Lech Wojciechowski

EKONOMICZNE MODELE GRAWITACYJNE – PRZYKŁADY ICH ZASTOSOWANIA W LITERATURZE ŚWIATOWEJ I POLSKIEJ

1. Geneza ekonomicznych modeli grawitacji

Modele grawitacyjne są adaptacją prawa powszechnego ciążenia Newtona do zjawisk ekonomicznych. Zakłada się istnienie dużych podobieństw pomiędzy zachowaniem się ciał fizycznych i skupisk ludzkich, takich jak aglomeracje miejskie, gminy, województwa lub kraje. Z newtonowskiego pierwowzoru modele ekonomiczne przejęły założenia dotyczące czynników wpływających na wzajemne oddziaływanie punktów (regionów, krajów) na siebie. Czynnikami tymi są masy regionów (różnie rozumiane) i odległość między nimi oraz multiplikatywny charakter zależności między wielkościami objaśnianymi i objaśniającymi w modelu.

W odniesieniu do ciał fizycznych działanie prawa powszechnego ciążenia objawia się tylko poprzez wzajemne przyciąganie się ciał. Natomiast w przypadku ekonomicznych modeli grawitacji wzajemne ciążenie może przybierać różne formy, takie jak: wymiana handlowa pomiędzy różnymi krajami, przepływy i migracje ludności, przepływy międzyregionalne towarów.

Prawo powszechnego ciążenia Newtona sformułowane w roku 1687 stwierdza, że między dwoma dowolnymi ciałami działa siła przyciągania, która jest iloczynem ich mas i jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między nimi. Ogólna postać tego prawa przedstawia się następująco:

$$F = G^* \frac{M_1^* M_2}{R^2}, \tag{1}$$

gdzie:
F – siła oddziaływania dwóch ciał,
M_1, M_2 – masy ciał,

R – odległość między nimi,
G – stała grawitacji.

Idea zastosowania modelu powszechnej grawitacji do opisu zachowań społecznych pojawiła się po raz pierwszy w połowie wieku XIX. Jako pierwszy na temat „grawitacji molekularnej w społeczeństwie" pisał amerykański ekonomista H. C. Carey. Twierdził on, że „zjawiskami fizycznymi i społecznymi rządzą podobne prawa... Prawo grawitacji molekularnej stanowi konieczny warunek istnienia istoty ludzkiej(...) Im większa liczba ludzi na danym obszarze, tym większa powstaje siła przyciągania(...) Grawitacja jest, podobnie jak w całym pozostałym materialnym świecie, wprost proporcjonalna do masy i odwrotnie proporcjonalna do odległości"[1].

Teoria grawitacji przeniesiona z fizyki do nauk społecznych stała się przede wszystkim narzędziem analizy regionalnej, za pomocą której opisywane są trwałe zależności strukturalne w zachowaniach mas ludzkich.

Modele grawitacji wykorzystywane były do badania zależności pomiędzy liczebnością skupisk ludzkich i ich wzajemną odległością a różnymi sposobami przejawiania się siły ich wzajemnego oddziaływania. Jako siłę grawitacji międzyregionalnej przyjmowano np.:
– pasażerski i towarowy ruch kolejowy,
– pasażerski ruch autobusowy i lotniczy,
– liczbę rozmów telefonicznych,
– międzyregionalne przepływy towarowe i migracje ludności.

Badania międzyregionalnych przepływów towarowych nasunęły myśl, żeby model grawitacji zastosować do analiz międzynarodowych przepływów towarowych, budowy modeli „indywidualnych" , opisujących przepływy pomiędzy dwoma krajami, oraz modeli „światowych" wykorzystywanych do analizy strumieni wymiany w handlu światowym pomiędzy wieloma krajami.

2. Zastosowania modeli grawitacyjnych do analizy przestrzennej migracji

Pierwsze badania wykorzystujące model grawitacyjny przeprowadził w roku 1895 E. J. Ravenstein[2], wyliczając wielkość migracji pomiędzy poszczególnymi hrabstwami w Wielkiej Brytanii. Posłużył się on modelem następującej postaci:

[1] H. C. Carey, *Principles of Social Science*, Philadelphia 1871, za H. Urbańska, *Grawitacyjny model handlu międzynarodowego*, praca doktorska, Lublin 1976, s. 2–3.

[2] E. J. Ravenstein, *The Laws of Migration*, "Journal of the Royal Statistical Society" 1885.

$$M_{ij} = \frac{f(p_j)}{D_{ij}}, \tag{2}$$

gdzie:
M_{ij} – liczba migrantów z i-tego ośrodka migracji do j-tego ośrodka „absorpcji" (imigracji),
$f(p_j)$ – funkcja określona na wielkości populacji j-tego ośrodka „absorpcji",
D_{ij} – odległość między ośrodkami i oraz j.
Ravenstein wyciągnął na podstawie swojego badania wniosek, iż ruchy migracyjne ludności kierują się do dużych ośrodków miejskich, a ich wielkość zmniejsza się wraz z odległością pomiędzy źródłem migracji, a ośrodkiem „absorpcji", co określone zostało jako „prawo migracji Ravensteina"[3].

Nieco inne podejście w zastosowaniu modelu grawitacyjnego przedstawił w latach trzydziestych XX wieku W. J. Reilly, który sformułował „prawo grawitacji handlu detalicznego" zakładające, że w normalnych warunkach dwa miasta będące ośrodkami handlu detalicznego przyciągają kupujących z otaczających je miejscowości wprost proporcjonalnie do wykładnika potęgi liczby ludności tych miast (N) i odwrotnie proporcjonalnie do pewnej potęgi odległości tych miast od tych miejscowości (n).
Reilly skorzystał w swoim badaniu z modelu o postaci:

$$\frac{B_a}{B_b} = \left(\frac{P_a}{P_b}\right)^N \cdot \left(\frac{D_b}{D_a}\right)^n, \tag{3}$$

gdzie:
B_a, B_b – siła atrakcyjna, z jaką miasta A lub B przyciągają kupujących z położonego między nimi miasta I,
P_a, P_b – liczba ludności miasta A i B,
D_a, D_b – odległość miasta A lub B od miasta I,
N – wykładnik potęgi stosunku liczby ludności,
n – wykładnik potęgi stosunku odległości.

Po przeprowadzeniu obliczeń Reilly przyjął wykładnik potęgowy stosunku liczby ludności jako jednostkowy, natomiast wykładnik potęgowy stosunku odległości – jako kwadrat i na podstawie powyższego modelu przeprowadził obliczenia określające granice oddzielające obszary rynkowe wielu miast amerykań-

[3] Z. Chojnicki, *Zastosowanie modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych*, Komitet Przestrzennego Zagospodarowania Kraju Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1966, s. 18.

skich. Następnie zweryfikował swoje obliczenia, porównując swoje wyniki z przebiegiem granic obszarów uzyskanych na podstawie obserwacji[4].

Istotny wkład do rozwoju koncepcji grawitacji miał G. K. Zipf, wykorzystując ogólną zasadę „najmniejszego wysiłku" i twierdząc, że liczbę, wielkość i lokalizację miast określa dążenie do równowagi pomiędzy dwoma skrajnymi tendencjami, a mianowicie korzyściami płynącymi z lokalizacji produkcji bezpośrednio przy źródłach surowców i korzyściami płynącymi z lokalizacji produkcji w pobliżu jednego dużego miasta – rynku zbytu.

Przykładem modelu grawitacji G. K. Zipfa jest model ustalający wielkość przewozów między ośrodkiem *I* oraz ośrodkiem *J*[5].

$$X_{ij} = \frac{p_i p_j}{D_{ij}} \text{ lub } X_{ij} = \left(\frac{p_i p_j}{D_{ij}} \right)^{\alpha_{ij}}, \tag{4}$$

gdzie:
X_{ij} – wielkość wymiany pomiędzy ośrodkami i oraz j,
p_i, p_j – liczba ludności w ośrodkach i oraz j,
D_{ij} – odległość pomiędzy ośrodkami i oraz j,
α_{ij} – parametr stały.
Opisane powyżej modele zakładały a priori zarówno samą postać funkcji, jak i wartości poszczególnych parametrów występujących w badanych modelach.

Na podstawie przyjętego przez Zipfa założenia P/D w stosunku do liczby ludności i zakładając, że w naukach społeczno-ekonomicznych należy wykorzystywać prawa analogiczne do praw fizyki, w latach czterdziestych XX wieku J. Q. Steward sformułował (zakładając bezpośrednią analogię pomiędzy wzajemnymi oddziaływaniami zbiorowości ludzkich i wzajemnymi oddziaływaniami wielkości fizycznych) pojęcia:
– siły demograficznej – odpowiednik siły grawitacyjnej,
– energii demograficznej – odpowiednik energii grawitacyjnej,
– potencjału demograficznego – odpowiednik potencjału grawitacyjnego.

Siła demograficzna F definiowana jest następująco:

$$F = \frac{G(N_1\mu_1)(N_2\mu_1)}{d^2}, \tag{5}$$

gdzie:
G – stała,

[4] W. J. Reilly, *Methods for the Study of Retail Relationships*, „University of Texas Bulletin" 1926, No. 2944, November, za Z. Chojnicki, *Zastosowanie modeli grawitacji...*, op.cit., s. 20.

[5] G. K. Zipf, *Human Behavior and Principle of Least Effort*, Addison – Wesley Press, Cambridge Mass. 1949.

F – siła demograficzna przyciągania między dwoma grupami ludności,
N – liczba ludności,
μ – tzw. wagi molekularne,
d – odległości.
Zakładając, że μ_1 i $\mu_2 = 1$ i pomijając G, powyższe równanie uzyskuje postać:

$$F = \frac{N_1 N_2}{d^2}. \tag{6}$$

Energię demograficzną E przedstawia wzór:

$$E = \frac{GN_1 N_2}{d}. \tag{7}$$

Potencjały demograficzne V przedstawiają równania:

$$V_1 = \frac{GN_2}{d}, \tag{8}$$

$$V_2 = \frac{GN_1}{d}. \tag{9}$$

Przez przekształcenia do postaci:

$$2E = \frac{GN_1 N_2}{d} + \frac{GN_1 N_2}{d} \tag{10}$$

i po odpowiednim podstawieniu potencjałów demograficznych otrzymujemy równanie o postaci:

$$2E = N_1 V_1 + N_2 V_2. \tag{11}$$

Zakładając, że całkowity potencjał w danym punkcie jest sumą oddzielnych potencjałów, a rozmieszczenie masy (ludności) dotyczy płaszczyzny i traktowane jest jako ciągłe, potencjał w każdym punkcie na płaszczyźnie stanowi:

$$V = \int \frac{1}{r} D ds. \tag{12}$$

V jest tu potencjałem demograficznym, D stanowi gęstość ludności na nieskończenie małym elemencie obszaru ds, a r jest odległością pomiędzy jednostką

przestrzenną a jakimkolwiek punktem na płaszczyźnie. Kiedy D jest znane, możliwe jest wykreślenie linii ekwipotencjalnych ludności.

Skupiając się głównie na zagadnieniach dotyczących potencjału i energii demograficznej, Stewart nie zajmuje się bliżej pojęciem siły demograficznej.

Według Stewarta pojęcie potencjału demograficznego jest miarą dostępności do tego punktu, czyli miarą wpływu wywieranego na ludzi umiejscowionych w określonym punkcie przez ludzi z otoczenia tego punktu. Wpływ ten jest rosnący wraz ze zmniejszaniem się odległości. Stąd wraz z przechodzeniem z obszarów wiejskich do wielkiego miasta następuje gwałtowny wzrost potencjału demograficznego związanego ze zwiększoną koncentracją ludności.

Jako energię demograficzną Stewart traktuje iloczyn liczby ludności jednej grupy i potencjału demograficznego wytwarzanego w stosunku do niej przez inną grupę. Stewart proponuje interpretowanie energii demograficznej jako liczby stosunków międzyludzkich nawiązanych w jednostce czasu. Ze względu na zależność tych stosunków od zasobów naturalnych i urządzeń technicznych interpretuje on te ostatnie jako masę społeczną na głowę (np. dochód na głowę jako jej substytut) i traktuje je jako wagi molekularne masy.

Stewart mocno podkreśla empiryczny rodowód swojej koncepcji „praw" grawitacji demograficznej, twierdząc że równania przedstawiające te prawa zostały odkryte przez niego w wyniku bezpośredniej obserwacji i stanowią empiryczne formuły dostosowane do faktów.

Należy zwrócić uwagę, że Stewart w swoich analizach nie dokonał bliższej konkretyzacji zmiennej odległości, traktując ją tożsamo ze zmienną odległości w fizycznym modelu grawitacji oraz modyfikując jedynie zmienne dotyczące masy poprzez wprowadzenie odpowiednich ich wag. Stewart nie dokonał statystycznej estymacji zmiennych modelu, a jedynie pośrednią weryfikację ograniczającą się do wykazania stopnia korelacji pomiędzy kształtowaniem się wielkości potencjału demograficznego i zjawiskami społeczno-ekonomicznymi. Należy więc traktować wzory Stewarta jako ściśle deterministyczne modele grawitacji i potencjału, gdzie parametry są stałe i przyjęte a priori jako wynik operacji homotetycznej, czyli jednokładnego odwzorowania.

Na podstawie badań Stewarta i Zipfa w latach pięćdziesiątych C. Dodd sformułował swoją hipotezę wzajemnego oddziaływania, nazywaną również przez niego modelem grawitacji dotyczącym mas fizycznych i grup ludzkich[6]. Formułując ją, posłużył się tak zwaną analizą wymiarową. Według hipotezy Dodda, terytorialne grupy ludzkie bardziej na siebie oddziaływają, gdy są duże i bliżej

[6] S. Dodd, *The Interactance Hypotesis: A Gravity Model Fitting Physical Masses and Human Groups*, „American Sociological Review" 1950, Vol 15, April, s. 245–256, za Z. Chojnicki, *Zastosowanie modeli grawitacji...*, op.cit., s. 31.

położone aniżeli gdy są małe i oddalone od siebie. Stąd formułuje on twierdzenie, że oddziaływanie pomiędzy grupami ludzkimi zależy od ich wielkości, odległości od siebie, długości oddziaływania na siebie oraz od poziomu kulturowego oddziaływania, posługując się równaniem:

$$I = \frac{kI_A P_A I_B P_B T}{L}, \tag{13}$$

gdzie:

I – poziom oddziaływania pomiędzy grupami,

T – okres oddziaływania,

L^{-1} – odwrotność odległości między dwoma grupami; wykładnik –1 stanowi wagę czynnika,

P_A, P_B – liczba ludności grup A i B,

I_A, I_B – „wskaźniki poziomu", tj. stałe charakteryzujące poszczególne grupy w danym okresie,

k – stała dla każdego typu wzajemnego oddziaływania.

Według Dodda czynnik L (przestrzeni) stanowi odwrotność odległości pomiędzy każdą para jednostek (grup). Może on być mierzony w różnych jednostkach fizycznych, np. w czasie i w kosztach przejazdu. Wartość wykładnika potęgi tego czynnika może być wyższa niż 1, gdy zachodzi nierównomierne rozmieszczenie zjawisk. Wskaźniki poziomu natomiast stanowią „stałe", właściwe dla każdej grupy, lub podzbioru grup i przyjmowane są jako przeciętna działania, lub wielkość działania danego typu, na głowę w jednostce czasu (np. liczba połączeń międzymiastowych na głowę mieszkańca na rok) oraz wiele innych podczynników, takich jak płeć, wiek, dochód, wykształcenie. Dodd podkreśla jednak konieczność dalszych badań nad wpływem tych czynników.

Stała k stanowi parametr wzajemnego oddziaływania i jest ilorazem całkowitego oddziaływania pomiędzy dwoma grupami A i B przez iloczyn liczb działalności grup A i B.

$$k = \frac{I}{(\Sigma I)_A (\Sigma I)_B}. \tag{14}$$

Dodd stwierdza jednakże, że empiryczna wartość k nie odpowiada wartości ze wzoru i jako powód podaje oddziaływanie wielu czynników ubocznych nie umieszczonych w modelu.

Porównując model Dodda z modelami jego prekursorów Zipfa i Stewarta, zauważyć można pojawienie się zmiennych dotyczących czasu oddziaływania pomiędzy grupami, oraz dokładniejszego określenia stałej modelu. W przeciwieństwie do modeli Zipfa i Stewarta „hipoteza" Dodda opiera się na założe-

niach probabilistycznych i dotyczy dużej liczby oddziaływań, które wykazują tendencję do równomiernego rozkładu w danej populacji na danym obszarze i w danym czasie. Podobnie jak jego poprzednicy, Dodd nie szacuje empirycznie parametrów modelu, ograniczając się do sprawdzenia hipotezy poprzez określenie stopnia korelacji między wielkościami przewidzianymi na podstawie modelu z rzeczywistymi wartościami.

Pierwszą próbą sformułowania modelu grawitacyjnego na podstawie przesłanek empirycznych i probabilistycznych była hipoteza wzajemnego oddziaływania F. C. Ickle'a dotycząca zależności pomiędzy przejazdami osobowymi przewozami towarowymi a liczbą ludności i odległością sformułowaną w postaci równania[7]:

$$H_{ij} = k\frac{P_i P_j}{d_{ij}^b}, \tag{15}$$

gdzie:
H_{ij} – liczba przewozów lub przejazdów pomiędzy i oraz j,
P_i, P_j – liczba ludności,
d_{ij} – odległość pomiędzy i oraz j,
b – wykładnik potęgowy odległości.

Ickle zakładał, że wzajemne oddziaływanie dwóch ośrodków ludności jest proporcjonalne do iloczynu liczby ludności tych ośrodków, opierając się na przesłance, że oddziaływanie takie jest wyrazem stosunków zachodzących pomiędzy wszystkimi możliwymi parami jednostek dwóch różnych ośrodków. Im większa jest liczba par jednostek, tym większe prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania. Drugie założenie Ickle'a dotyczyło odległości i opierało się na dwóch przesłankach:
– wraz ze wzrostem odległości rośnie koszt i czas przejazdu lub przewozu,
– im większa odległość, tym mniejsze jest prawdopodobieństwo, że pomiędzy parą jednostek zajdzie dane zdarzenie.
Doprowadziło to Ickle'a do przekonania o odwrotnej proporcjonalności pomiędzy pewną potęgą odległości a danym typem oddziaływania.

Po sprowadzeniu swojego modelu do postaci logarytmicznej Ickle, przy użyciu metody najmniejszych kwadratów, był w stanie określić wartość wykładnika potęgowego odległości dla różnych typów przejazdów jako mierników wzajemnego oddziaływania – otrzymał on wartości od 0,689 ($r = -0{,}64$) do 2,75 ($r = -0{,}96$) dla ruchu samochodowego i –1,07 ($r = -0{,}54$) dla ruchu samolotowego.

[7] F. C. Ickle, *Sociological Relationship of Traffic to Population and Distance*, „Traffic Quarterly" 1954, No. 8, s. 123–136, za Z. Chojnicki, *Zastosowanie modeli grawitacji...*, op.cit., s. 33.

Rozwinięciem modelu Ickle'a był między innymi model C. Hammera i F. C. Ickle'a[8], w którym autorzy wprowadzili wagi masy jako parametry empiryczne oszacowane metodą najmniejszych kwadratów dla różnych miast nadając modelowi postać:

$$H_{ij} = k\frac{(P_i w_i)(P_j w_j)}{d_{ij}^b}, \tag{16}$$

gdzie w_i, w_j to wagi ludności ośrodka i oraz j, wagi te interpretuje się jako wielkości wskazujące różne skłonności do wzajemnego oddziaływania.

Nieco odmiennym rozwinięciem modelu Ickle'a był model W. Mylroie'go, który wprowadza obok wykładnika potęgowego odległości, również wykładniki potęgowe masy, nadając modelowi postać:

$$H_{ij} = k\frac{P_i^\alpha P_i^\beta}{d_{ij}^b}, \tag{17}$$

gdzie:
α i β – wagi ludności ośrodka i oraz j.

Na podstawie analizy empirycznej Mylroie stwierdził, iż największy stopień korelacji zachodzi wówczas, gdy wykładniki potęgowe ludności wynoszą 0,5, a wykładnik potęgowy odległości 2,0[9].

3. Zastosowania modeli grawitacyjnych do analizy migracji w Polsce

W literaturze polskiej niewiele było analiz przestrzennych wykorzystujących modele grawitacyjne. Na uwagę zasługują tu prace S. Czai i M. Kowerskiego. Autorzy ci analizowali napływy i odpływy migracyjne w województwie wrocławskim. Przeprowadzili oni dwie analizy tego zjawiska. W pierwszym przypadku posłużyli się modelem, w którym jedyną zmienną wpływającą na migracje była odległość geograficzna, korzystając z modelu o postaci:

---

[8] C. Hammer, F. Ickle, *Intercity Telephone and Airlinetraffic Related to Distance and the Propensity to React*, „Sociometry", 1957, Vol 20, s. 306–316, za Z. Chojnicki, *Zastosowanie modeli grawitacji...*, op.cit., s. 34.

[9] W. Mylroie, *Evaluation of Intercity Travel Desire. Factors Influencing Travel Patterns*, Highway Research Board, Bulletin 1956, No. 119, Washington, za Z. Chojnicki, *Zastosowanie modeli grawitacji...*, op.cit., s. 34–35.

$$Y = ad^{-b}, \tag{18}$$

gdzie:

Y – wskaźnik migracji równy stosunkowi liczby mieszkańców napływających (odpływających) do liczby mieszkańców województwa wrocławskiego,

d – odległość między obiektami.

Po przeprowadzeniu estymacji parametrów metodą najmniejszych kwadratów (po uprzednim przekształceniu modelu do postaci logarytmicznej) ustalono wartość b na poziomie od –1,534 do –1,878 przy R przyjmującym wartości od 0,568 do 0,675.

Zakładając, że na decyzje migracyjne wpływają również inne czynniki, poza odległością autorzy przyjęli do analizy model o postaci:

$$Y_D = a_D d^{-b_D} M^{-c_D}, \tag{19}$$

gdzie:

M jest miernikiem rozwoju społecznego i-tego województwa.

Dla określenia poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego poszczególnych województw w badanym okresie wykorzystali oni tzw. miernik rozwoju gospodarczego Hellwiga[10]. Po oszacowaniu parametrów modelu metodą najmniejszych kwadratów autorzy wyciągnęli wniosek, iż wprowadzenie zmiennej opisującej rozwój społeczno-gospodarczy spowodowało lepsze dopasowanie modelu do danych empirycznych, a także, iż zależność pomiędzy poziomem migracji i poziomem rozwoju jest pozytywna i ma istotniejsze znaczenie niż wpływ odległości geograficznej na migracje ludności.

M. Kowerski w roku 1990 opracował również model grawitacyjny opisujący odpływ ludności z obszaru województwa zamojskiego. Wykorzystał on ogólną postać modelu:

$$Y = f(d, k, X), \tag{20}$$

gdzie:

Y – wektor wskaźników odpływu na pobyt stały z analizowanego obszaru do pozostałych,

d – wektor odległości analizowanego regionu z pozostałymi,

k – wektor krewnych i znajomych, jakich posiadają mieszkańcy regionu odpływu w pozostałych regionach,

[10] S. Czaja, M. Kowerski, *Odległość geograficzna i miernik rozwoju społeczno-ekonomicznego a wielkość ruchów migracyjnych*, „Wiadomości Statystyczne" 1983, nr 2, s. 30.

$X = x_1, x_2, ..., x_n$ – macierz wybranych zmiennych opisujących poziom rozwoju społeczno-gospodarczego regionów, do których odbywa się odpływ.

Kowerski przyjął zestaw zmiennych dający się podzielić na dwie zasadnicze grupy, które ze względu na swój charakter w mechanizmach odpływu spełniają różne funkcje. Pierwszą grupę tworzą wybrane zmienne społeczno-gospodarcze X, które odzwierciedlają czynniki motywacyjne wpływające bezpośrednio na podjęcie decyzji o zmianie miejsca zamieszkania. Drugą grupę tworzą odległość d oraz liczba krewnych i znajomych k. Są to zmienne, które same nie stanowią przyczyn podejmowania migracji, mają jednak istotny wpływ na ich przebieg.

Wybór zmiennej opisującej liczbę krewnych i znajomych motywuje on tym, iż osoby zamierzające zmienić miejsce zamieszkania będą rozpatrywały informacje krewnych i znajomych o możliwościach poprawy warunków pracy i życia w nowym miejscu zamieszkania, a także możliwość uzyskania pomocy ze strony krewnych i znajomych.

Ostatecznie „operacyjny" model przyjął postać:

$$y = a_0 d^{a_d} k^{a_k} x_1^{a_1} ... x_n^{a_n} . \tag{21}$$

Model ten jest podobny do modeli proponowanych przez innych autorów. Zmienne opisujące poziom rozwoju społeczno-gospodarczego Kowerski wybrał, korzystając z metody pojemności informacji Hellwiga[11].

Kowerski oszacował parametry modelu metodą najmniejszych kwadratów dla danych z lat 1978–1979 oraz 1986–1987 osobno dla mężczyzn, kobiet i ogółu, oraz w podziale na mieszkańców miast i wsi, otrzymując w sumie osiemnaście modeli. W każdym modelu występuje tylko jedna zmienna objaśniająca poziom rozwoju społeczno-gospodarczego. Wyniki obliczeń potwierdziły duży wpływ liczby krewnych i znajomych na poziom migracji, jednocześnie wystąpiły trudności w analizie wpływu zmiennych społeczno-ekonomicznych na poziom odpływu.

Kolejnym przykładem zastosowania modelu podobnego do grawitacyjnego w badaniach regionalnych jest model zaproponowany przez J. Krupowicz, dzięki któremu wykonano analizę migracji wewnętrznych na Dolnym Śląsku[12]. Autorka analizowała migracje wewnętrzne pomiędzy województwami dolnośląskimi, wykorzystując model okrojony w stosunku do klasycznego modelu grawitacyjnego. Jedyną zmienną objaśniającą była odległość geograficzna pomiędzy stolicami województw, a model przedstawiony był równaniami:

---

[11] M. Kowerski, *Próba konstrukcji i weryfikacji kompleksowego modelu odpływu ludności*, „Wiadomości Statystyczne" 1990, nr 3, s. 15.

[12] J. Krupowicz, *Odległość jako determinanta migracji wewnętrznych na Dolnym Śląsku*, „Wiadomości Statystyczne", 2000, nr 5, s. 74–77.

$$Y_n = a_n d_{ji}^{b_n}, \tag{22}$$

$$Y_o = a_o d_{ij}^{b_o}, \tag{23}$$

gdzie:
Y_n – liczba napływających (w osobach)do województwa j z województw i,
Y_o – liczba odpływających (w osobach)do województwa i z województw j,
$d_{ij} = d_{ji}$ – odległości komunikacyjne (w km) między województwami,
a_o, a_n, b_o, b_n – estymowane parametry.
Wykonano badanie dla danych z lat 1975–78 oraz 1979–88 ze względu na przeprowadzone w tych latach spisy powszechne. Wyniki potwierdziły, iż odległość jest istotną zmienną objaśniającą międzywojewódzkie migracje, ale tylko dla danych z lat 1979–88, gdy współczynniki determinacji wahały się od 0,74 do 0,84.

4. Model grawitacji w handlu międzynarodowym

Powyższe kwestie dotyczyły pierwotnego zastosowania modeli grawitacyjnych do analizy migracji międzyregionalnych. Osobną grupą modeli są modele grawitacyjne handlu międzynarodowego.

Przy formułowaniu modelu grawitacji dla handlu międzynarodowego należy uwzględnić pewne charakterystyczne czynniki na niego wpływające:
– czynniki wpływające na potencjalny popyt danego kraju na rynku światowym,
– czynniki wpływające na potencjalną podaż danego kraju na rynku światowym,
– czynniki preferencyjne wpływające na zwiększenie bądź zmniejszenie popytu lub podaży na rynku światowym, wynikające z prowadzonej polityki gospodarczej, położenia geograficznego itp.

Wprowadźmy następujące oznaczenia: E_i^P – ogólna podaż kraju i; M_i^P – ogólny popyt kraju j; R_{ij} – czynniki preferencyjne przy wymianie kraju i z krajem j; X_{ij} – wielkość wymiany pomiędzy krajami i oraz j.

Do opisania wpływu powyższych czynników na wartość wymiany pomiędzy dwoma krajami można przyjąć różne typy modeli. Do najczęściej stosowanych należą formuły typu addytywnego i multiplikatywnego. W przypadku formuły addytywnej wielkość wymiany pomiędzy krajami i oraz j jest funkcją sumy wartości popytu kraju j i podaży kraju i, mamy więc:

$$X_{ij} = f(\alpha_1 E_i^P + \alpha_2 M_j^P + \alpha_3 R_{ij}), \tag{24}$$

gdzie:
α_1, α_2, α_3 – to parametry modelu.

W przypadku przyjęcia formuły multiplikatywnej wielkość wymiany między krajami *i* oraz *j* jest funkcją iloczynu podaży kraju i oraz popytu kraju j, mamy więc

$$X_{ij} = g\left[(E_i^p)^{\alpha_1} (M_j^p)^{\alpha_2} R_{ij}^{a_3}\right], \tag{25}$$

gdzie:

α_1, α_2, α_3 – parametry modelu.

Wybór postaci modelu jest trudny i raczej arbitralny, najczęściej stosuje się jednak postać multiplikatywną[13]. Przyjmując ten model wymiany, dochodzimy do następującej zależności:

$$X_{ij} = \frac{(E_i^p)^{\alpha_1} (M_j^p)^{\alpha_2}}{R_{ij}^{\alpha_3}} \beta_0, \tag{26}$$

gdzie:

β_0 – stała.

Ta postać modelu, zwana dalej modelem grawitacyjnym handlu międzynarodowego, określa wielkość strumienia wymiany pomiędzy krajami *i* oraz *j*. Zakładając, że $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$ model przyjmuje postać modelu Zipfa.

Najogólniej modele grawitacyjne handlu międzynarodowego można podzielić na dwie zasadnicze grupy, w zależności od podejścia do zmiennych potencjalnego popytu i potencjalnej podaży krajów. Część autorów zmienne te wyznacza na podstawie wartości dochodu narodowego oraz liczby ludności danego kraju, inne podejście mówi, iż potencjalny popyt i potencjalna podaż krajów zależą wyłącznie od poziomu dochodu narodowego.

Początek zainteresowania ekonomistów zastosowaniem modeli grawitacyjnych do analizy handlu międzynarodowego przypadł na lata sześćdziesiąte XX wieku. Bardzo istotny wpływ na rozwój tej dziedziny nauki miał Jan Tinbergen, który w roku 1962 opublikował analizę przepływów handlu międzynarodowego[14].

Tinbergen przeprowadził pierwsze badanie dla najprostszego modelu o postaci:

$$E_{ij} = \alpha_0 Y_i^{\alpha_1} Y_j^{\alpha_2} D_{ij}^{\alpha_3}, \tag{27}$$

[13] Za R. Ferber, P. J. Verdoorn, *Research Methods in Economics and Business*, MacMillan, Nowy Jork 1962, s. 85.

[14] J. Tinbergen, *Shaping the World Economy. Suggestions for an International Economic Policy*, The Twentieth Century Fund, New York 1962, s. 262–293.

gdzie:
E_{ij} – eksport z kraju i do kraju j,
Y_i – produkt krajowy brutto kraju i,
Y_j – produkt krajowy brutto kraju j,
D_{ij} – odległość geograficzna pomiędzy krajami,
α_0, α_1, α_2, α_3 – parametry modelu.

Tinbergen jako masy krajów przyjął produkty krajowe brutto, zakładając, że poziom produkcji, jaki dany kraj jest w stanie wyeksportować, zależy bezpośrednio od wielkości ekonomicznej kraju (wyrażonej poprzez PKB). Możliwości importowe danego kraju zależą od wielkości jego rynku, a ten zależy również od poziomu PKB. Zmienna odległości interpretowana jest jako odległość pomiędzy centrami gospodarczymi poszczególnych krajów wyrażona w tysiącach mil morskich.

Swoje badanie Tinbergen przeprowadził na grupie 18 krajów dla danych z roku 1958 w dwóch próbach: w jednej analizował eksport, w drugiej import zakładając, że w przepływach bilateralnych poziomy wymiany, czy to ze strony importu, czy eksportu, powinny być takie same. Otrzymane przez niego wyniki były zadowalające (współczynnik korelacji na poziomie 0,82) i pozwoliły na wyciągnięcie wniosku o istotnym znaczeniu zmiennych objaśniających. Wyniki dla analizy importu były podobne jak dla eksportu, lecz korelacja w tym przypadku była nieco słabsza.

Kolejnym krokiem Tinbergena było stwierdzenie, iż na poziom wymiany handlowej pomiędzy krajami wpływ mają również inne czynniki, poza poziomem PKB i odległością. Jako szczególnie istotne przyjął istnienie wspólnej granicy oraz istnienie preferencji handlowych pomiędzy poszczególnymi krajami, wprowadzając do modelu trzy dodatkowe zmienne: N – istnienie bądź nieistnienie wspólnej granicy lądowej, P_C – występowanie preferencji pomiędzy krajami Commonwealthu oraz P_B – występowanie preferencji pomiędzy krajami Beneluxu. Zmienne te występują w modelu jako zmienne zero-jedynkowe, to znaczy przyjmują wartość 1, jeżeli dany fakt występuje, i wartość 0 w przeciwnym wypadku. Drugi model Tinbergena, zawierający cały zestaw zmiennych, przyjął postać:

$$E_{ij} = \alpha_0 Y_i^{\alpha_1} Y_i^{\alpha_2} D_{ij}^{\alpha_3} N^{\alpha_4} P_C^{\alpha_5} P_B^{\alpha_6}, \tag{28}$$

gdzie:
N – zmienna zero-jedynkowa dla wspólnej granicy lądowej,
P_C – zmienna zero-jedynkowa dla państw Commonwealth'u,
P_B – zmienna zero-jedynkowa dla państw Beneluxu,
α_0, α_1, α_2, α_3 – parametry modelu.

Po przeprowadzeniu estymacji parametrów modelu okazało się, że po wprowadzeniu dodatkowych zmiennych współczynnik korelacji wzrósł z 0,82 jedynie

do 0,84. Znaki wykładników potęgowych były zgodne z oczekiwaniami. Tylko zmienna preferencyjna dotycząca wymiany w obrębie państw Commonwealthu ma istotne znaczenie w wyjaśnianiu zmiennej objaśnianej. Dla pozostałych dwóch zmiennych z prawdopodobieństwem 99,7% współczynniki nie różniły się znacząco od zera. Powyższe wyniki pozwoliły Tinbergenowi na wyciągnięcie wniosku o kluczowym znaczeniu podstawowych zmiennych (PKB i odległość) w kształtowaniu międzynarodowej wymiany handlowej.

Tinbergen nie poprzestał na tym badaniu i przeprowadził kolejne próby dla większej liczby krajów. Analizą objął 42 kraje, których wymiana obejmowała 70% światowego handlu w roku 1959 używając modelu o postaci:

$$E_{ij} = \alpha_0 Y_i^{\alpha_1} Y_i^{\alpha_2} D_{ij}^{\alpha_3} N^{\alpha_4}. \qquad 29)$$

Współczynnik korelacji dla 1722 obserwacji (41×42) był tylko niewiele wyższy niż ten sam współczynnik dla najprostszego modelu z poprzedniego badania.

Występuje częściowa nieporównywalność danych dotyczących PKB spowodowana używaniem do obliczeń PKB obliczonego w walucie narodowej i przeliczonej na dolary. Nieporównywalność wynika z tego, że kurs walutowy większości krajów nie odpowiada dokładnie różnicom w sile nabywczej tych walut w stosunku do dolara. Powoduje to, że wartości PKB nie mogą być dokładną miarą potencjału eksportowego lub importowego danego kraju. Z tego powodu Tinbergen przeprowadził kolejne badanie, przeliczając wszystkie wartości PKB w cenach z USA, otrzymując realny PKB. Wykorzystanie tak spreparowanych danych nie poprawiło jednak wyników.

Tinbergen przeprowadził jeszcze jeden zestaw obliczeń, wprowadzając do modelu zmienną preferencyjną – *P*. Przyjmowała ona wartość 2 dla wymiany objętej preferencjami, np. Wielka Brytania i kraje Commonwealthu, dawne metropolie i kolonie, 0 w przypadku braku jakichkolwiek preferencji. Tinbergen różnicuje wartość zmiennej preferencyjnej, przypisując wartość 1 dla sytuacji, gdy występują tak zwane semipreferencje, czyli nieco bliższe stosunki pomiędzy krajami nie poparte jednak żadną konkretną umową międzynarodową. Wprowadzenie tak zróżnicowanej zmiennej również nie poprawiło znacząco dopasowania modelu.

W końcu Tinbergen sprawdził jeszcze jedną zmienną modelu – obrazującą zróżnicowanie struktury eksportu danego kraju. Wykorzystał on tzw. „indeks Giniego", który wynosi 100, w sytuacji gdy eksportowany jest tylko jeden produkt i maleje wraz z rosnącym zróżnicowaniem eksportu. W tym przypadku Tinbergen musiał ograniczyć liczbę krajów objętych badaniem ze względu na to, iż statystyki SITC dostępne były tylko dla 28 krajów spośród 42. Model wykorzystany w tym badaniu miał postać:

$$E_{ij} = \alpha_0 Y_i^{\alpha_1} Y_i^{\alpha_2} D_{ij}^{\alpha_3} G^{\alpha_8}, \qquad (30)$$

gdzie:
G – współczynnik zróżnicowania eksportu Giniego.

Pojawienie się tej zmiennej nie wpłynęło znacząco na dopasowanie modelu w porównaniu do równania „prostego".

Na podstawie przeprowadzonych analiz Tinbergen doszedł do wniosku, że wymiana międzynarodowa jest prawie zawsze proporcjonalna do poziomu PKB (współczynniki α_1 i α_2 przyjmują wartości bliskie 1). Można więc zastosować a priori wykładniki potęgowe na poziomie równym 1 bez znaczącego spadku mocy wyjaśniającej modelu. Oddalenia od 1 są jednak istotne ze statystycznego punktu widzenia – szczególnie α_2 przyjmuje wartości wielokrotnie mniejsze od 1. Może to oznaczać, że wzrost PKB w danym kraju powoduje zmniejszenie importu na rzecz konsumpcji krajowej, która może być wytworzona w większej ilości. W prawie wszystkich kalkulacjach α_1 jest o około 0,1 wyższe od α_2, co oznacza według Tinbergena, że w jakiś sposób eksport bardziej zależy od GDP eksportera niż od GDP importera. Tinbergen przeprowadził również analizę reszt z różnic pomiędzy poziomami eksportu wyznaczonymi przy użyciu modeli grawitacji i rzeczywistymi danymi, dochodząc do wniosku, że model przeszacowuje poziom eksportu krajów dużych, a niedoszacowuje eksport krajów małych. Na podstawie obserwacji współczynnika Gini doszedł do wniosku, że im mniejszy ten współczynnik – tym większy eksport, co oznacza, iż większe zróżnicowanie eksportu powoduje wyższy jego poziom.

Kolejnym autorem, który wykorzystał model grawitacji w swoich badaniach, był H. Linnemann, który przeprowadził badania, wykorzystując dane z 80 krajów o bardzo zróżnicowanym poziomie rozwoju gospodarczego i położeniu w stosunku do centrów światowego handlu[15]. W badaniu nie uwzględnił jedynie krajów socjalistycznych, krajów zajmujących się tranzytem oraz takich, dla których z różnych przyczyn nie było odpowiednich danych statystycznych. Wyłączył również z badania obserwacje, dla których nie występowała wymiana z powodów politycznych, takich jak np. embargo lub konflikt zbrojny. W celu wyeliminowania przypadkowych transakcji o nienormalnie wysokiej wartości i incydentalnych trudności w handlu Linnemann przyjął poszczególne przepływy handlowe jako średnią z lat 1958 do 1960, twierdząc, że nie wpłynęło to znacząco na poziom poszczególnych wartości przepływów handlowych, a wyeliminowało nieregularności z badania. Dane dotyczące liczby ludności i poziomu GDP zostały przyjęte dla roku 1959 co umożliwiło porównanie wyników z badaniami Tinbergena. Jako odległość geograficzną Linnemann przyjął najkrótszą drogę morską pomiędzy poszczególnymi krajami plus dystans lądowy z portu do ekonomicznego „centrum grawitacji".

[15] H. Linnemann, *An Econometric Study of International Trade Flows*, North – Holland Publishing Company Amsterdam, 1966.

Linnemann założył, iż poziom wymiany pomiędzy poszczególnymi krajami zależy przede wszystkim od „potencjalnego popytu" i „potencjalnej podaży" danych krajów. Założył on, że potencjalny popyt i potencjalna podaż są względem siebie przeciwstawne, a w związku z tym zależą od tych samych zmiennych. Zakładając, że wszystkie kraje spotykają się mniej więcej z takimi samymi barierami w wymianie międzynarodowej, można porównać potencjalną podaż krajów poprzez porównanie stosunku produkcji krajowej do produkcji zagranicznej (PK/PZ). Przy założeniu, ze wszystkie kraje spotykają się z takimi samymi barierami w handlu, występuje silna tendencja do różnicowania stosunku PK/PZ ze względu na liczbę ludności. Linnemann wymienia więc jako determinanty potencjalnej podaży:
– poziom PKB (jako wskaźnik skali gospodarki),
– liczbę ludności danego kraju (jako wskaźnik determinujący stosunek PK/PZ),
– poziom dochodu narodowego per capita (wpływ którego jest mało znaczący).

Korzystając z powyższych założeń, Linnemann jako masy krajów, a więc czynniki zwiększające wymianę, przyjął GDP i liczbę ludności, wyprowadzając model o ogólnej postaci:

$$X_{ij} = \varphi_0 Y_i^{\varphi_1} N_i^{\varphi_2} Y_j^{\varphi_3} N_j^{\varphi_4} D_{ij}^{\varphi_5} P_{ij}^{\varphi_6}, \tag{31}$$

gdzie:
X – przepływ handlowy pomiędzy krajami i oraz j,
Y – GDP poszczególnych krajów,
N – liczba ludności,
P – zmienna preferencyjna,
$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$ – parametry modelu.

Linnemann przeprowadził trzy serie obliczeń, korzystając z trzech modeli różniących się zmiennymi preferencyjnymi:

a) $$X_{ij} = \varphi_0 Y_i^{\varphi_1} N_i^{\varphi_2} Y_j^{\varphi_3} N_j^{\varphi_4} D_{ij}^{\varphi_5} P_{UUC}^{\varphi_6} P_{FFC}^{\varphi_7} P_{PB}^{\varphi_8}, \tag{32}$$

b) $$X_{ij} = \varphi_0 Y_i^{\varphi_1} N_i^{\varphi_2} Y_j^{\varphi_3} N_j^{\varphi_4} D_{ij}^{\varphi_5} P_{UC}^{\varphi_9} P_{FC}^{\varphi_{10}} P_{UFPB}^{\varphi_{11}}, \tag{33}$$

c) $$X_{ij} = \varphi_0 Y_i^{\varphi_1} N_i^{\varphi_2} Y_j^{\varphi_3} N_j^{\varphi_4} D_{ij}^{\varphi_5} P_{PB}^{\varphi_8} P_U^{\varphi_{12}} P_F^{\varphi_{13}} P_{UC}^{\varphi_{14}} P_{FC}^{\varphi_{15}} C_{ij}^{\varphi_{16}}, \tag{34}$$

gdzie:
P_{UUC} – preferencje pomiędzy Wielką Brytanią i członkami wspólnoty brytyjskiej,
P_{FFC} – preferencje pomiędzy Francją i jej koloniami,
P_{PB} – preferencje pomiędzy Belgią i Portugalią i ich koloniami,

P_{UC} – preferencje między krajami Wspólnoty Brytyjskiej (bez Wielkiej Brytanii),
P_{FC} – preferencje między krajami Wspólnoty Francuskiej (bez Francji),
P_{UFPB} – preferencje dla handlu Wielkiej Brytanii, Francji, Belgii i Portugalii z państwami wchodzącymi do poszczególnych wspólnot,
C_{ij} – zmienna opisująca poziom dopasowania eksportu kraju i oraz importu kraju j.

Zmienne preferencyjne P przyjmowały wartość 2, jeśli występowało preferencyjne traktowanie i 1 w przeciwnym przypadku. W celu ustalenia zmiennej C Linnemann przyjął, że wszystkie towary będące przedmiotem handlu w roku 1959 można podzielić na 20 rozłącznych grup. Pozwalało to przedstawić strukturę eksportu i importu jako dwudziestoelementowe wektory, w których ilość zer świadczyła o stopniu koncentracji asortymentowej wymiany. Zmienną tę wyznaczył Linnemann, korzystając z dwóch alternatywnych sposobów:

a) $$C_{ij} = \cos \alpha_{ij} = \frac{x_i m_j}{|x_i||m_j|}, \tag{35}$$

b) $$C_{ij}^{*} = x_i m_j, \tag{36}$$

gdzie:
x_i – wektor procentowych udziałów poszczególnych grup towarowych w eksporcie kraju i,
m_j – wektor procentowych udziałów poszczególnych grup towarowych w imporcie kraju j,
α_{ij} – kąt pomiędzy wektorami x_i, oraz m_j.

Wprowadzenie tak wielu zmiennych preferencyjnych miało wskazać na siłę oddziaływania tych preferencji w poszczególnych strefach protekcyjnych.

Linnemann w swojej analizie przeprowadził wiele wariantów obliczeń, uwzględniając między innymi:
– dane dotyczące statystyk importu i eksportu pomiędzy poszczególnymi krajami,
– poziomy GDP w ujęciu realnym i nominalnym,
– wpływ uwzględnienia „zerowych" strumieni handlu (czyli mniejszych niż 0,05 mln $) na kształtowanie się parametrów modelu,
– dezagregację ze względu na wartość wymiany (grupowanie obserwacji o podobnym poziomie przepływów handlowych).

Najważniejsze wnioski wypływające z wyników badań Linnemanna są następujące:
– parametry szacowane na podstawie statystyk importu i eksportu nie wykazują zasadniczych rozbieżności;

– w wariantach uwzględniających realne wartości dochodów narodowych oceny parametrów mierzących wpływ mas krajów na rozmiary wzajemnej wymiany były większe w porównaniu z szacunkami uzyskanymi przy dochodach nominalnych;
– siły integracyjne w poszczególnych układach integracyjnych nie są identyczne (największy wpływ miały preferencje w ramach handlu Belgii i Portugalii a ich koloniami; najsłabszy w ramach Wspólnoty Brytyjskiej);
– uzyskane przez Linnemanna oceny parametrów nie potwierdziły słuszności przyjętej przez niego hipotezy o decydującym wpływie liczby ludności na rozmiary handlu międzynarodowego; obliczenia wykazały, iż największy udział w wyjaśnianiu zmian strumieni handlowych mają wartości dochodów i odległości; gdy liczba ludności występuje w modelu jako miernik masy obok poziomu dochodu, działa ona hamująco na rozmiary handlu;
– wprowadzenie podziału na homogeniczne pod względem wartości wymiany podgrupy znacznie pogorszył dopasowanie modelu;
– uwzględnienie struktury towarowej eksportu i importu potwierdziło przypuszczenie co do kierunku oddziaływania zróżnicowania asortymentowego na wielkość wymiany, lecz nie poprawiło znacząco wyników.

Ciekawym przykładem modelu grawitacyjnego opisującego handel międzynarodowy był model Pőyhőnena i Puliainena[16]. Ekonomiści ci zastosowali model podobny do modelu Tinbergena w tym sensie, że jako masy krajów przyjęli jedynie dochody narodowe, jednakże w swojej pracy uwzględnili nowe czynniki, prezentując modele o postaci:

$$X_{ij} = cC_iC_j \frac{Y_i^a Y_j^b}{r_{ij}^d}, \tag{37}$$

$$X_{ij} = cC_iC_j \frac{Y_i^a Y_j^b}{r_{ij}^d} Y_I^e Y_J^f 1 + [(C_i^\circ C_j^\circ)^g], \tag{38}$$

gdzie:
X_{ij} – eksport kraju i do kraju j,
Y_i, Y_j – dochód narodowy eksportera (importera),
r_{ij} – odległość transportowa pomiędzy krajami i oraz j,
Y_I, Y_J – dochód narodowy obszaru rynkowego traktowany jako suma dochodów narodowych poszczególnych krajów wchodzących w skład danego obszaru,

[16] P. Poyhonen, *Toward a General Theory of International Trade*, K. Pulliainen, *A World Trade Study: An Econometric Model of the Pattern of the Commodity Flows of International Trade in 1948 – 60*, „Ekonomiska Samfundets Tidskrift", 1963, 16, s. 69–91.

C_i, C_j – ustalony parametr eksportowy państwa i (państwa j),

C_i°, C_j°, – średnia temperatur kraju i (j) w stopniach Celsjusza mierzona w długim okresie,

a, b, c, d, e, f, g – parametry modelu.

Pierwszy analizowany przez nich model (37) niewiele różni się od najprostszego modelu Tinbergena. Autorzy wprowadzili jedynie dodatkowe parametry eksportowe dla państw uczestniczących w wymianie. W drugim modelu (38) autorzy przyjęli dwie dodatkowe zmienne objaśniające:

- zmienną miernika mas ekonomicznych obszarów rynkowych, do których należą kraje uczestniczące w wymianie,
- zmienną obrazującą niejednorodność fizyczną krajów uczestniczących w wymianie związaną z położeniem geograficznym i warunkami klimatycznymi w postaci różnic pomiędzy średnimi rocznymi temperaturami poszczególnych krajów.

Zauważyć należy, iż w obu analizowanych modelach autorzy pominęli zupełnie zmienne preferencyjne natury politycznej, skupiając się na bardziej fizykalnych czynnikach kształtujących wymianę. Podjęto również próbę nowego podejścia do kwestii odległości ekonomicznej, chcąc ją powiązać nie tylko z odległością geograficzną, lecz także z kosztami transportu na jednostkę odległości oraz z poziomem izolacji danego kraju. Próba ta, ze względu na niemożność oszacowania parametrów modeli z użyciem tak zdefiniowanej odległości, nie powiodła się i ostatecznie autorzy pozostali przy odległości geograficznej jako podstawowej zmiennej ograniczającej wymianę.

Pőyhőnen i Puliainen przeprowadzili swoje badania opierając się na ważonych i nieważonych strumieniach handlu, prowadząc analizę porównawczą dla kolejnych 13 lat. Model dość dobrze opisywał badane zjawisko i w kolejnych 13 latach wyniki były podobne. Wprowadzenie dodatkowych zmiennych związanych z przynależnością do „obszaru rynkowego" oraz z poziomem różnic klimatycznych nie wpłynęło znacząco na poprawę wyników w stosunku do najprostszego modelu.

W literaturze światowej w latach 80. i 90. XX w. pojawia się wiele przykładów zastosowania modeli grawitacji do opisu handlu międzynarodowego. Na uwagę zasługuje tu praca J. H. Bergstranda[17] z 1985 roku. W pracy tej wykorzystuje on teorię mikroekonomii do wyprowadzenia swojego modelu grawitacji. Równanie grawitacji wyprowadza z modelu ogólnej równowagi światowego handlu, korzystając przy tym z funkcji ogólnej użyteczności dóbr oraz funkcji ogólnej produkcji dóbr. Dzięki podejściu od strony mikroekonomicznej i wprowadzeniu do modelu elementów behawioralnych mógł on zrezygnować z zało-

[17] J. H. Bergstrand, *The Gravity Equation in Iternational Trade: Some Microeconomic Fundations and Empirical Evidence*, "The Review of Ecnomics and Statistics", 1985, No 67, s. 474–481.

żeń upraszczających, które przyjął np. Linnemann, wyprowadzając model grawitacji przy użyciu stosunku produkcji na rynek krajowy do produkcji na rynek zagraniczny[18]. Bergstrand wyprowadza model o postaci:

$$PX_{ij} = Y_i^{(\sigma-1)/(\gamma+\sigma)} Y_j^{(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)} C_{ij}^{-\sigma(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)},$$

$$\times T_{ij}^{-\sigma(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)} E_{ij}^{\sigma(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)},$$

$$\times (\Sigma' P_{ik}^{1+\gamma})^{-(\sigma-1)(\gamma-\eta)/(1+\gamma)(\gamma+\sigma)},$$

$$\times (\Sigma'' \overline{P}_{kj}^{1-\sigma})^{(\gamma+1)(\sigma-\mu)/(1-\sigma)(\gamma+\sigma)}, \qquad (39)$$

$$\times [(\Sigma' P_{ik}^{1+\gamma})^{(1+\eta)/(1+\gamma)} + P_{ii}^{1+\eta}]^{-(\sigma-1)/(\gamma+\sigma)},$$

$$\times [(\Sigma'' \overline{P}_{kj}^{1-\sigma})^{(1-\mu)/(1-\sigma)} + P_{jj}^{1-\mu}]^{-(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)},$$

gdzie:
PX_{ij} – wartość przepływu handlowego z kraju i do kraju j,
Y – poziom dochodu narodowego,
C – koszty transportu pomiędzy krajami,
T – ograniczenia taryfowe w handlu,
E – poziom kursu walutowego,
P – poziom cen w danym kraju,
$\overline{P}$ – złożenie $\overline{P}$ = PTC/E,
σ – elastyczność mieszana pomiędzy różnymi dobrami importowanymi,
μ – elastyczność mieszana pomiędzy dobrami importowanymi i krajowymi,
η – elastyczność mieszana podaży pomiędzy produkcją na rynek krajowy i zagraniczny,
γ – elastyczność mieszana podaży dla produkcji na różne rynki zagraniczne.

Zmienna opisująca ograniczenia taryfowe użyta została jako zmienna zero-jedynkowa, przyjmująca wartość 1, gdy państwa należą do jakiegoś ugrupowania gospodarczego i wartość 0 w przeciwnym przypadku. Zmienna opisująca koszty transportu przyjęta została jako odległość geograficzna oraz zmienna zero-jedynkowa przyjmująca wartość 1, gdy państwa mają wspólną granicę lądową.

Bergstrand przeprowadził badanie przepływów handlowych pomiędzy piętnastoma państwami dla lat: 1965, 1966, 1975 i 1976. Do tego celu posłużył się modelem klasycznym oraz wyprowadzonym przez siebie. Po przeprowadzeniu

[18] H. Linnemann, *An Econometric Study of International Trade Flows*, North – Holland Publishing Company Amsterdam, 1966 s. 11–19.

kalkulacji okazało się, że model Bergstranda opisuje przepływy handlowe nieco lepiej niż model klasyczny, co można uznać za dowód prawidłowości przeprowadzonego przez niego rozumowania. Praca Bergstranda jest ważna z powodu dostarczenia podstaw teoretycznych dla możliwości zastosowania modeli grawitacyjnych na gruncie współczesnej teorii ekonomii, bez konieczności dokonywania szeregu założeń upraszczających. Brak takich teoretycznych podstaw był często podnoszony jako niedostatek modeli grawitacyjnych, mimo iż generalnie dobrze sprawdzały się w opisie wymiany międzynarodowej.

W latach dziewięćdziesiątych pojawiło się sporo prac, w których autorzy używali modeli grawitacyjnych do oceny sposobu działania różnych ugrupowań integracyjnych. Cel ten realizowano poprzez wstawienie do modelu odpowiednich zmiennych preferencyjnych obrazujących przynależność, bądź nie, do konkretnego ugrupowania. Przykładem może być model opracowany przez I. Soloaga i L. A. Wintersa, przy pomocy którego badali oni wpływ przynależności do organizacji wolnego handlu na poziom handlu wewnątrz ugrupowania, jak również na poziom całkowitego importu i eksportu danego kraju[19]. Przebadali oni wpływ dziewięciu ugrupowań integracyjnych na podstawie danych z 58 krajów z lat 1980–1996. Wprowadzili oni do modelu po trzy zmienne zero-jedynkowe dla każdego ugrupowania: jedną opisującą dodatkowy efekt wymiany z powodu przynależności do tego samego ugrupowania, drugą opisującą import z kraju nie będącego członkiem ugrupowania i trzecią opisującą eksport do kraju nie będącego członkiem ugrupowania. Oprócz tego uwzględnili w swoim modelu wpływ takich czynników, jak wspólny język, powierzchnia kraju, fakt bycia krajem wyspiarskim i wspólna granica; otrzymali więc model zawierający aż 42 zmienne objaśniające. Autorzy oszacowali model dla kolejnych siedemnastu lat, skupiając się na analizie zmian w kształtowaniu się wartości parametrów. Po przeprowadzeniu analizy doszli do wniosku, że generalnie powstanie wielu nowych ugrupowań integracyjnych w latach osiemdziesiątych nie spowodowało znaczącego wzrostu wymiany wewnątrz bloków. Jedynie dla Unii Europejskiej i EFTA zaobserwowano „odwrócenie eksportu", co oznacza, że zwiększył się eksport tych organizacji do krajów w nich nie zrzeszonych, co sugeruje, iż europejska integracja odbywa się niejako kosztem krajów nie będących członkami tych organizacji. Zauważono również pozytywny wpływ liberalizacji handlu w Ameryce Łacińskiej na import, a także eksport wewnątrz działających tam bloków integracji. Podobne wyniki otrzymał również Frankel, badający wpływ istnienia bloków wymiany regionalnej dla lat 1970–92[20].

[19] I. Soloaga, L. A. Winters, *Regionalism in the Nineties: What Effect on Trade?*, „The North American Journal of Economics and Finance" 2001, No 12, s. 1–29.

[20] J. A. Frankel, *Regional Trade Blocks in the World Economic System*, Institute for International Economics, Washington, 1997, za I. Soloaga, L. A.Winters, *Regionalism...*, op.cit., s. 18.

5. Polskie próby zastosowania modelu grawitacji do analizy handlu międzynarodowego

W literaturze polskiej niewiele jest przykładów zastosowania modeli grawitacji do analizy handlu zagranicznego. Na uwagę zasługuje model D. Błaszczuka[21]. Autor ten wykorzystał w swoim badaniu model Tinbergena, nieznacznie go tylko zmieniając. Jako masy krajów przyjął on poziomy GDP danego kraju, a jako odległość ekonomiczną dystans pomiędzy głównymi portami morskimi ostatecznie wykorzystując dwa modele:

a) $$X^{rs} = a_1 (Y^r)^{b_1} (Y^s)^{c_1} (D^{rs})^{d_1} (P^{rs})^{e_1} u_1, \tag{40}$$

b) $$X^{rs} = a_2 (Y^r)^{b_2} (Y^s)^{c_2} (D^{rs})^{d_2} (P^{rs})^{e_2} (H^{rs})^{h_2} u_2, \tag{41}$$

gdzie:
X^{rs} – eksport kraju r do kraju s,
Y^r – GDP kraju eksportującego,
Y^s – GDP kraju importującego,
D^{rs} – odległość komunikacyjna pomiędzy głównymi portami morskimi krajów r i s,
P^{rs} – zmienna zero-jedynkowa, przyjmująca wartość 10 w przypadku występowania preferencji oraz wartość 1 w przypadku braku preferencji pomiędzy danymi krajami,
H^{rs} – zmienna zero-jedynkowa, przyjmująca wartość 10 dla obrotów każdego z europejskich krajów – członków RWPG z każdym krajem kapitalistycznym oraz wartość 1 we wszystkich pozostałych przypadkach,
$a, b, c, d, e, h,$ – parametry modelu.

Parametry modelu przy zmiennych masy i odległości interpretuje Błaszczuk jako odpowiednie elastyczności (eksportu bądź importu).Parametr przy zmiennej P^{rs} interpretowany był jako siła preferencji występująca w obrotach handlowych pomiędzy badanymi krajami, natomiast parametr przy zmiennej H^{rs} interpretowany był jako przeciętne zmniejszenie obrotów pomiędzy krajami należącymi do różnych systemów społeczno-gospodarczych.

Po przeprowadzeniu estymacji parametrów modelu Błaszczuk otrzymał wyniki, które znacząco nie różnią się od otrzymanych przez Tinbergena. Wprowadzenie do analizy krajów socjalistycznych nie zmieniło zasadniczo tendencji do kształtowania się wymiany międzynarodowej wynikających z modelu. Na uwa-

[21] D. Błaszczuk, *Model ekonometryczny handlu międzynarodowego w 1967 r.*, „Ekonomista", 1974, nr 5, s. 1095–1104.

gę zasługują wnioski płynące z analizy parametrów dotyczących zmiennych preferencyjnych. Istnienie preferencji handlowych, jak wynika z modelu, powoduje, iż obroty handlowe są około 3 razy większe niż w przypadku braku takowych. Po wprowadzeniu do modelu zmiennej H^{rs} znaczenie zmiennej opisującej preferencje handlowe pomiędzy poszczególnymi krajami poważnie osłabło. Natomiast na podstawie analizy wartości współczynnika (h_2) Błaszczuk wyciągnął wniosek, iż ujemne preferencje pomiędzy krajami kapitalistycznymi i socjalistycznymi mają znacznie większy wpływ na poziom obrotów w stosunku do preferencji dodatnich w ramach poszczególnych ugrupowań ekonomicznych. Ujemne preferencje mogą według Błaszczuka być przyczyną aż 7,5-krotnego spadku wzajemnych obrotów.

Po przeanalizowaniu różnic pomiędzy teoretycznymi i faktycznymi poziomami obrotów Błaszczuk stwierdził, iż występuje znaczne niedopasowanie pomiędzy nimi, szczególnie w przypadkach znacznych różnic pomiędzy GDP i odległością od partnerów handlowych a średnią dla wszystkich krajów występujących w badaniu. Przyczyny danych różnic autor ten upatrywał częściowo w fakcie przyjęcia jednej tylko zmiennej preferencyjnej dla wszystkich krajów, choć „poziom" tych preferencji w ramach poszczególnych ugrupowań był różny. Inną kwestią, mogącą wpłynąć na wystąpienie takich a nie innych wyników i nie podniesioną przez Błaszczuka, mógł być fakt niedopasowania danych statystycznych dotyczących poziomu GDP, które liczone były różnymi metodami w krajach kapitalistycznych i socjalistycznych.

Kolejną próbą zastosowania modelu grawitacyjnego przez polskich autorów było badanie przeprowadzone przez M. Maciejewskiego i W. Piaszczyńskiego[22]. Przeprowadzili oni analizę zmian potencjału światowego handlu dla dziesięciu grup krajów, wśród których znalazły się: europejskie kraje socjalistyczne (członkowie RWPG), Chiny, europejskie kraje kapitalistyczne, Ameryka Północna, Japonia, Australia, RPA i Nowa Zelandia (wszystkie trzy kraje jako jedna grupa), Afryka, Ameryka Łacińska i Azja. Autorzy przeprowadzili estymację dziewięciu niezależnych modeli dla lat: 1954, 1956, 1960, 1962, 1964, 1966, 1968, 1970, korzystając z modelu o postaci:

$$X_{ij} = a_0 Y_i^{\alpha_1} N_i^{\alpha_2} Y_j^{\alpha_3} N_j^{\alpha_4} D_{ij}^{\alpha_5} P_{ij}^{\alpha_6}, \tag{42}$$

gdzie:
X_{ij} – wielkość wymiany pomiędzy i-tą oraz j-tą grupą krajów,
Y_i, Y_j – wielkość dochodu narodowego na głowę w i-tej oraz j-tej grupie krajów,
N_i, N_j – liczba ludności w i-tej oraz j-tej grupie krajów,

[22] W. Maciejewski, *Ekonometryczne modele wymiany międzynarodowej*, PWN, Warszawa 1981, s. 92–96.

D_{ij} – umowna odległość geograficzna,
P_{ij} – umowna odległość ekonomiczna.

Model powyższy generalnie podobny jest do modelu zastosowanego przez Linnemanna, jednakże autorzy inaczej podeszli do kwestii odległości geograficznej oraz ekonomicznej, traktując je jedynie umownie i przyjmując dla odległości geograficznej subiektywną ocenę (daleko, średnio, blisko), nadając tym ocenom wagi (odpowiednio: 3, 2, 1). Dla odległości ekonomicznej autorzy przyjęli wartości: 3 – jeżeli grupy krajów zależą do tego samego ugrupowania polityczno-ekonomicznego, 2 – jeżeli grupy krajów nie należą do żadnych ugrupowań lub należą do ugrupowań wzajemnie neutralnych, 1 – jeżeli grupy krajów należą do ugrupowań antagonistycznych.

Uzyskana przez tych autorów postać modelu charakteryzowała się stosunkowo słabym dopasowaniem (R^2 na poziomie od 0,556 do 0,685) i w każdej z dziewięciu estymacji wartość współczynnika przy zmiennej „odległość geograficzna" przyjmowała wartości dodatnie, co sugerowałoby, że wzrost odległości sprzyja wymianie. Autorzy skupili się na analizie współczynników beta w poszczególnych równaniach określających udział danej zmiennej objaśniającej w wyjaśnieniu łącznych zmian zmiennej objaśnianej, dochodząc na tej podstawie do następujących wniosków:
- wpływ odległości geograficznej na kształtowanie się strumieni handlu stale maleje, co można tłumaczyć postępem technicznym w transporcie;
- u importera na wielkość strumienia handlu większy wpływ ma wielkość obszaru (liczba ludności) niż poziom rozwoju (dochód narodowy na głowę);
- u eksportera na wielkość strumienia wymiany większy wpływ ma poziom rozwoju niż wielkość obszaru.

Zgoła inne podejście do problemu grawitacji w handlu międzynarodowym przyjął w swych badaniach M. Rekowski[23]. Klasyczny model grawitacyjny zakłada, iż wymiana pomiędzy dwoma krajami występuje niezależnie od ich wymiany pomiędzy pozostałymi krajami. Rekowski zakładał istnienie powiązania poziomu obrotów handlowych z pozycją kraju w otoczeniu rynkowym i wprowadził do modelu grawitacji zmienne opisujące zdolności handlowe obszarów rynkowych. Założył również, iż istotne znaczenie mogą mieć trzy rodzaje odległości: r_{Ii} – miejsce kraju i na obszarze rynkowym I, r_{IJ} – odległość pomiędzy poszczególnymi obszarami rynkowymi I oraz J, oraz r_{Jj} – miejsce kraju j na obszarze rynkowym J. Założył również, że na poziom wymiany decydujący wpływ mają zdolności handlowe krajów eksporterów i importerów, natomiast wpływ obszarów rynkowych jest dodatkową zmienną objaśniającą. Jako podstawę do dalszych analiz wykorzystał on model o postaci:

[23] M. Rekowski, *Model kształtowania się dynamiki eksportu rozwiniętych krajów kapitalistycznych w cyklu koniunkturalnym*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań 1981.

$$EX_{ij} = c\frac{Y_i Y_j}{r_{ij}} Y_I Y_J, \tag{43}$$

gdzie:
EX_{ij} – eksport z kraju i do kraju j,
Y_i, Y_j – GDP krajów uczestniczących w wymianie,
Y_I, Y_J – GDP poszczególnych obszarów rynkowych,
r_{ij} – odległość pomiędzy krajami.

Powyższy model jest podstawą konstrukcji modelu opisującego kształtowanie się dynamiki wzrostu globalnego eksportu w cyklu koniunkturalnym badanych krajów. Model dotyczy więc analizy wymiany handlowej w okresie krótszym – podczas faz cyklu koniunkturalnego, w przeciwieństwie do klasycznych modeli grawitacyjnych służących do analizy wymiany w długim okresie. Autor ten przekształcił powyższy model (43), zastępując zmienne dotyczące poziomów GDP poszczególnych krajów wskaźnikami produkcji przemysłowej danego kraju w określonej fazie cyklu koniunkturalnego. Zmienna opisująca poziom GDP danych obszarów rynkowych zastąpiona została produkcją przemysłową krajów konkurujących w danej fazie cyklu koniunkturalnego eksportera, natomiast zmienna odległości – wskaźnikiem konkurencyjności, którego wzrost odpowiada pogorszeniu się pozycji konkurencyjnej danego kraju. A to powinno negatywnie wpływać na eksport tego kraju. Rekowski proponuje więc następującą postać modelu:

$$EX_{ij,n} = A\frac{PP_{i,n}^{\alpha} PP_{j,n}^{\beta}}{WK_{ij,n}^{\delta}} PP_{k,n}^{\gamma}, \tag{44}$$

gdzie:
$EX_{ij,n}$ – eksport kraju i do kraju j w n-tej fazie cyklu kraju eksportującego,
$PP_{i,n}$ – produkcja przemysłowa kraju i w n-tej fazie cyklu kraju eksportującego,
$PP_{j,n}$ – produkcja przemysłowa kraju j w n-tej fazie cyklu kraju eksportującego,
$PP_{k,n}$ – produkcja przemysłowa krajów konkurujących w n-tej fazie cyklu kraju eksportującego,
$WK_{ij,n}$ – konkurencyjność cenowa eksportu kraju i do j w n-tej fazie cyklu kraju eksportującego.

Na podstawie powyższego modelu z użyciem pewnych przekształceń M. Rekowski przebadał kształtowanie się eksportu krajów Europy Zachodniej (Francji, Holandii, RFN i Włoch) w fazie wzrostowej, a następnie w fazie spadkowej cyklu, dochodząc do następujących wniosków:
– wzrostowi (spadkowi) wskaźnika produkcji przemysłowej w kraju eksportującym towarzyszył spadek (wzrost) wskaźnika eksportu, natomiast wzrostowi

(spadkowi) wskaźnika produkcji przemysłowej w kraju importującym towarzyszył wzrost (spadek) wskaźnika eksportu danego kraju, co było zgodne z wcześniejszymi przypuszczeniami;
- współczynniki przy zmiennych wyrażających wpływ zmian koniunktury kraju importującego na eksport danego kraju są większe od współczynników przy zmiennych wyrażających wpływ zmian koniunktury kraju eksportującego we wszystkich równaniach; stąd można wysnuć ostrożny wniosek, iż w przypadkach niezgodnych faz cykli dynamika zmian eksportu danego kraju znajduje się pod większym wpływem zmian koniunktury w kraju importującym aniżeli koniunktury w kraju eksportującym.

Pojawiła się również próba, poczyniona między innymi przez autora tego artykułu, zastosowania modelu grawitacyjnego do analizy przepływów kapitałowych pomiędzy poszczególnymi krajami[24]. Autorzy analizowali napływ bezpośrednich inwestycji zagranicznych do naszego kraju, tworząc model grawitacyjny, który jako zmienne opisujące masy poszczególnych uczestników wymiany zawierał GDP i liczbę ludności poszczególnych krajów, natomiast jako zmienne opisujące opór ekonomiczny w modelu uwzględniono odległość geograficzną oraz zmienne opisujące aktualną sytuację gospodarczą Polski. Ostatecznie model przyjął postać:

$$BIZ_{ij} = aY_j^{\alpha_1} L_j^{\alpha_2} Y_i^{\alpha_3} L_i^{\alpha_4} E_{ij}^{\alpha_5} I_{ij}^{\alpha_6} P_j^{\alpha_7} U_j^{\varepsilon_8} W_j^{\alpha_9} R_j^{\alpha_{10}} D_{ij}^{\alpha_{11}}, \qquad (45)$$

gdzie:
BIZ_{ij} – wartość inwestycji bezpośrednich danego kraju w Polsce,
Y_j – PKB Polski,
Y_i – PKB inwestora,
L_j – liczba ludności Polski,
L_i – liczba ludności inwestora,
E_{ij} – eksport Polski do kraju inwestora,
I_{ij} – import Polski z kraju inwestora,
P_j – CPI Polski,
U_j – stopa bezrobocia w Polsce,
W_j – poziom wynagrodzenia w Polsce,
R_j – kurs dolara w złotówkach,
D_{ij} – odległość geograficzna,
$\alpha_1, ..., \alpha_{11}$ – parametry modelu.

[24] A. Szczepkowska, L. Wojciechowski, *Możliwości wykorzystania modelu grawitacji do analizy bezpośrednich inwestycji zagranicznych w Polsce*, w: *Przemiany i perspektywy polskiej gospodarki w procesie integracji z gospodarką światową*, red. K. Piech i G. Sczodrowski, Instytut Wiedzy, Warszawa 2002 s. 267–282.

Przeprowadzono estymację parametrów modelu dla lat 1993, 1995, 1997, 1998 i 1999. Autorzy uzyskali zadowalające wyniki (współczynnik R^2 na poziomie od 0,77 do 0,94), świadczące o tym, iż model grawitacji w sposób zadowalający opisuje zjawisko bezpośrednich inwestycji zagranicznych w Polsce, jednakże ze względu na niewielką ilość danych, nie udało się jednoznacznie potwierdzić wartości prognostycznej tego modelu.

Podsumowanie

Generalnie można stwierdzić, że model grawitacyjny jest dość pojemnym narzędziem badawczym pozwalającym na uchwycenie wielu istotnych czynników wpływających na poziom światowego handlu. Pozwala on na wprowadzenie zmiennych, które badacz uzna za istotnie wpływające na poziom wymiany międzynarodowej, a następnie przetestować, czy istotnie taki wpływ wywierają. Dzięki niemu badacze byli w stanie stwierdzić, które czynniki miały istotny wpływ na wymianę i jak silnie na tę wymianę oddziaływały. Modele tego typu cieszyły się popularnością na świecie w latach sześćdziesiątych i siedemdziesiątych XX wieku i z tego okresu pochodzą najważniejsze badania na ten temat. Obecnie również w światowej literaturze spotkać można wiele przykładów zastosowania modeli grawitacyjnych, jednak prace te polegają głównie na powielaniu klasycznych modeli opracowanych już wcześniej . Dorobek polskiej myśli ekonomicznej jest niestety na tym polu niewielki i można tylko mieć nadzieję, iż w przyszłości model grawitacji będzie szerzej wykorzystywany w naszym kraju, do czego przyczynić się może powyższy artykuł.

Bibliografia

Bergstrand J. H., *The Gravity Equation in International Trade: Some Microeconomic Fundations and Empirical Evidence*, „The Review of Ecnomics and Statistics" 1985, nr 67, s. 474–481.

Błaszczuk D., *Model ekonometryczny handlu międzynarodowego w 1967 r.*, „Ekonomista" 1974, nr 5, s. 1095–1104.

Carey H. C., *Principles of Social Science*, Philadelphia 1871, za H. Urbańska, *Grawitacyjny model handlu międzynarodowego*, praca doktorska, Lublin 1976, s. 2–3.

Chojnicki Z., *Zastosowanie modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych*, Komitet Przestrzennego Zagospodarowania Kraju Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1966.

Czaja S., Kowerski M., *Odległość geograficzna i miernik rozwoju społeczno-ekonomicznego a wielkość ruchów migracyjnych*, „Wiadomości Statystyczne" 1983, nr 2, s. 30.

Ferber R., Verdoorn P. J., *Research Methods in Economics and Business*, MacMillan, Nowy Jork 1962, s. 85.

Kowerski M., *Próba konstrukcji i weryfikacji kompleksowego modelu odpływu ludności*, „Wiadomości Statystyczne" 1990, nr 3, s. 15.

Krupowicz J., *Odległość jako determinanta migracji wewnętrznych na Dolnym Śląsku*, „Wiadomości Statystyczne" 2000, nr 5, s. 74–77.

Linnemann H., *An Econometric Study of International Trade Flows*, North – Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966.

Maciejewski W., *Ekonometryczne modele wymiany międzynarodowej*, PWN, Warszawa 1981.

Poyhonen P., *Toward a General Theory of International Trade, K. Pulliainen, A World Trade Study: An Econometric Model of the Pattern of the Commodity Flows of International Trade in 1948–60*, „Ekonomiska Samfundets Tidskrift" 1963, 16, s. 69–91.

Rekowski M., *Model kształtowania się dynamiki eksportu rozwiniętych krajów kapitalistycznych w cyklu koniunkturalnym*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań 1981.

Soloaga I., Winters L. A., *Regionalism in the nineties: What effect on trade?*, „The North American Journal of Economics and Finance" 2001, nr 12 s. 1–29.

Szczepkowska A., Wojciechowski L., *Możliwości wykorzystania modelu grawitacji do analizy bezpośrednich inwestycji zagranicznych w Polsce*, w: *Przemiany i perspektywy polskiej gospodarki w procesie integracji z gospodarką światową*, red. K. Piech i G. Sczodrowski, Instytut Wiedzy, Warszawa 2002, s. 267–282.

Tinbergen J., *Shaping the World Economy. Suggestions for an International Economic Policy*, The Twentieth Century Fund, New York 1962, s. 262–293.

Zipf G. K., *Human Behavior and Principle of Least Effort*, Addison – Wesley Press, Cambridge Mass., 1949.

Lech Wojciechowski

Economic gravitational models – examples of application in the related literature in the world and in Poland

Summary

The article is a review of gravitational models applied in economic sciences. At the beginning the author provides a general description of the origin and application of an economic model of gravitation. Further on details concerning the application of gravitational models are presented. Moreover, the author describes the application of economic gravitation model in regional analysis, showing achievements of the world and the Polish literature in this field. Next, the application of this model in the analysis of foreign trade is presented with reference to the related literature. In conclusion the author states that the Polish research workers show little interest in the abovementioned model, which indicates the need for further studies in this field.