnych relacji rozmytych R_i.

Współczynnik zgodności zdefiniujemy w tej sytuacji analogicznie jak w sytuacji nierozmytej, tzn.

$$c(x_r, x_s)=\frac{1}{C}\sum_{i\in C(x_r, x_s)} c_i,$$

gdzie c_i są wagami. Zbiór $C(x_r, x_s)$ określimy jako

$$C(x_r, x_s)=\{i: R_i(x_r, x_s)-R_i(x_s, x_r)\geqslant 0\},$$

natomiast zbiór $D(x_r, x_s)$ jako

$$D(x_r, x_s)=\{i: R_i(x_r, x_s)-R_i(x_s, x_r)<0\}.$$

Liczbę $R_i(x_r, x_s)-R_i(x_s, x_r)$ można nazwać stopniem ścisłej dominacji x_r nad x_s (zob. [5]). Stopnie te wykorzystamy do zdefiniowania współczynnika niezgodności, a mianowicie

$$d(x_r, x_s)=\begin{cases} 0, & \text{jeśli } D(x_r, x_s)=\emptyset, \\ \max\limits_{i\in D(x_r, x_s)} |R_i(x_r, x_s)-R_i(x_s, x_r)|, & \text{jeśli } D(x_r, x_s)\neq\emptyset. \end{cases}$$

Zauważmy, że w tym przypadku, w przeciwieństwie do klasycznego, unikamy trudności związanych z „uzgadnianiem" skal (oceny wszystkich stopni preferencji znajdują się na tej samej skali $[0, 1]$).

Wykorzystując współczynniki $c(x_r, x_s)$ i $d(x_r, x_s)$, możemy budować odpowiednie grafy przywyższenia $G(p, q)$ i poszukiwać za ich pomocą wariantów najlepszych (np. przez wyznaczanie jąder grafów $G(p, q)$).

Przykład numeryczny

Załóżmy, że pewne przedsiębiorstwo (np. zakłady chemiczne) rozważa ewentualność zakupu nowej technologii. Przedsiębiorstwo ma cztery oferty: x_1, x_2, x_3, x_4 i postanawia przeanalizować je pod kątem trzech kryteriów: kosztów zakupu i uruchomienia nowej technologii (K_1), korzyści związanych z wprowadzeniem nowej technologii (K_2) i „czystości" technologii (z punktu widzenia

wymogów ochrony środowiska (K_3)). Koszty można uważać (w pewnym przybliżeniu) za kryterium mierzalne, korzyści i czystość technologii to kryteria niemierzalne. Załóżmy, że wzajemne porównania parami poszczególnych ofert (ze względu na poszczególne kryteria) – dokonane np. przy współpracy ekspertów, doprowadziły do określenia trzech macierzy preferencji następującej postaci:

$$R_1=\begin{bmatrix} * & 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0{,}8 & * & 0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}7 & 0{,}5 & * & 0{,}5 \\ 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}7 & * \end{bmatrix}, \quad R_2=\begin{bmatrix} * & 0{,}9 & 1 & 1 \\ 0{,}5 & * & 0{,}8 & 1 \\ 0{,}5 & 0{,}2 & * & 0{,}9 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & * \end{bmatrix},$$

$$R_3=\begin{bmatrix} * & 0{,}7 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & * & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}9 & 0{,}9 & * & 1 \\ 0{,}5 & 1 & 0{,}7 & * \end{bmatrix}.$$

W każdej z tych macierzy na przecięciu r-tego wiersza i s-tej kolumny ($r \neq s$) znajduje się liczba $R_i(x_r, x_s)$ charakteryzująca stopień, w jakim oferta x_r jest lepsza od oferty x_s ze względu na kryterium K_i (liczby na przekątnej są nieokreślone). Na podstawie macierzy R_1, R_2 i R_3 otrzymujemy macierze $C=\{c_{rs}\}$ i $D=\{d_{rs}\}$, gdzie $c_{rs}=c(x_r, x_s)$ jest współczynnikiem zgodności, a $d_{rs}=d(x_r, x_s)$ jest współczynnikiem niezgodności (zakładamy, że wszystkie kryteria są jednakowo ważne, tzn. $c_1=c_2=c_3$):

$$C=\begin{bmatrix} * & 0{,}67 & 0{,}33 & 0{,}67 \\ 0{,}33 & * & 0{,}67 & 0{,}33 \\ 0{,}67 & 0{,}67 & * & 0{,}67 \\ 0{,}67 & 0{,}67 & 0{,}33 & * \end{bmatrix}, \quad D=\begin{bmatrix} * & 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}8 \\ 0{,}4 & * & 0{,}6 & 0{,}8 \\ 0{,}5 & 0{,}6 & * & 0{,}8 \\ 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}8 & * \end{bmatrix}.$$

Przeprowadźmy teraz analizę grafów $G(p, q)$ dla różnych p i q. Dla $p>0{,}67$ graf $G(p, q)$ nie ma łuków, dla $p \leqslant 0{,}33$ zawiera wszystkie możliwe łuki. Rozważmy przypadek, gdy $0{,}33<p \leqslant 0{,}67$. Grafy (p, q) mają wówczas następujące zbiory łuków:

1. jeśli $q<0{,}5$, to

$$U(p, q)=\{(x_3, x_4)\},$$

2. jeśli $0{,}5 \leqslant q<0{,}6$, to

$$U(p, q)=\{(x_3, x_4), (x_3, x_1), (x_1, x_2)\},$$

3. jeśli $0{,}6 \leqslant q < 0{,}8$, to

$$U(p,q) = \{(x_3, x_4), (x_3, x_1), (x_1, x_2), (x_3, x_2), (x_2, x_3)\},$$

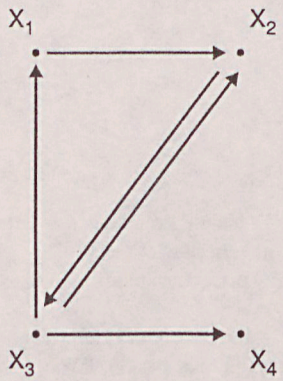
4. jeśli $0{,}8 \leqslant q < 0{,}9$, to

$$U(p,q) = \{(x_3, x_4), (x_3, x_1), (x_1, x_2), (x_3, x_2), (x_2, x_3), (x_1, x_4)\},$$

5. jeśli $q \geqslant 0{,}9$, to

$$U(p,q) = \{(x_3, x_4), (x_3, x_1), (x_1, x_2), (x_3, x_2), (x_2, x_3), (x_1, x_4), (x_4, x_1), (x_4, x_2)\}.$$

Na przykład $G(0{,}6;\ 0{,}6)$ (przypadek 3) można przedstawić następująco (rys. 2):



Rys. 2

Łatwo sprawdzić, że w przypadku 2 element x_3 jest jedynym elementem niedominowanym (nie ma jądra), a w przypadkach 3 - 5 zbiór jednoelementowy $\{x_3\}$ jest jądrem (nie ma elementów niedominowanych). W związku z tym najwłaściwszą decyzją w danej sytuacji wydaje się wybór oferty x_3.

5. Uwagi końcowe

W artykule przedstawiliśmy możliwość wykorzystania metody ELEKTRA w przypadku, gdy kryteria, ze względu na które oceniane są warianty realizacji danego przedsięwzięcia, można scharakteryzować za pomocą relacji rozmytych. Wydaje się, że porównywanie wariantów za pomocą relacji rozmytych ma wiele zalet. Po pierwsze może dokładniej niż w przypadku stosowania relacji

nierozmytych opisywać preferencje decydenta (zwłaszcza w sytuacjach niepewności i niezdecydowania), po drugie daje możliwość uniknięcia trudności związanych z „uzgadnianiem" skal (zob. uwagę po definicji $d(x_r, x_s)$ w § 3).

Aby otrzymać ostateczne rozwiązanie, konieczne jest, podobnie jak w klasycznej metodzie ELEKTRA, wprowadzenie subiektywnych ocen dotyczących oprócz samych wartości relacji preferencji także wartości współczynników c_i charakteryzujących ważność poszczególnych kryteriów. Wymaga to współpracy „analityka" z decydentem (lub grupą decydentów) i dialogu na wszystkich etapach stosowania tej procedury. W bardziej skomplikowanych przypadkach przy analizie grafów $G(p, q)$ niezbędna wydaje się współpraca z komputerem, za pomocą którego można wyszukiwać potencjalne zbiory elementów „najlepszych" (por. [6]). Również w tym stadium ingerencja decydenta może odegrać dużą rolę.

Literatura

[1] **Barrett C. R., Pattanaik P. K.,** On Vague Preferences, w Ethik und Wirtschaftwissenschaft (red. G. Enderle), Duncker & Humblot, Berlin 1985.

[2] **Chanas S., Florkiewicz B.,** A fuzzy preference relation in the vector maximum problem, Europ. J. of Oper. Res., vol. 28, 1987.

[3] **Kasprzak T.,** Parametryczne zadanie wielokryterialnego wyboru, w: Badania operacyjne w nowoczesnym zarządzaniu (red. T. Kasprzak), PWE, Warszawa 1974.

[4] **Krawczyk S.,** Matematyczna analiza sytuacji decyzyjnych, PWE, Warszawa 1990.

[5] **Orlovsky S. A.,** Decision – making with a fuzzy preference relation, Fuzzy Sets and Systems, vol. 1, 1978.

[6] **Roy B.,** Classement et choix en presence de points de vue multiples (la methode ELECTRE), Revue Francaise d'Informatique et de Recherche Operationalle, vol. 8, 1968 (tłum. ros. w: Voprosy analiza i prinjatja rešenij, Mir, Moskwa 1976).

[7] **Tyszka T.,** Analiza decyzyjna i psychologia decyzji, PWN, Warszawa 1986.