Jacek Nowak

PRÓBA PRZEDSTAWIENIA STANU ROZWOJU PRZESTRZENNEGO MIASTA PRZY ZASTOSOWANIU ANALIZY TRENDU POWIERZCHNIOWEGO

1. Miasto jako obiekt fizyczny

W większości definicji miasta wśród kryteriów używanych przy zaliczaniu danej miejscowości do kategorii miasta występują cechy fizyczne osiedla. Są to takie elementy jak: rodzaj zabudowy, intensywność zabudowy, wielkość obszarów zajęta przez użytki nierolnicze albo inaczej przez użytki miejskie. Jednak elementy fizyczny miasta w niewielkim stopniu były wykorzystywane przy formułowaniu graficzno-opisowych lub matematycznych modeli miast. Najpowszechniej do tego celu wykorzystywano informacje o gęstości zaludnienia. Przegląd tych prac zawiera pozycja Rajmunda Mydla (1979). W pracach, które przedstawiały modele rozwoju miast w oparciu o badanie gęstości zaludnienia, zakładano koncentryczny rozwój miast. To założenie umożliwiało pozostawanie w przestrzeni dwuwymiarowej i posługiwanie się metodą profilową przy tworzeniu modeli graficznych i matematycznych [7, 8, 11, 12].

We wspomnianej wyżej pracy Rajmunda Mydla [11] dotyczącej Krakowa, przedstawił on m.in. próbę stworzenia modelu graficznego i matematycznego rozwoju miasta (w tym także stanu jego rozwoju w danym momencie). Jako miernik został w tej pracy użyty wskaźnik udziału użytków technicznych. Badanie było prowadzone metodą profilową od centrum miasta do strefy podmiejskiej. Wyniki zebrane tą drogą posłużyły do przedstawienia wykresu pokazującego powiązania między intensywnością użytkowania ziemi (udziałem użytków technicznych) a odległością od centrum. Tę zależność ukazano także w postaci matematycznej. Cały model zakładał koncentryczny rozwój miasta, a więc model pozostał dwuwymiarowy. Dużą zaletą omawianej pracy była duża czytelność i prostota proponowanych modeli. Wydaje się jednak, że podejęcie to doprowadza do zbyt silnych uogólnień.

Miasto w pracach zajmujących się jego stroną fizyczną jest traktowane jako zbiór specyficznych użytków technicznych, które mają tendencję do skupienia się w centrum i stopniowego rozpraszania się w kierunkach zewnętrznych. Poszukiwanie syntetycznego obrazu miasta rozumianego jako zbiór rodzajów użytkowania ziemi charakterystycznych dla miasta, nazywanych ogólnie

użytkami miejskimi, wydaje się potrzebnym uzupełnieniem dotychczasowych licznych badań nad rozwojem przestrzennym miasta.

2. Analiza trendu powierzchniowego jako model opisowy

Koncepcja analizy trendu powierzchniowego oraz przeglądy zastosowań tej metody zostały zamieszczone w kilku opracowaniach: [2, 3, 4, 9]. Gruntowne omówienie metody z przedstawieniem warunków formalnych przy stosowaniu analizy trendu powierzchniowego w geografii ekonomicznej, prezentacją możliwych zastosowań wraz z praktycznym użyciem metody w studium zmian układu przestrzennego ludności Polski przedstawiła T. Czyż [5].

Analiza trendu powierzchniowego z formalnego punktu widzenia jest wariantem metody regresji wielorakiej. Bada się tutaj związek między zmienną zależną „z", przedstawiającą zjawisko obserwowane w przestrzeni, a zmiennymi niezależnymi „x" i „y", które są współrzędnymi przestrzennymi poszczególnych lokalizacji punktów pomiarów wielkości „z". Zależność tę można zapisać w postaci:

$$z_i = f(x_i, y_i).$$

Zadanie badacza polega na zapisaniu pewnej powierzchni rzeczywistej $z = F(x, y)$ występowania danego zjawiska na powierzchnię o określonej postaci matematycznej $f(x, y)$. To przekształcenie odbywa się oczywiście z pojawieniem się pewnych strat informacji, które określamy jako „e". Wynikają one przede wszystkim z trudności w matematycznym zapisie złożoności powierzchni rzeczywistej. W takiej sytuacji całość przekształceń można zapisać:

$$z = F(x, y) = f(x, y) + e.$$

Można przyjąć, że metoda ta pozwala na wyodrębnienie trendu, inaczej nazywanego zmiennością systematyczną w wielkiej skali i jest on zapisany jako $f(x, y)$. Drugi wyznaczony element tzn. „e" zawiera w sobie niesystematyczną zmienność w małej skali, lokalne fluktuacje, oraz przypadkową zmienność. Z tego wynika, że analizę trendu powierzchniowego możemy traktować jako metodę dekompozycji całkowitej zmienności badanych zjawisk rozpatrywanych w trójwymiarowym charakterze.

To rozłożenie całkowitej zmienności daje możliwość budowania obrazu modelowego badanego zjawiska w oparciu o wyodrębnioną zmienność w wielkiej skali czyli trend. Z drugiej strony oddzielenie „e" czyli lokalnych fluktuacji i przestrzenna analiza ich rozmieszczenia może umożliwić znalezienie czynników powodujących odchylenia od ogólnej prawidłowości (np. ogólną prawidło-

wością może być zmienność zjawiska wraz ze zmianą odległości). Badanie to można prowadzić podobnie jak znaną metodę analizy reszt z regresji.

Między metodą anlizy trendu powierzchniowego a metodą regresji wielorakiej występuje wiele analogii. W obu wypadkach powszechnie stosowaną metodą estymacji współczynników wielomianów jako postaci funkcji zależności jest metoda najmniejszych kwadratów. Jednak w omawianej metodzie nie możemy traktować zmiennych niezależnych „x" i „y", czyli współrzędnych przestrzennych, jako bezpośrednich przyczyn występowania zmian wielkości „z". Związek między zmianami w położeniu przestrzennym a zmianami badanego zjawiska pokazuje tylko pośrednio wpływ czynników nienazwanych w badaniu, a związanych z położeniem przestrzennym.

Poszukując postaci równania opisującego badane zagadnienia można stosować różne klasy funkcji. Wykorzystując istniejący już dorobek teoretyczny dotyczący kształtowania się badanego zjawiska można dobrać odpowiednią postać funkcji. Jednak najczęściej stosuje się wielomiany, przy których obliczenia i interpretacja są stosunkowo proste. Badanie rozpoczyna się z reguły od wielomianu najprostrzego przedstawiającego nachyloną płaszczyznę $z = a_0 + a_1 x + a_2 y$, gdzie parametry „a" określają nachylenie płaszczyzny.

Jeżeli stopień przybliżenia otrzymanego obrazu do rzeczywistości jest niezadawalający stosuje się wielomiany wyższych stopni aż do momentu kiedy poziom przybliżenia jest duży, a przede wszystkim do chwili kiedy stopień przybliżenia obrazu do rzeczywistości przestanie rosnąć. Jednocześnie dąży się do stosowania wielomianów niskich stopni co zapewnia prostotę wzoru matematycznego oraz uwalnia obraz od sztucznych komplikacji w obrazie graficznym, które pojawiają się przy stosowaniu wielomianów powyżej czwartego stopnia.

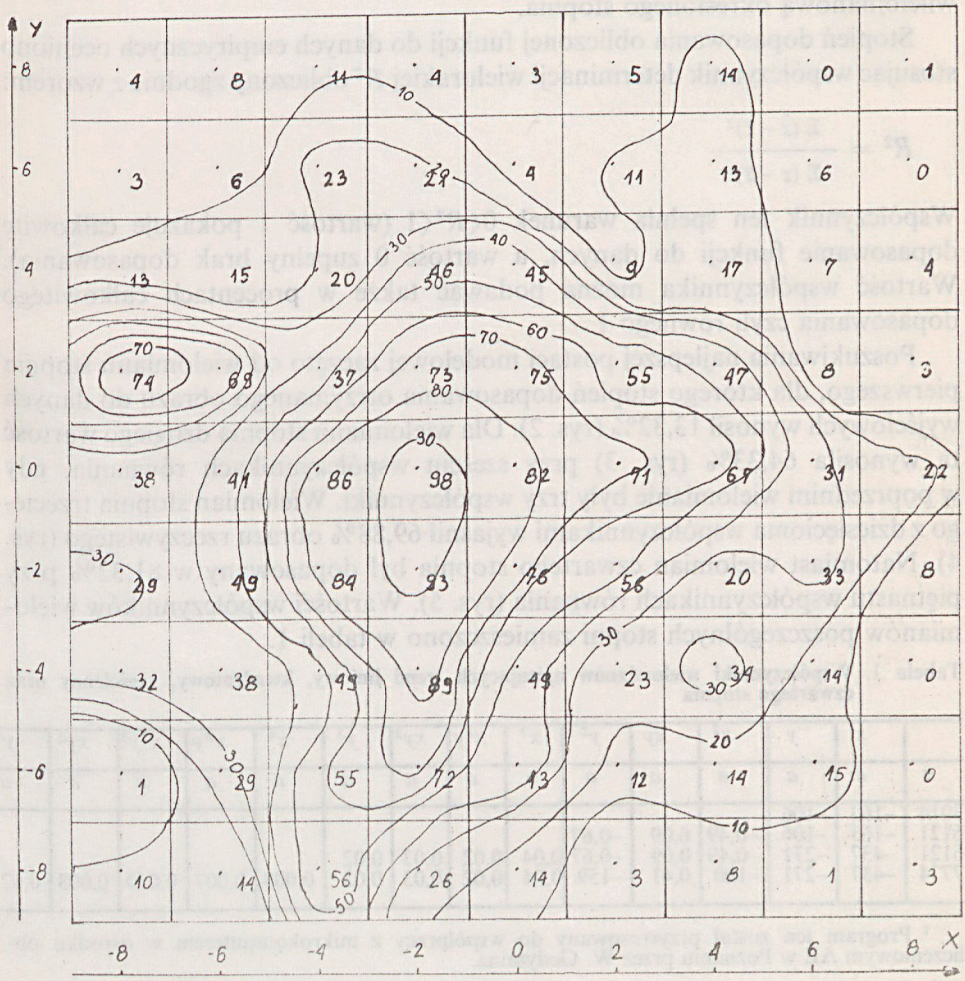
3. Zastosowanie analizy trendu powierzchniowego do przedstawienia stanu rozwoju przestrzennego miasta

Efekt wykorzystania analizy trendu powierzchniowego sprawdzono na przykładzie miasta Poznania. Dane dotyczące rozmieszczenia użytków miejskich zebrano z map w skali 1:50 000 zamieszczonych w „Atlasie Poznania", które przedstawiają sytuację z 1975 roku. Badanie ma charakter wstępnego rozpoznania możliwości zastosowania metody i dlatego wykorzystanie nieaktualnych ale łatwo dostępnych danych wydaje się nie obniżać wartości pracy. Poznań z roku 1975 jest tutaj traktowany jako przykład półmilionowego miasta zajmującego powierzchnię 228 km^2.

Badaniem został objęty kwadrat o powierzchni 324 km^2 (o boku równym 18 km), który został podzielony na 81 kwadratów o polu 4 km^2. Początkiem układu zostało wybrane historyczne centrum miasta, od którego rozpoczęła się

przestrzenna ekspansja (w przypadku Poznania uznano za takie historyczne centrum Stary Rynek). Rola wybranego centrum w zastosowanej metodzie jest ograniczona tylko do miejsca środka zbierania informacji. Oczywiście tak zarysowane granice badanego układu nie pokrywają się z granicami administracyjnymi miasta, mimo że w sposób ogólny właśnie one wyznaczyły zasięg badania.

W każdym kwadracie pomierzono powierzchnię zajętą przez użytki miejskie (użytki techniczne, miejskie tereny zielone, sztuczne zbiorniki wodne o funkcjach miejskich itp.) oraz obliczono procent zajętej przez nie powierzchni. Dane dla każdego kwadratu zostały odniesione do jego środka. W ten sposób uzyskano wyjściową informację o rzeczywistym rozmieszczeniu użytków miejskich. Dane rozmieszczono na siatce kilometrowej, której początek układu stanowiło centrum badanego układu. W ten sposób powstała mapa statystyczna o regularnie rozmieszczonych punktach danych. W takim układzie można przeprowadzić intropolację i uzyskać tą drogą obraz „rzeczywistego" rozmieszczenia użytków miejskich (rys. 1).



Rys. 1. Rozmieszczenie użytków miejskich. Mapa stanu rzeczywistego

Do tych danych wyjściowych zastosowano metodę trendu powierzchniowego w celu otrzymania uogólnionego (modelowego) obrazu rozmieszczenia użytków miejskich jako wyrazu stopnia rozwoju fizycznej substancji miasta. Jako postać ogólną obserwowanej zależności między stopniem pokrycia powierzchni użytkami miejskimi a lokalizacją przestrzenną wykorzystano funkcję wielomianową i zastosowano program obliczeniowy opracowany przez Mathera [10][1]. Poszukiwania najlepiej dopasowanej postaci wielomianu założonego stopnia wykonane zostały metodą najmniejszych kwadratów. Zastosowany program podaje: wartość współczynników wielomianu, stopień dopasowania obliczonej funkcji do danych empirycznych, wartość „$\hat{z}$" obliczoną zgodnie z dopasowaną zależnością funkcyjną dla każdego z punktów pomiarowych, różnicę między „z" rzeczywistym i „$\hat{z}$" wyznaczonym za pomocą dopasowanej funkcji czyli „e". Program ma także część graficzną, gdzie otrzymuje się obraz rozmieszczenia badanego zjawiska zgodnie z najlepiej dopasowaną funkcją wielomanową określonego stopnia.

Stopień dopasowania obliczonej funkcji do danych empirycznych oceniono stosując współczynnik determinacji wielorakiej R^2 obliczony zgodnie z wzorem:

$$R^2 = \frac{\Sigma (\hat{z} - \bar{z})^2}{\Sigma (z - \bar{z})^2}$$

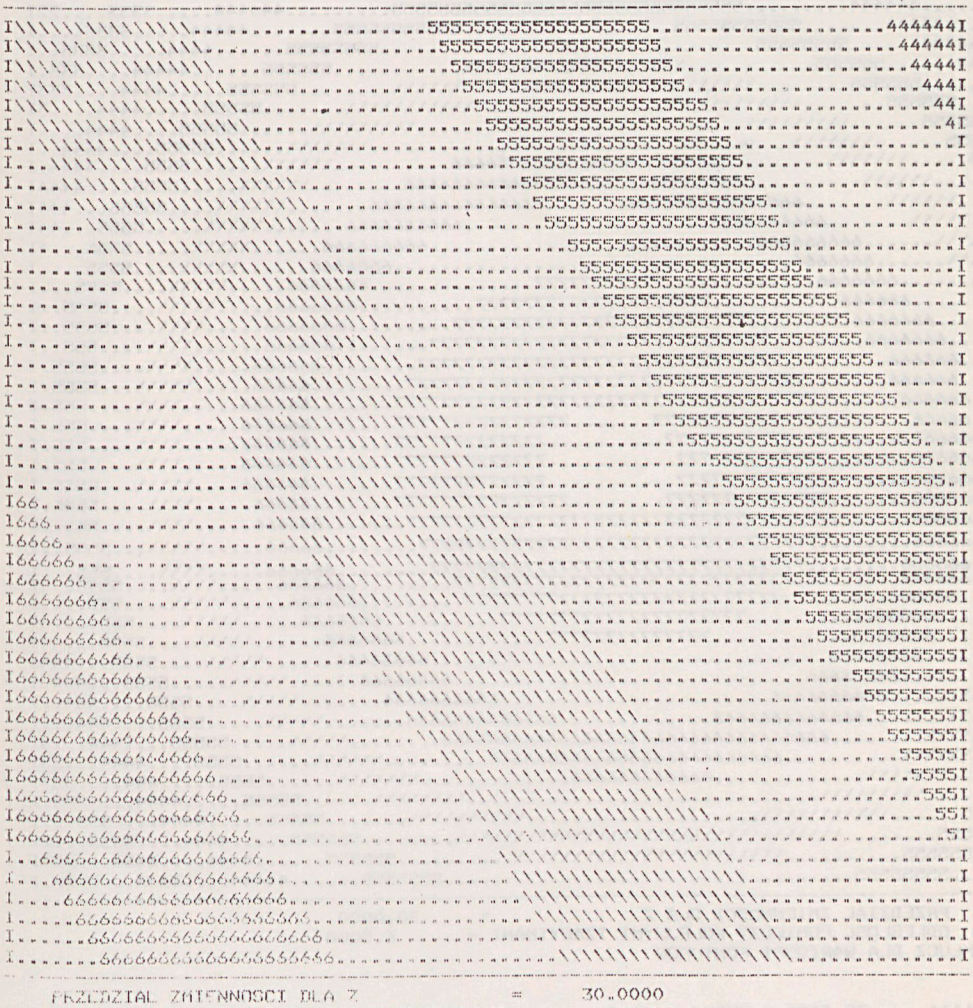
Współczynnik ten spełnia warunek $0 < R^2 < 1$ (wartość 1 pokazuje całkowite dopasowanie funkcji do danych, a wartość 0 zupełny brak dopasowania). Wartość współczynnika można podawać także w procentach całkowitego dopasowania czyli równego 1.

Poszukiwania najlepszej postaci modelowej zaczęto od wielomianu stopnia pierwszego, dla którego stopień dopasowania otrzymanego obrazu do danych wyjściowych wynosił 13,32% (rys. 2). Dla wielomianu stopnia drugiego wartość ta wynosiła 64,33% (rys. 3) przy sześciu współczynnikach równania, gdy w poprzednim wielomianie były trzy współczynniki. Wielomian stopnia trzeciego z dziesięcioma współczynnikami wyjaśnił 69,88% obrazu rzeczywistego (rys. 4). Natomiast wielomian czwartego stopnia był dopasowany w 81,32% przy piętnastu współczynnikach równania (rys. 5). Wartości współczynników wielomianów poszczególnych stopni zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. **Współczynniki wielomianów opisujących trend liniowy, kwadratowy, sześcienny oraz czwartego stopnia**

	x	y	x^2	xy	y^2	x^3	x^2y	xy^2	y^3	x^4	x^3y	x^2y^2	xy^3	y^4
a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a
3014	–163	–106												
6121	–163	–106	–0,49	0,09	–0,67									
6121	–437	–271	–0,49	0,09	–0,67	0,04	0,02	0,03	0,02					
7774	–437	–271	–100	0,41	–159	0,04	0,02	0,03	0,02	0,003	0,007	0,010	0,003	0,02

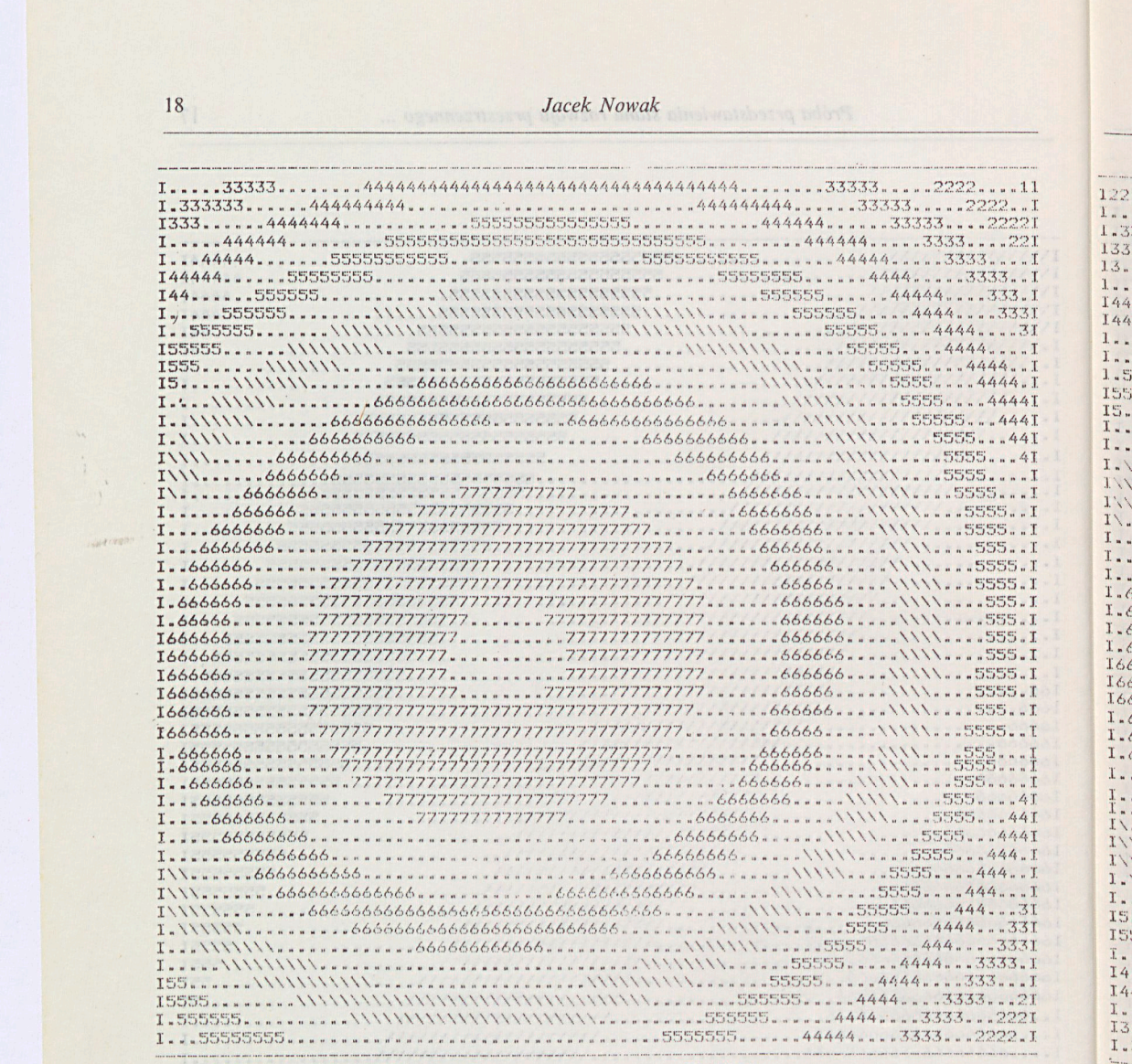
[1] Program ten został przystosowany do współpracy z mikrokomputerem w ośrodku obliczeniowym AE w Poznaniu przez W. Gedymina.



PRZEDZIAŁ ZMIENNOŚCI DLA Z = 30.0000
ODLEGŁOŚĆ POMIĘDZY KOLEJNYMI IZARYTMAMI = 6.5000
KLUCZ DLA WARTOŚCI KONTUROW

444444	4.0000	DO	10.5000
......	10.5000	DO	17.0000
555555	17.0000	DO	23.5000
......	23.5000	DO	30.0000
\\\\\\	30.0000	DO	36.5000
......	36.5000	DO	43.0000
666666	43.0000	DO	49.5000
......	49.5000	DO	56.0000

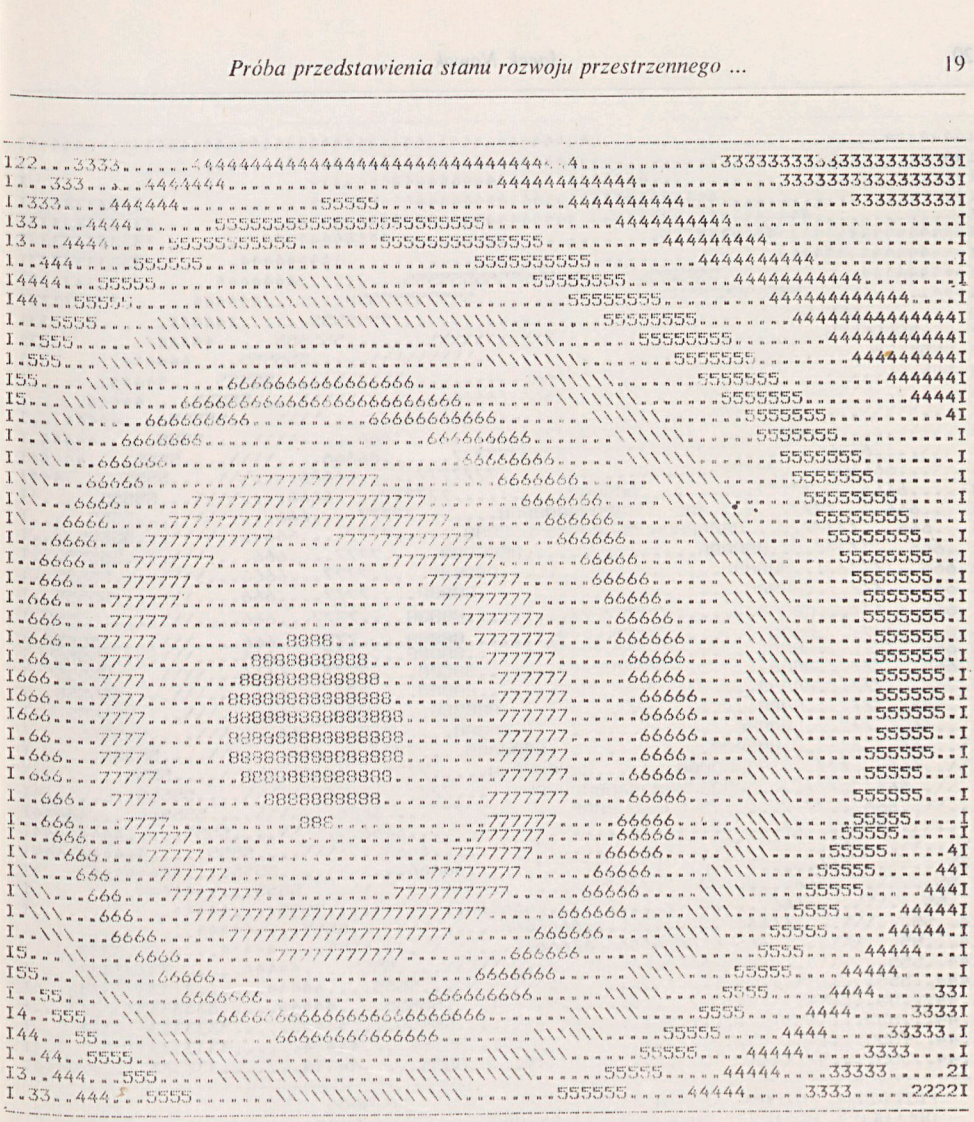
Rys. 2. **Rozmieszczenie użytków miejskich. Mapa przebiegu liniowego trendu powierzchniowego**



PRZEDZIAL ZMIENNOSCI DLA Z = 30.0000
ODLEGLOSC POMIEDZY KOLEJNYMI IZARYTMAMI = 6.5000
KLUCZ DLA WARTOSCI KONTUROW

111111	-35.0000	I MNIEJ	
......	-28.5000	DO	-22.0000
222222	-22.0000	DO	-15.5000
......	-15.5000	DO	-9.0000
333333	-9.0000	DO	-2.5000
......	-2.5000	DO	4.0000
444444	4.0000	DO	10.5000
......	10.5000	DO	17.0000
555555	17.0000	DO	23.5000
......	23.5000	DO	30.0000
\\\\\\	30.0000	DO	36.5000
......	36.5000	DO	43.0000
666666	43.0000	DO	49.5000
......	49.5000	DO	56.0000
777777	56.0000	DO	62.5000
......	62.5000	DO	69.0000

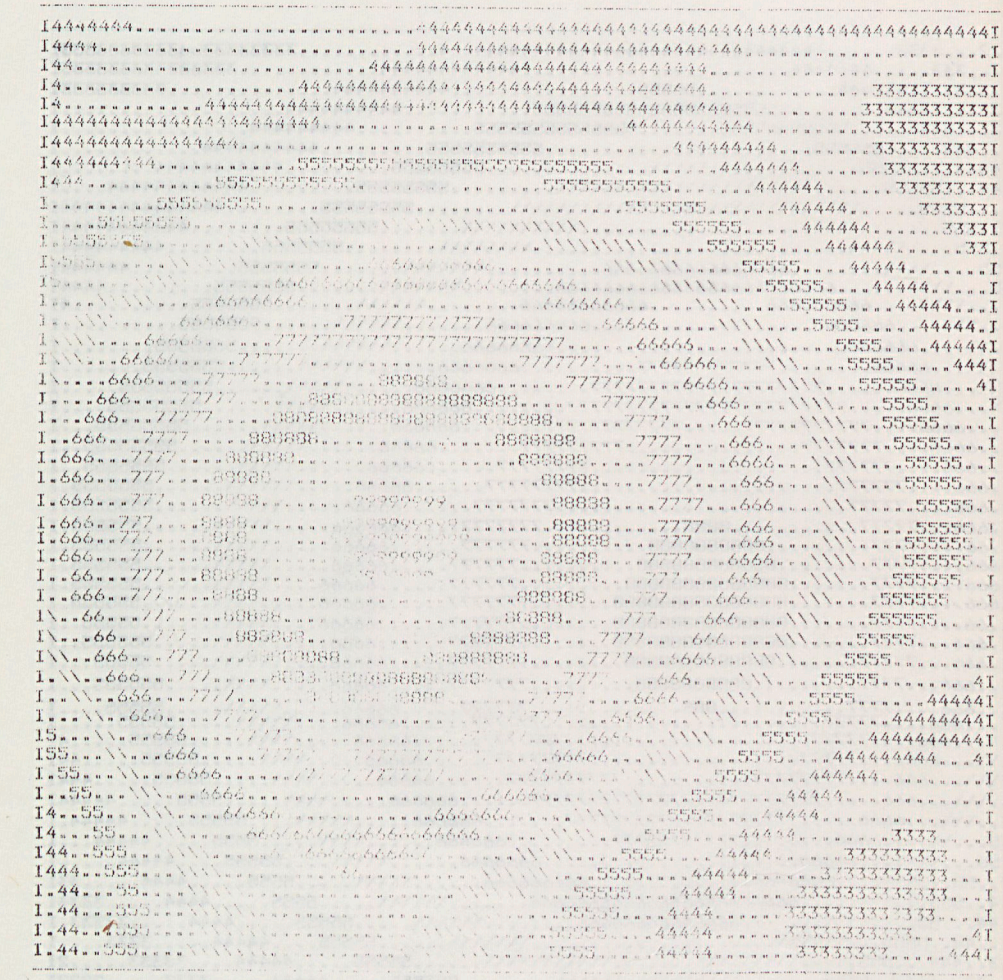
Rys. 3. **Rozmieszczenie użytków miejskich. Mapa przebiegu kwadratowego trendu powierzchniowego**



PRZEDZIAŁ ZMIENNOŚCI DLA Z = 30.0000
ODLEGŁOŚĆ POMIĘDZY KOLEJNYMI IZARYTMAMI = 6.5000
KLUCZ DLA WARTOŚCI KONTURÓW

222222	-22.0000	DO	-15.5000
.....	-15.5000	DO	-9.0000
333333	-9.0000	DO	-2.5000
.....	-2.5000	DO	4.0000
444444	4.0000	DO	10.5000
.....	10.5000	DO	17.0000
555555	17.0000	DO	23.5000
.....	23.5000	DO	30.0000
\\\\\\	30.0000	DO	36.5000
.....	36.5000	DO	43.0000
666666	43.0000	DO	49.5000
.....	49.5000	DO	56.0000
777777	56.0000	DO	62.5000
.....	62.5000	DO	69.0000
888888	69.0000	DO	75.5000

Rys. 4. **Rozmieszczenie użytków miejskich. Mapa przebiegu sześcienngo trendu powierzchniowego**

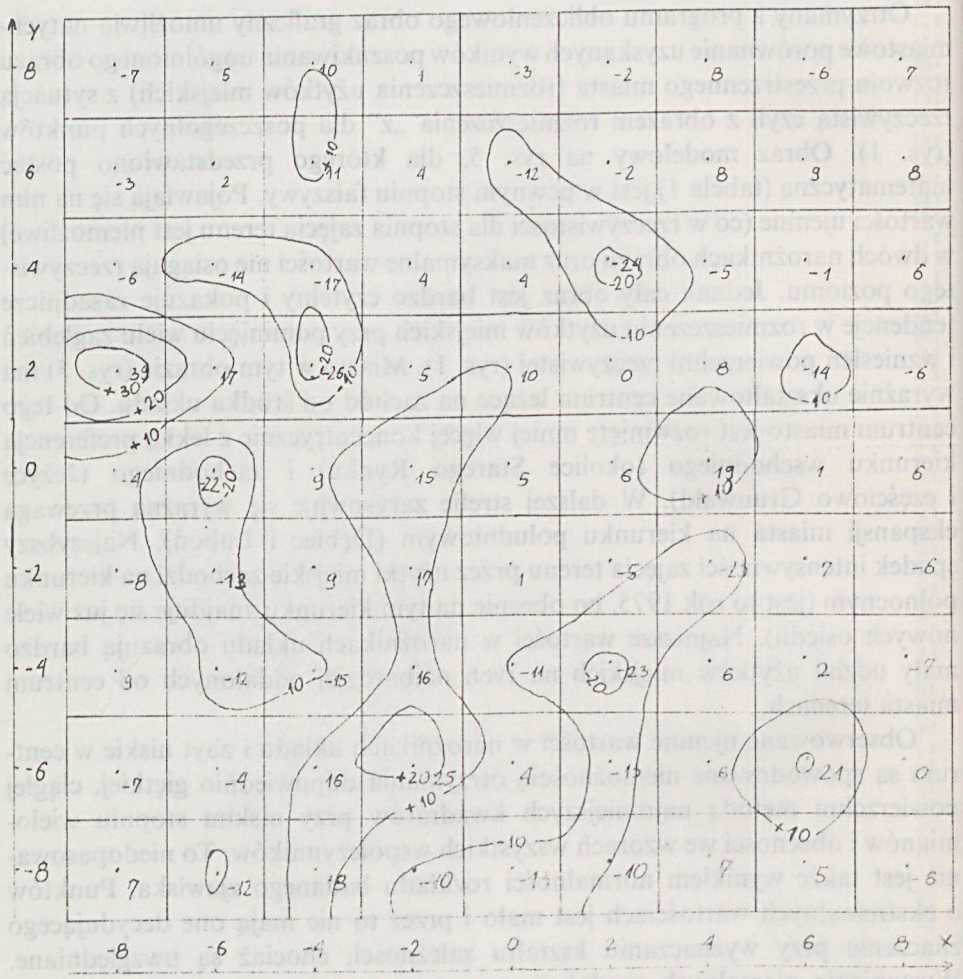


Rys. 5. **Rozmieszczenie użytków miejskich. Mapa przebiegu trendu powierzchniowego czwartego stopnia**

Otrzymany z programu obliczeniowego obraz graficzny umożliwia natychmiastowe porównanie uzyskanych wyników poszukiwania uogólnionego obrazu rozwoju przestrzennego miasta (rozmieszczenia użytków miejskich) z sytuacją rzeczywistą czyli z obrazem rozmieszczenia „z" dla poszczególnych punktów (rys. 1). Obraz modelowy na rys. 5, dla którego przedstawiono postać matematyczną (tabela 1) jest w pewnym stopniu fałszywy. Pojawiają się na nim wartości ujemne (co w rzeczywistości dla stopnia zajęcia terenu jest niemożliwe) w dwóch narożnikach obrazu oraz maksymalne wartości nie osiągają rzeczywistego poziomu. Jednak cały obraz jest bardzo czytelny i pokazuje zasadnicze tendencje w rozmieszczeniu użytków miejskich przy pominięciu wielu zagłębień i wzniesień powierzchni rzeczywistej (rys. 1). Miasto w tym obrazie (rys. 5) ma wyraźnie ukształtowane centrum leżące na zachód od środka układu. Od tego centrum miasto jest rozwinięte mniej więcej koncentrycznie z lekką preferencją kierunku wschodniego (okolice Starego Rynku) i zachodniego (Jeżyce i częściowo Grunwald). W dalszej strefie zarysowuje się wyraźna przewaga ekspansji miasta na kierunku południowym (Dębiec i Luboń). Najszybszy spadek intensywności zajęcia terenu przez użytki miejskie zachodzi na kierunku północnym (jest to rok 1975, bo obecnie na tym kierunku znajduje się już wiele nowych osiedli). Najniższe wartości w narożnikach układu obrazują bardzo mały udział użytków miejskich na tych najbardziej oddalonych od centrum miasta terenach.

Obserwowane ujemne wartości w narożnikach układu i zbyt niskie w centrum są spowodowane niemożnością otrzymania odpowiednio giętkiej, ciągłej powierzchni metodą najmniejszych kwadratów przy niskim stopniu wielomianów i obecności we wzorach wszystkich współczynników. To niedopasowanie jest także wynikiem normalności rozkładu badanego zjawiska. Punktów o ekstremalnych wartościach jest mało i przez to nie mają one decydującego znaczenia przy wyznaczaniu kształtu zależności, chociaż są uwzględniane. Wystąpienie nierealnych predykcji przy wyznaczaniu wartości w skrajnych punktach (wartości poniżej 0%) wynikają dodatkowo z zastosowani w badaniu wielkości w postaci procentowej, co w przyszłych badaniach można by wyeliminować [13].

Otrzymane w badniu różnice pomiędzy wyjściowymi danymi przedstawiającymi stan rzeczywisty (rys. 1), a danymi modelowymi pokazującymi jego uogólnienie (rys. 5) można zilustrować przestrzennie (rys. 6). Jest to obraz odchyleń w rozmieszczeniu użytków miejskich między stanem rzeczywistym a jego uogólnieniem. Wystapienie tych odchyleń oznacza, że na rozwój miasta wpływają także inne siły niż opór odległości, wyrażający się koncentrycznym rozwojem miasta wokół centrum. Znajomość rozmieszczenia i wielkości odchyleń umożlwia podjęcie próby wskazania dodatkowych, istotnych mechanizmów kształtowania przestrzennej struktury miasta.



Rys. 6. **Mapa pozostałości trendu powierzchniowego czwartego stopnia**

4. Wnioski

Prezentowana praca jest wstępnym sprawozdaniem z badań prowadzonych nad modelowaniem miasta rozumianego jako specyficzny zbiór antropogenicznych obiektów fizycznych. Można uznać, że zastosowana metoda analizy trendu powierzchniowego przy wykorzystaniu wielomianów sprawdziła się mimo wskazanych braków. Autor widzi dwa główne nurty rozszerzenia prowadzonych badań. Pierwszym z nich jest prowadzenie analizy zmian w czasie, porównując obrazy rzeczywiste i modelowe z kolejnych okresów co umożliwia pokazanie generalnych tendencji w rozwoju miasta. Drugim rodzajem badań, które mogą

być rozwijane na bazie prezentowanej metody może być rozwinięcie analizy rozmieszczenia różnic oznaczanych w pracy jako „e". To badanie można przeprowadzić metodą regresji wielorakiej, której wynik wskaże czynniki modyfiujące rozwój badanego miasta.

Ważną sprawą przy stosowanej metodzie analizy trendu powierzchniowego w celu prezentacji rozwoju miasta jest problem doboru skali mapy i wielkości pola podstawowego, w którym są dokonywane obliczenia badanego zjawiska. Wydaje się, że w omawianym zagadnieniu ciekawsze i bliższe rzeczywistości dane można uzyskać stosując mapy w skali 1 : 25000 i siatkę kwadratów o boku 1 km. Taki dobór źródeł informacji pozwala na wykonanie dokładniejszego badania przy możliwości objęcia jeszcze całej powierzchni miasta o wielkości Poznania. Pewną rolę odgrywają także możliwości dostępnych urządzeń obliczeniowych, które rozwijają się ciągle stanowiąc coraz mniejszy problem.

Bibliografia

[1] *Atlas Poznania.* Warszawa PPWK. 1978.

[2] Chojnicki Z., Czyż T.: *Zastosowanie analizy trendu powierzchniowego w geografii.* „Przegląd Geograficzny" 1975, 47,2, s. 235-261.

[3] Chorley R. R. J., Haggett P.: *Mapy powierzchni trendu w badaniach geograficznych.* Przegląd Zagranicznej Literatury Geograficznej IG PAN, 1973, 3/4, s. 129-160.

[4] Czyż T.: *Analiza trendu powierzchniowego w badaniach geograficznych.* W: *Modele ilościowe i modele w geografii.* Pr. zbior. pod red. Z. Chojnickiego. Warszawa. 1977.

[5] Czyż T.: *Metody generalizacji układów przestrzennych.* PAN Oddział w Poznaniu, Seria Geografia, T. I. 1978.

[6] Golachowski S., Kostrubiec B., Zagożdżon A. :*Metody badań geograficzno-osadniczych.* Warszawa 1974.

[7] Korcelli P.: *Rozwój struktury przestrzennej obszarów metropolitalnych Kalifornii.* IG PAN, Prace Geograficzne, Nr 78. Warszawa. 1969.

[8] Korcelli P.: *Teoria rozwoju struktury przestrzennej miast.* PAN. KPZK. Studia. T. 45. Warszawa. 1974.

[9] Kostrubiec B.: *Matematyczne metody badań aglomeracji miejskich.* Studia nad Ekonomiką Regionu. 3, Śląski Instytut Naukowy w Katowicach, Katowice 1972. s. 79-89.

[10] Mather P. M.: *Computational methods of multivariate analisis in physical geography.* London. 1976.

[11] Mydel R.: *Rozwój struktury przestrzennej miasta Krakowa.* PAN oddział w Krakowie, Komisja Nauk Geograficznych, 1979.

[12] Mydel R., Ishimizu T.: *Ewolucja przestrzenno-funkcjonalnej struktury japońskich obszarów metropolitalnych.* Prace Geograficzne z. 65. Prace Instytutu Geograficznego Uj. Kraków 1985.

[13] Norcliffe G. B.: *Statystyka dla geografów.* Warszawa 1986.

Jacek Nowak

AN ATTEMPT AT PRESENTING SPATIAL URBAN DEVELOPMENT WITH USE OF SURFACE TREND ANALYSIS

(Summary)

The author treats the city as a set of urban grounds. The concept of using the surface trend analysis to show the model of the city is presented. This model is based on the formula

$z = f(x, y) + e$

where z – the per cent of area occupied by urban grouns – dependent variable

x and y – spatial co-ordinates – independent variables

e – residual values – value unexplained by the model.

Polonomials of the two variables ranging from the first to the fourth degree are used.

On the basis of this approach the author presents mathematical and grphic model of the city. The possibility of applying this method has been verified on the example of Poznań, with the use of maps in the scale of 1 : 50 000 from 1978. The author considers his investigations fruitful and encouraging.