Marcin BARTKOWIAK

EFEKTYWNOŚĆ STRATEGII STOCHASTYCZNEJ DOMINACJI NA GIEŁDZIE PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH W WARSZAWIE

Wstęp

Celem niniejszej pracy jest sprawdzenie efektywności strategii stochastycznej dominacji na polskim rynku kapitałowym. Strategia inwestycyjna to sposób doboru instrumentów finansowych (w tym przypadku akcji) do portfela. Efektywność strategii inwestycyjnej to uzyskana stopa zwrotu z portfela zbudowanego zgodnie z wybraną strategią. Miarą efektywności jest natomiast odniesienie uzyskanej stopy zwrotu do stopy zwrotu z wybranego indeksu[1].

1. Wybór strategii a efektywność rynku

Należy pamiętać, że wybór strategii inwestycyjnej powinien zależeć od efektywności rynku[2]. Wyróżnia się trzy poziomy efektywności ([2], s. 75-77):

– Słaba efektywność: występuje wówczas, gdy w cenie instrumentu finansowego odzwierciedlone są wszystkie informacje o poprzednich cenach tego instrumentu. Zatem jeśli rynek jest słabo efektywny, to wszelkie strategie opierające się na analizie cen z przeszłości nie przyniosą ponadprzeciętnych dochodów.

---

[1] Przez stopę zwrotu z indeksu należy rozumieć stopę zwrotu z portfela akcji, zbudowanego analogicznie do indeksu.

[2] Autor ma tu na myśli tzw. efektywność informacyjną; efektywności rynku nie należy mylić z efektywnością strategii inwestycyjnej.

– Średnia efektywność: istnieje wtedy, gdy wszystkie publicznie dostępne informacje o instrumencie finansowym (w tym również kształtowanie się cen z przeszłości) znajdują odbicie w obecnej cenie instrumentu finansowego. Na takim rynku strategie opierające się na ogólnie dostępnych informacjach nie przyniosą ponadprzeciętnych dochodów.
– Mocna efektywność: pojawia się w momencie, gdy w cenie instrumentu finansowego uwzględniane są wszystkie dostępne informacje (w tym informacje dostępne publicznie). Jeśli rynek jest mocno efektywny, to żadne strategie, nawet te wykorzystujące poufne informacje, nie przyniosą ponadprzeciętnych zysków.

Przed przystąpieniem do wyboru strategii inwestycyjnej należy więc najpierw ustalić poziom efektywności rynku. Jeśli rynek nie wykazuje efektywności nawet na poziomie słabym, to można stosować strategie związane z prognozowaniem kursów akcji (np. analizę techniczną, budowę modeli ekonometrycznych). Jeśli rynek jest efektywny na poziomie słabym, to można korzystać ze strategii opartych na analizie fundamentalnej (np. korzystanie ze wszelkiego rodzaju wskaźników makroekonomicznych, finansowych, sektorowych). Jeśli natomiast rynek jest średnio efektywny, należy korzystać ze strategii wywodzących się z teorii portfela ([2], s. 207-210). W przypadku mocnej efektywności stosowanie jakiejkolwiek strategii nie ma sensu, nie przyniesie bowiem ponadprzeciętnych zysków, jednak badania wskazują, że takich rynków nie ma[3].

Jak wskazuje K. Jajuga, w praktyce inwestorzy nie badają efektywności rynków, tylko od razu przystępują do konstrukcji określonej strategii, co jest poważnym błędem metodycznym.

2. Strategia stochastycznej dominacji – uwagi ogólne

Badania polskiego rynku kapitałowego ([5], s. 51-54) wskazują na to, że jest on średnio efektywny. Przy selekcji akcji uzasadnione jest więc stosowanie strategii stochastycznej dominacji, wywodzącej się z teorii portfela.

Podejście to jest ogólniejsze niż klasyczna teoria, opiera się bowiem na mniejszej liczbie złożeń i przez to jest uważane za lepsze z teoretycznego punktu widzenia. Jedyne założenia, jakie się czyni, dotyczą preferencji inwestora i własności jego funkcji użyteczności. Istnieją różne warianty stochastycznej dominacji, jednak w literaturze autorzy ograniczają się do trzech najprostszych. Są to mianowicie: stochastyczna dominacja rzędu pierwszego, rzędu drugiego i rzędu trzeciego ([1], s. 154-161).

[3] O sposobach ustalania poziomu efektywności rynku pisze m.in. W. Tarczyński [7], s. 521-538.

Procedura doboru akcji do portfela polega na porównywaniu ich parami i eliminowaniu każdego aktywu zdominowanego przez inny, aż do uzyskania zbioru aktywów niezdominowanych[4].

Niech $F_A(x)$, $F_B(x)$ będą, odpowiednio, dystrybuantami rozkładu stóp zwrotu instrumentu A i B. Wówczas stochastyczną dominację rzędu pierwszego można wyrazić następująco.

Stochastyczna dominacja rzędu pierwszego.

Instrument A dominuje nad B, w sensie stochastycznej dominacji rzędu pierwszego, jeżeli:

- inwestor preferuje posiadanie więcej niż mniej (jego funkcja użyteczności jest rosnąca, czyli pierwsza pochodna tej funkcji jest dodatnia),
- zachodzi:

$$\forall_x F_A(x) \le F_B(x) \quad \text{oraz} \quad \exists_x F_A(x) < F_B(x).$$

Może się zdarzyć, że powyższe nierówności nie są spełnione. Należy wtedy zbadać istnienie dominacji rzędu drugiego.

Stochastyczna dominacja rzędu drugiego.

Instrument A dominuje nad B, w sensie stochastycznej dominacji rzędu drugiego, jeżeli:

- pierwsza pochodna funkcji użyteczności jest dodatnia,
- inwestor charakteryzuje się awersją do ryzyka (co oznacza, że jego funkcja użyteczności jest wypukła, czyli druga pochodna jest ujemna),
- zachodzi:

$$\forall_x \int_{-\infty}^{x} F_A(y)dy \le \int_{-\infty}^{x} F_B(y)dy \quad \text{oraz} \quad \exists_x \int_{-\infty}^{x} F_A(y)dy < \int_{-\infty}^{x} F_B(y)dy.$$

Także powyższe nierówności mogą nie być spełnione. Wówczas trzeba sprawdzić występowanie dominacji rzędu trzeciego.

Stochastyczna dominacja rzędu trzeciego.

Instrument A dominuje nad B w sensie stochastycznej dominacji rzędu trzeciego, jeżeli:

- pierwsza pochodna funkcji użyteczności jest dodatnia,
- druga pochodna funkcji użyteczności jest ujemna,
- inwestor charakteryzuje się malejącą bezwzględną awersją do ryzyka (co oznacza, że trzecia pochodna jego funkcji użyteczności jest dodatnia),

[4] Procedurę tę można wykorzystać nie tylko przy konstruowaniu portfela, ale również do porównywania portfeli inwestycyjnych. Najlepszym portfelem jest wówczas ten, który nie jest zdominowany przez żaden inny.

– wartość oczekiwana rozkładu stopy zwrotu instrumentu A jest wyższa od wartości oczekiwanej stopy zwrotu instrumentu B,
– zachodzi:

$$\forall_x \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{x} F_A(y)dy \le \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{x} F_B(y)dy \quad \text{oraz} \quad \exists_x \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{x} F_A(y)dy < \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{x} F_B(y)dy .$$

Jeśli i te nierówności nie są spełnione, to pozostaje badanie dominacji stochastycznych wyższych rzędów. Dokonuje się tego poprzez kolejne sumowania sum wartości dystrybuant (a więc kolejne całkowania), przy wprowadzeniu kolejnych założeń o pochodnych funkcji użyteczności (nie mają one niestety bezpośredniej interpretacji ekonomicznej).

3. Wykorzystanie strategii stochastycznej dominacji

Strategii stochastycznej dominacji poświęcone jest dość dużo publikacji, jednak w większości z nich omawia się jedynie istotę tej strategii i podstawowe założenia. Niewiele prac podejmuje problematykę praktycznego zastosowania omawianej strategii ([4], s. 90-105; [3], s. 70-75; [6], s. 18-22).

W niniejszej pracy stochastyczne dominacje akcji były badane dla tygodniowych stóp zwrotu w okresie od stycznia 1998 roku do października 2001 roku (co daje 191 obserwacji). Analizie poddano akcje spółek, które wchodziły w skład indeksu WIG20 w styczniu 1998 roku oraz notowane były do końca badanego okresu[5] (tabela 1, s. 8). Stopa zwrotu z portfela składającego się z badanych spółek wyniosła –13,76%.

Dla 20 spółek można utworzyć 190 par akcji. Dla wszystkich par sprawdzono, która akcja stochastycznie dominuje nad którą. Dalej przedstawiony został algorytm postępowania dla dwóch dowolnych akcji A i B, który można zastosować, korzystając z jakiegokolwiek arkusza kalkulacyjnego. Prezentowanie obliczeń dla wszystkich par akcji wymagałoby zbyt dużo miejsca, a ponadto nie wniosłoby nic nowego do treści artykułu.

Po wyznaczeniu stóp zwrotu dla akcji każdej ze spółek otrzymujemy dwa szeregi czasowe:

$$\eta_{At},\ \eta_{Bt} \quad (t=1, \ldots, 191)$$

[5] Na miejsce spółek wchodzących w skład indeksu WIG20 w styczniu 1998 roku i wycofanych z rynku publicznego (Wedel, Górażdże, Universal) do portfela włączone zostały akcje, zajmujące kolejne miejsca w rankingu prowadzonym przez GPW (BIG, Orbis, Exbud). Przypisano im wagę taką, jak akcjom wycofanym.

gdzie:

η_{At} – szereg czasowy stóp zwrotu dla akcji A,

η_{Bt} – szereg czasowy stóp zwrotu dla akcji B.

Tabela 1. Skład portfela leżącego u podstaw indeksu WIG20 w styczniu 1998 roku

Nazwa spółki	Udział w indeksie (w %)
Handlowy	12,72
Elektrim	11,86
BPH	9,03
KGHM	6,59
Optimus	6,1
BSK	5,97
BZWBK	5,28
BRE	4,69
Dębica	4,59
Okocim	4,4
BIG	4,25
Agros	4,04
Żywiec	3,55
Świecie	3,26
Stomil	2,95
Orbis	2,74
Stalexport	2,71
Mostostal Export	2,55
Exbud	2,17
Budimex	1,54

Źródło: Rocznik Giełdowy 1998.

Następnie poszczególnym wartościom stóp zwrotu zostały przypisane jednakowe prawdopodobieństwa $1/n$, gdzie n oznacza liczbę obserwacji (n=191). Dwa szeregi czasowe stóp zwrotu łączymy w jeden szereg i sortujemy w porządku rosnącym (zaznaczając, które stopy zwroty odpowiadają akcji A, a które B). Z prawdopodobieństw przypisanych poszczególnym stopom zwrotu uzyskujemy dwa szeregi:

$$a_t, b_t \quad (t=1, \ldots, 382)$$

$$a_t = \begin{cases} \frac{1}{n}, & \text{jeśli stopa zwrotu odpowiada akcji A,} \\ 0, & \text{jeśli stopa zwrotu odpowiada akcji B,} \end{cases}$$

$$b_t = \begin{cases} 0, & \text{jeśli stopa zwrotu odpowiada akcji A,} \\ \dfrac{1}{n}, & \text{jeśli stopa zwrotu odpowiada akcji B.} \end{cases}$$

gdzie:

a_t, – szereg prawdopodobieństw dla akcji A,
b_t, – szereg prawdopodobieństw dla akcji B.

Następnie należy wyznaczyć dystrybuantę rozkładu stóp zwrotu. W tym celu wystarczy skumulować prawdopodobieństwa:

$$F_A(t) = \sum_{t=1}^{k} a_t, \quad F_B(t) = \sum_{t=1}^{k} b_t \quad (k=1, \ldots, 382),$$

gdzie:

$F_A(t)$ – dystrybuanta rozkładu stóp zwrotu akcji A,
$F_B(t)$ – dystrybuanta rozkładu stóp zwrotu akcji B.

Mając wyznaczoną dystrybuantę, można sprawdzić warunek:

$$F_A(t) \leq F_B(t) \quad (t=1, \ldots, 382).$$

Jeśli warunek ten jest spełniony, to oznacza to, że akcja A dominuje, w sensie stochastycznej dominacji rzędu pierwszego, nad akcją B. Jeśli nie, to trzeba zbadać istnienie dominacji rzędu drugiego. Należy więc dokonać kumulacji wartości dystrybuant:

$$G_A(t) = \sum_{t=1}^{k} F_A(t), \quad G_B(t) = \sum_{t=1}^{k} F_B(t) \quad (k=1, \ldots, 382),$$

gdzie:

$G_A(t)$ – skumulowana dystrybuanta rozkładu stóp zwrotu akcji A,
$G_B(t)$ – skumulowana dystrybuanta rozkładu stóp zwrotu akcji B.

Następnie trzeba sprawdzić warunek:

$$G_A(t) \leq G_B(t) \quad (t=1, \ldots, 382).$$

Jeśli jest on spełniony, to akcja A dominuje w sensie stochastycznej dominacji rzędu drugiego nad akcją B. W przeciwnym wypadku trzeba sprawdzić istnienie stochastycznej dominacji rzędu trzeciego. W tym celu trzeba dokonać kolejnej kumulacji sum wartości dystrybuant:

$$H_A(t) = \sum_{t=1}^{k} G_A(t), \quad H_B(t) = \sum_{t=1}^{k} G_B(t) \quad (k=1, \ldots, 382),$$

gdzie:

$H_A(t)$ – skumulowana suma dystrybuanty rozkładu stóp zwrotu akcji A,
$H_B(t)$ – skumulowana suma dystrybuanty rozkładu stóp zwrotu akcji B.

W kolejnym kroku należy sprawdzić warunek:

$$H_A(t) \leq H_B(t) \quad (t=1, \ldots, 382).$$

Gdy jest on spełniony, należy dodatkowo sprawdzić, czy:

$$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \eta_{At} \geq \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \eta_{Bt} \quad (n=191).$$

Jeśli i on jest spełniony, to akcja A dominuje w sensie stochastycznej dominacji rzędu trzeciego nad akcją B. Gdy analiza dominacji rzędu trzeciego nie dostarcza jednoznacznego rozstrzygnięcia, badanie zostaje przerwane.

Wyniki badań (ujęte syntetycznie w tabeli 2) wskazują, że w żadnym z przypadków nie wystąpiła dominacja rzędu pierwszego. Najlepszymi akcjami, w sensie stochastycznej dominacji, są: BPH, BRE, Bank Śląski, Żywiec, Świecie i Stomil. Nie są one bowiem zdominowane, same przy tym zdecydowanie dominują nad pozostałymi spółkami. Tylko w jednym wypadku zdominowane były akcje Handlowego i Dębicy. Nieco gorsze, bo zdominowane w trzech przypadkach, były akcje WBK i Orbisu.

Tabela 2. Liczba akcji dominujących i zdominowanych

Akcje	Dominujące		Zdominowane		Nierozstrzygnięte
	II	III	II	III	
Handlowy	3	1	1	0	14
Elektrim	0	0	11	4	4
BPH	7	2	0	0	10
KGHM	0	5	5	0	9
Optimus	0	0	11	4	4
BSK	7	2	0	0	10
BZWBK	3	3	0	3	11
BRE	9	1	0	0	9
Dębica	7	4	0	1	7
Okocim	4	3	1	2	9
BIG	0	0	5	10	4
Agros	0	1	12	3	3
Żywiec	5	4	0	0	9

cd. tab. 2

Świecie	9	0	0	0	10
Stomil	7	0	0	0	12
Polifarb CW	2	3	10	0	4
Stalexport	1	1	13	1	3
Mostostal Export	2	0	9	3	5
Orbis	7	1	0	3	8
Budimex	0	0	3	4	12

Źródło: Opracowanie własne.

Z wymienionych 10 spółek (BPH, BRE, Bank Śląski, Żywiec, Świecie, Stomil, Handlowy, Dębica, WBK, Orbis) można stworzyć portfel o pewnej strukturze (trzy przykładowe portfele są prezentowane w tabeli 3). Należy pamiętać, że zwiększanie udziałów pewnych spółek kosztem innych powoduje zwiększenie ryzyka ze względu na zmniejszenie dywersyfikacji portfela.

Tabela 3. Przykładowe portfele

Portfel 1		Portfel 2		Portfel 3	
akcje	udział (w %)	akcje	udział (w %)	akcje	udział (w %)
BPH	10	BPH	13,33	BPH	16,67
BRE	10	BRE	13,33	BRE	16,67
Bank Śląski	10	Bank Śląski	13,33	Bank Śląski	16,67
Żywiec	10	Żywiec	13,33	Żywiec	16,67
Świecie	10	Świecie	13,33	Świecie	16,67
Stomil	10	Stomil	13,33	Stomil	16,67
Handlowy	10	Handlowy	7,5	Handlowy	0
Dębica	10	Dębica	7,5	Dębica	0
WBK	10	WBK	2,5	WBK	0
Orbis	10	Orbis	2,5	Orbis	0
Stopa zwrotu 7,18%		Stopa zwrotu 7,94%		Stopa zwrotu 13,12%	

Źródło: Opracowanie własne.

W badanym okresie stopa zwrotu z portfela, w którym udział każdej spółki jest taki sam (10%), wynosi 7,18%. Jest to wynik znacznie lepszy niż w przypadku portfela, leżącego u podstaw WIG20, który charakteryzował się stopą zwrotu –13,76%.

Można rozważyć też inny portfel – zwiększyć udział akcji spółek najlepszych w sensie stochastycznej dominacji, a zmniejszyć udział gorszych (portfel 2 w tabeli 3). Stopa zwrotu z tak skonstruowanego portfela wynosi 7,94%. Jeszcze lepsze efekty daje utworzenie portfela, składającego się tylko z akcji niezdomi-

nowanych (czyli akcji BPH, BRE, Banku Śląskiego, Żywca, Świecia i Stomilu). Stopa zwrotu z portfela 3 (tabela 2) wynosi 13,12%. Jak już wspomniano, portfel, w skład którego wchodzi niewiele akcji, jest obciążony wysokim ryzykiem ze względu na słabą dywersyfikację.

Wyeliminowanie najgorszych spółek pozwoliło wyraźnie poprawić osiągnięty wynik. Strategia dominacji stochastycznej jest więc użytecznym narzędziem selekcji spółek.

Literatura

[1] Jajuga K., Jajuga T., *Inwestycje*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998
[2] Jajuga K., Kuziak K., Markowski P., *Inwestycje finansowe*, Wydawnictwo AE im. O. Langego we Wrocławiu, Wrocław 1998
[3] Osińska M., Pajchert P., *Wykorzystanie dominacji stochastycznych do selekcji akcji na GPW*, Nasz Rynek Kapitałowy 2000, nr 8
[4] Stawicki J., *Dominacje stochastyczne dla szeregów czasowych, Modelowanie preferencji a ryzyko*, red. T. Trzaskalik, Zeszyty Naukowe AE w Katowicach, Katowice 1998
[5] Szyszka A., *Skuteczność reguły filtrów na polskim rynku kapitałowym*, Nasz Rynek 2000, nr 6
[6] Tarczyński W., *Budowa portfela papierów wartościowych w oparciu o kryterium stochastycznej dominacji*, Firma i Rynek 1997, nr 4
[7] Tarczyński W., *Efektywność działania GPW w Warszawie*, Ekonomista 1997, nr 4
[8] Tarczyński W., *Rynek Kapitałowy. Metody ilościowe*, Placet, Warszawa 2001

EFFECTIVENESS OF THE STOCHASTIC DOMINANCE STRATEGY ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary

The subject of this article is the evaluation of effectiveness of the stochastic dominance strategy on the capital market in Poland.

After indicating the relations between effectiveness of the market and the choice of the investment strategy, the author concentrated on the description of the stochastic dominance strategy. He showed how this strategy might be used practically in selecting stocks for a portfolio. Analysing the data of The Warsaw Stock Exchange between January 1998 and October 2001 he proved usefulness of stochastic dominance strategy. The portfolios made of non-dominated shares gave higher rates of return than the stock market average.