Józef POCIECHA*

TEORIA RACJONALNEGO ZACHOWANIA SIĘ KONSUMENTA ORAZ JEJ ZASTOSOWANIE DO BADANIA ROZKŁADÓW I HIERARCHII ZASPOKAJANIA POTRZEB KONSUMPCYJNYCH

Spośród wielu możliwych sposobów definiowania pojęcia "potrzeba", kategorię tę można najpełniej określić na gruncie psychologicznym. W psychologicznej teorii osobowości i związanej z nią teorii zachowania się, "potrzebę" cefiniuje się jako subiektywne odczucie braku czegoś, co w związku ze strukturą organizmu, indywidualnym doświadczeniem człowieka i jego miejscem społecznym jest niezbędne do utrzymania go przy życiu, umożliwienia mu rozwoju i utrzymania określonej roli społecznej. W ujęciu psychologicznym pierwszoplanowym jest subiektywne odczucie braku, niezaspokojenia czy pożądania określonych przedmiotów lub warunków, które powoduje napięcie psychiczne odczuwane jako przykrość. Napięcie to stanowi motywację podjęcia działań mających na celu zaspokojenie określonej potrzeby[1].

Potrzeba jest więc z natury swojej kategorią psychologiczną, indywidualną oraz subiektywną. Jednak przez fakt masowego występowania potrzeba staje się kategorią obiektywną i przez to może stanowić obiekt badań statystycznych. Obiektywizacji potrzeb służy także ich uwarunkowanie przez określony poziom i dynamikę rozwoju społeczno-ekonomicznego społeczeństwa oraz miejsce określonego człowieka w strukturze tego społeczeństwa[2].

Spośród wielu rodzajów potrzeb dużą rolę odgrywają potrzeby ekonomiczne, to jest takie, których przedmiotem są dobra i usługi nabywane ze środków pieniężnych ludności[3]. Poważnym problemem ekonomicznym jest zagadnienie sposobów pomiaru potrzeb ekonomicznych. W ujęciu ekonomii marksistowskiej badanie potrzeb sprowadza się do znajdowania prawidłowości rozwoju sił

* Akademia Ekonomiczna w Krakowie

[1] Por. np. [5], [6], [8].

[2] Ten aspekt obiektywizacji potrzeb podkreślany jest np. przez E. Łustacz [5].

[3] Por. M. Pohorille [7].

wytwórczych w ramach społeczno-ekonomicznego typu postępu technicznego. Prowadzi to jednak – zdaniem L. Jewstigniejewej [3] – do mierzenia popytu za pomocą wartości. Miara oparta na wartości jest niczym innym jak ceną opartą na wartości. Cena oparta na wartości stanowi podstawę badania popytu pieniężnego jako narzędzia służącego ujawnianiu potrzeb i ich bilansowaniu. Ostatecznie zatem realną drogą mierzenia potrzeb jest ich określenie na podstawie analiz popytu[4].

Zastąpienie pojęcia "potrzeba"przez kategorię "popyt", jakkolwiek powszechnie przyjmowane w badaniach ekonomicznych budzi jednak szereg zastrzeżeń. Pierwsza grupa zastrzeżeń podnoszona w marksistowskiej ekonomii politycznej dotyczy silnego uzależnienia popytu od stosunków w sferze podziału i rezultatów wali o podział dochodu narodowego, a tym samym słabszej zależności od istniejących potrzeb. Druga grupa zastrzeżeń odnosi się do zniekształceń popytu przez permanentnie występującą w gospodarce socjalistycznej sytuację niedostatecznej podaży. Trzecia grupa zastrzeżeń dotyczy samej możliwości odpowiednio precyzyjnego mierzenia popytu. Przedstawiciele teorii użyteczności krańcowej, chociaż nie zaprezentowali sposobu mierzenia użyteczności, to jednak zakładali, że jest ona mierzalna i na tym założeniu opierali wszelkie swoje rozważania. Założenie o mierzalności użyteczności bywało negowane. Z negacji tej wyrosły poglądy, iż przedmiotem rozważań nie może być niemierzalna użyteczność a tylko rzeczywiste akty wyboru. Konsekwencją było sformułowanie teorii preferencji, w której popyt był mierzony tylko na skali porządkowej.

Mimo powyższych zastrzeżeń w pracy przyjęto założenie, iż analiza poziomu i struktury popytu niesie nam informacje o poziomie i hierarchii zaspokajania potrzeb konsumpcyjnych. Następnym założeniem jest przyjęcie, że konsument postępuje na rynku racjonalnie, to znaczy, że, dysponując określonymi zasobami pieniężnymi, tak nimi dysponuje, aby w sposób optymalny, wedle posiadanych informacji, zaspokajać swoje potrzeby. Z powyższego wynika, że konsument w sposób mniej lub bardziej intuicyjny posługuje się pojęciem użyteczności dóbr i usług. Wobec tego rozważania niniejsze przedstawiono na gruncie teorii użyteczności.

Przyjmując wyżej sformułowany punkt wyjścia, można przedstawić następujące pytania: Jak wskazać na rozkład decyzji konsumpcyjnych, który byłby racjonalny z punktu widzenia teorii użyteczności? Zaś po określeniu takiego rozkładu można zadać sobie pytanie: Jak oszacować parametry takiego rozkładu?

Celem niniejszej pracy będzie próba dania odpowiedzi na tak sformułowane pytania. Zagadnienia te były rozważane m.in. przez H. Theila i R. Stone'a w ich pracach dotyczących popytu konsumpcyjnego. W chwili, gdy gospodarka polska

[4] Por. R. Domański [2].

ewoluuje w kierunku gospodarki rynkowej celowe jest bliższe zapoznanie się z dorobkiem "klasycznej" teorii popytu konsumpcyjnego. Prowadzenie zaś rozważań przy wykorzystaniu aparatu równań różniczkowych oraz podejścia Bayesa rozszerza dotychczas stosowany w analizie popytu konsumpcyjnego zasób metod ekonometrycznych.

Niniejsze opracowanie jest fragmentem pracy naukowo - badawczej "Modelowanie hierarchii potrzeb i ich wpływu na rozwój gospodarczy" realizowanej w ramach CPBP 10.09 "Modelowanie ekonometryczne i prognozowanie procesów gospodarczych". W tym zakresie stanowi to jedynie przyczynek do szerzej zakrojonych badań.

Pojęcie użyteczności zostało przeformułowane przez J. von Neumana i O. Morgensterna i osadzone na gruncie teorii gier[5]. Osadzenie rozważań dotyczących badania potrzeb na gruncie teorii podejmowania decyzji stanowi dobrą podstawę metodologiczną badania rozkładów i hierarchii decyzji konsumpcyjnych służących zaspokajaniu potrzeb ekonomicznych człowieka.

Wychodząc z założenia, iż użytecznośc poszczególnych dóbr i usług w zaspokajaniu potrzeb człowieka może być określona przez podejmowane decyzje konsumpcyjne, H.Theil[6] przedstawił teorię racjonalnego zachowania się konsumenta w kategoriach teorii podejmowania decyzji. Przyjmijmy, że $X = [x_1, x_2, ..., x_k]$ – będzie wektorem zmiennych kontrolowanych przez podejmującego decyzję. Załóżmy, że X przyjmuje wartości z pewnego przedziału J nazywanego przedziałem prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego. Oznaczmy przez $\bar{x}$ optymalną wartość wektora decyzyjnego oraz przez $l(x, \bar{x})$ funkcję strat, która opisuje stratę decydenta, gdy jego decyzja x jest różna od $\bar{x}$. Podjęcie optymalnej decyzji zależy od znajomości wielu czynników, jak np. cen. Zakłada się, że podejmujący decyzję nie jest dokładnie poinformowany o kształtowaniu się tych czynników, to znaczy nie zna $\bar{x}$. Mimo iż wiedza decydenta nie jest pełna, to może ją pogłębić przez zdobywanie nowych informacji, jednak nie na tyle, aby móc dojść do znajomości teoretycznie optymalnej decyzji $\bar{x}$. Decyzja podjęta w takiej sytuacji jest decyzją losową o funkcji gęstości $p_0(x)$. Po, uzyskaniu dodatkowej informacji, wstępna funkcja gęstości $p_0(x)$ może zostać przekształcona w funkcję gęstości $p(x)$ rozkładu decyzji. Celem analizy statystycznej będzie więc znalezienie takiego rozkładu.

Na gruncie statystycznej teorii informacji można zdefiniować następującą miarę ilości informacji otrzymywanej w sytuacji, gdy rozkład o funkcji gęstości $p_0(x)$ zostaje przekształcony w rozkład o funkcji gęstości $p(x)$:

$$I = \int_J p(x) \ln \frac{p(x)}{p_0(x)} dx_1 ... dx_k \tag{1}$$

---

[5] Patrz. np. [11].

[6] H. Theil rozwinął swoją teorię w pracach [16], [17], [18], [19].

Oznaczmy przez $c(I)$ koszty uzyskiwania informacji danej wzorem (1) oraz załóżmy, że c', czyli krańcowy koszt uzyskiwania informacji ($c' = dc/dI$) – jest dodatni oraz że d^2c/dI^2 – jest nieujemne, czyli krańcowy koszt informacji nie spada. Możemy wtedy zapisać oczekiwaną stratę $\bar{l}$ jako:

$$\bar{l} = \int_J l(x, \bar{x})\, p(x)\, dx_1 \ldots dx_k. \tag{2}$$

Jeśli koszt informacji $c(I)$ oraz oczekiwaną stratę $\bar{l}$ mierzymy w porównywalnych jednostkach, a więc wartościowo, wtedy możemy minimalizować sumę $c(I)+\bar{l}$. Ponieważ, jak to wynika z (1) oraz (2), zarówno $c(I)$, jak i $\bar{l}$ zależy od $p(x)$, rozwiązaniem problemu minimalizacji tej sumy [17] jest:

$$p(x) \propto p_0(x) \exp\left\{-\frac{l(x, \bar{x})}{c'}\right\}, \text{ gdy } x \in J, \tag{3}$$

gdzie:
$\propto$ – oznacza "jest proporcjonalny do".
Zachowanie konsumenta generowane przez powyższy proces losowy Theil określa jako racjonalne zachowanie w warunkach losowych.

Załóżmy, że funkcja strat $l(x, \bar{x})$ jest w przybliżeniu funkcją kwadratową różnic $x - \bar{x}$, gdy są one bliskie zera. Wymagane jest w związku z tym przyjęcie założeń, że istnieje pochodna rzędu trzeciego z $l(x, \bar{x})$ ze względu na x i jest ona ciągła dla każdego $x \in J$, że gradient $\partial l(x, \bar{x})/\partial x$ jest wektorem zerowym dla $x = \bar{x}$, że macierz Hessego $\partial^2 l(x, \bar{x})/\partial x\, \partial x'$ dla $x = \bar{x}$ jest równa pewnej dodatnio określonej macierzy A. Jeśli dodatkowo założymy, że funkcja gęstości (3) jest różniczkowalna wokół $x = \bar{x}$, wtedy można wykazać[7], że funkcja gęstości $p(x)$ dana wzorem (3) dąży do $\bar{p}(x)$ określonego jako:

$$\bar{p}(x) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\bar{x})'\left(\frac{1}{c'}A\right)(x-\bar{x})\right\}, \tag{4}$$

$\bar{p}(x)$ jest funkcją gęstości wielowymiarowego rozkładu normalnego decyzji z wektorem średnich $\bar{x}$ oraz macierzą kowariancji $c' A^{-1}$. Macierz ta dąży do macierzy zerowej, gdy $c' \to 0$, czyli gdy decyzja losowa o funkcji gęstości (4) skupia prawdopodobieństwo wokół $\bar{x}$.

Funkcja gęstości (4) opisuje optymalny rozkład decyzji dla umiarkowanych kosztów krańcowych zdobywania informacji, zanim jego masa prawdopodobieństwa nie zostanie skoncentrowana w $x = \bar{x}$. Zauważmy, że (4) jest całkowicie określone przez teoretycznie optymalną decyzję $\bar{x}$, krańcowe koszty informacji c' oraz macierz funkcji strat A. W szczególności funkcja gęstości w wzorze (4) nie zależy od funkcji gęstości $p_0(x)$, jak to ma miejsce we wzorze (3). Z własności tej

---

[7] Dowód podany jest w pracy H.Theila [18]

wynika, że gdy informacja jest tania, konsument zdobywa wiedzę do takiego poziomu, aby jego rozkła decyzji nie był zależny od jego wstępnych zamiarów.

Rozkłady decyzji dane wzorami (3) oraz (4) mogą być zastosowane do opisu zachowania się konsumenta na rynku. W związku z tym pojawia się problem estymacji parametrów asymptotyczno-normalnego rozkładu decyzji (4). Przyjmijmy, że funkcja użyteczności przybiera postać typu Kleina-Rubina [4] daną wzorem:

$$u(q) = \sum_{i=1}^{n} \theta_i \ln(q_i - b_i), \tag{5}$$

gdzie:

$q_i (i = 1, \ldots, n)$ – ilość konsumowanych dóbr i usług,

θ_i oraz b_i – parametry (ograniczenia) spełniające następujące warunki:

$$\theta_i > 0 \text{ oraz } \sum_{n=1}^{n} \theta_i = 1, \tag{6}$$

a także:

$$b_i < q_i. \tag{7}$$

w tej sytuacji zmienne decyzyjne konsumenta definiuje się jako:

$$x_i = \frac{p_i q_i - p_i b_i}{M - \sum_{j=1}^{n} p_j b_j} \tag{8}$$

wzór (8) można kojarzyć z liniowym systemem wydatków typu Stone'a[8]:

$$p_i q_i = p_i b_i + \theta_i \left(M - \sum_{j=1}^{n} p_j b_j \right) + \varepsilon_i, \tag{9}$$

gdzie:

p_i – ceny dobór,

M – wydatki ogółem.

Parametr θ_i można interpretować jako stały, krańcowy udział i-tego dobra w systemie wydatków. Przyjmuje się, że θ_i określa teoretycznie optymalne wartości wektora decyzyjnego $\bar{x}$. Więc przeciętnymi asymptotyczno-normalnego rozkładu decyzji (4) są wartości $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, wariancjami zaś:

$$\text{var}(x_i) = c' \theta_i (1 - \theta_i), \tag{10}$$

kowariacjami:

---

[8] Opublikowany przez R. Stone'a w pracy [12], zaś w języku polskim w [13].

$$\operatorname{cov}(x_i, x_j) = -c' \theta_i \theta_j, \text{ gdy } i \neq j \tag{11}$$

Przyjmując, że potrzeby ujawniają się w postaci popytu, a ten z kolei realizuje się w postaci wydatków, wtedy parametry rozkładu decyzji dotyczących zaspokojenia potrzeb (4) można szacować ze wzorów (9), (10) oraz (11). Oznacza to, że, szacując parametry liniowego systemu wydatków, możemy poznać parametry rozkładu decyzji konsumpcyjnych.

Wydatki ogółem konsumenta liczymy jako:

$$M = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \tag{12}$$

Po zróżniczkowaniu (12) otrzymujemy:

$$dM = \sum_{i=1}^{n} q_i dp_i + \sum_{i=1}^{n} p_i dq_i, \tag{13}$$

co może być rozpatrywane jako dekompozycja zmian (dM) wydatków ogółem na zmiany składnika cenowego ($\sum q_i\, d\, p_i$) oraz składnika ilości ($\sum p_i\, dq_i$). Gdy podzielimy (13) przez M oraz zlogarytmujemy, to otrzymamy:

$$d(\ln M) = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i q_i}{M} d(\ln p_i) + \sum_{i=1}^{n} d(\ln q_i) \tag{14}$$

Oznaczmy przez w_i udział wydatków na i-te dobro w stosunku do wydatków ogółem:

$$w_i = \frac{p_i q_i}{M} \tag{15}$$

Wstawiając (15) do wzoru (14) otrzymujemy:

$$d(\ln M) = d(\ln P) + d(\ln Q) \tag{16}$$

gdzie:

$$d(\ln P) = \sum_{i=1}^{n} w_i d(\ln p_i), \tag{17}$$

$d(\ln P)$ jest różniczkową formą indeksu cen Divisii[9] oraz

$$d(\ln Q) = \sum_{i=1}^{n} w_i d(\ln q_i), \tag{18}$$

$d(\ln Q)$ jest różniczkową formą indeksu wolumenu Divisii. Wzór (16) można również zapisać jako:

---

[9] F. Divisia opublikował swoją teorię indeksów cen oraz wolumenu produkcji w pracy [1].

$$d \ln\left(\frac{M}{P}\right) = d(\ln Q). \tag{19}$$

Wykorzystując powyższe oznaczenia, równanie różniczkowe popytu na i-te dobro można zapisać następująco:

$$w_i d(\ln q_i) = \theta_i d\left(\ln\frac{M}{P}\right) + \Phi \sum_{i=1}^{n} d\left(\ln\frac{p_j}{P}\right), \tag{20}$$

lub alternatywnie:

$$w_i d(\ln q_i) = \theta_i d\left(\ln Q\right) + \Phi \sum_{i=1}^{n} d\left(\ln\frac{p_j}{P}\right), \tag{21}$$

które opisuje udział i-tego dobra w indeksie wolumenu (18) jako wielokrotność tego indeksu plus składnik substytucji. Wielokrotność tę definiujemy jako:

$$\theta_i = \frac{\partial(p_i q_i)}{\partial M} = p_i \frac{\partial q_i}{\partial M} \tag{22}$$

i nazywamy krańcowym udziałem i-tego dobra. Suma udziałów krańcowych równa się jedności. Udziały te są wagami w indeksie cen:

$$d(\ln P') = \sum_{i=1}^{n} \theta_i d(\ln p_i). \tag{23}$$

Indeks (23) nazywany jest indeksem cen Frischa [17].

Współczynnik Φ definiujemy jako elastyczność popytu daną wzorem:

$$\Phi = \left(\frac{\partial \ln \alpha}{\partial \ln M}\right)^{-1} \tag{24}$$

gdzie α jest mnożnikiem Lagrange'a w funkcji użyteczności interpretowanym jako krańcowa użyteczność dochodu. Współczynnik θ_{ij} w składniku substytucji równania (20) dany jest wzorem:

$$\theta_{ij} = \frac{\alpha}{\Phi M} p_i u^{ij} p_j, \tag{25}$$

gdzie u^{ij} są odpowiednimi elementami macierzy Hessego funkcji użyteczności typu Kleina - Rubina.

$$\sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} = \theta_i, \; i = 1, \ldots, n, \tag{26}$$

co prowadzi do:

$$\sum_i \sum_j \theta_{ij} = 1 \tag{27}$$

Współczynniki θ_{ij} są więc znormalizowanymi współcznnikami cen w tym sensie, że ich suma równa się jedności.

Dodajemy do równania różniczkowego popytu (21) składnik losowy:

$$w_i d(\ln q_i) = \theta_i d(\ln Q) + \Phi \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} d\left(\ln \frac{p_j}{P'}\right) + \varepsilon_i, \tag{28}$$

Potraktujmy lewą stronę równania, czyli ilościowy składnik zmiany w udziale wydatków na pewne dobro konsumpcyjne w całym budżecie wydatków jako zmienną decyzyjną. Po prawej stronie równania (28), wyłączając składnik losowy, mamy teoretycznie optymalną wartość tej zmiennej decyzyjnej. Ponieważ wartość przeciętna rozkładu decyzji w (4) równa się teoretycznie optymalnej decyzji, to $E(\varepsilon_i) = 0$. ε_i posiada przy założeniu (4) wielowymiarowy rozkład normalny z kowariancjami:

$$\operatorname{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \delta^2 (\theta_{ij} - \theta_i \theta_j), \tag{29}$$

gdzie δ^2 jest współczynnikiem proporcjonalnym do krańcowych kosztów informacji. Drugą więc możliwością estymacji parametrów rozkładu decyzji dotyczących zaspokojenia potrzeb jest oszacowanie parametrów różniczkowych równań popytu.

Różniczkowe równania popytu można budować również dla grup dóbr i usług. Niech S_A oznacza pewną grupę dóbr. Wtedy dla każdego $i \in S_A$ sumowanie we wzorze (21) może być ograniczone do $j \in S_A$, czyli:

$$w_i d(\ln q_i) = \theta_i d(\ln Q) + \Phi \sum_{j \in S_A} \theta_{ij} d\left(\ln \frac{p_j}{P'}\right), \tag{30}$$

Wzór (30) prowadzi do równania popytu dla dóbr należących do grupy S_A:

$$W_A d(\ln Q_A) = \theta_A d(\ln Q) + \Phi \theta_A d\left(\ln \frac{P'_A}{P'}\right), \tag{31}$$

gdzie:

W_A – jest udziałem wydatków na grupę dóbr S_A w całym budżecie wydatków,

$d(\ln Q_A)$ – indeksem wolumenu Divisii dla S_A.

$$W_A = \sum_{i \in S_A} w_i, \tag{32}$$

$$d(\ln Q_A) = \sum_{i \in S_A} \frac{w_i}{W_A} d(\ln q_i), \tag{33}$$

$$\theta_A = \sum_{i \in S_A} \theta_i. \tag{34}$$

θ_A jest więc krańcowym udziałem grupy dóbr S_A w całym systemie wydatków.

$$d(\ln P'_A) = \sum_{i \in S_A} \frac{\theta_i}{\theta_A} d(\ln p_i) \tag{35}$$

$d(\ln P'_A)$ jest indeksem cen Frischa dla grupy dóbr S_A.

Przez podzielenie obu stron równania (31) przez W_A otrzymujemy:

$$d(\ln Q_A) = \frac{\theta_A}{W_A} d(\ln Q) + \frac{\Phi \theta_A}{W_A} d\left((\ln \frac{P'_A}{P'}\right) \tag{36}$$

θ_A/W_A jest dochodową elastycznością popytu na grupę dóbr S_A zaś $\Phi\,\theta_A/W_A$ jest elastycznością grupy dóbr S_A ze względu na indeks cen Frischa. Łącząc te dwie elastyczności, można stwierdzić, że dochodowa oraz własna elastyczność cenowa grupy dóbr S_A są proporcjonalne, przy czym ich współczynnik proporcjonalności wynosi Φ.

Po pomnożeniu (31) przez θ_i/θ_A, odjęciu (31) od (30) i dokonaniu przekształceń otrzymujemy równanie:

$$\frac{w_i}{W_A} d(\ln q_i) = \frac{\theta_i}{\theta_A} d(\ln Q_A) + \frac{\Phi\,\theta_A}{W_A} \sum_{j \in S_A} \frac{\theta_{ij}}{\theta_A} d\left(\ln \frac{p_j}{P'_A}\right) \tag{37}$$

Zmienna po lewej stronie równania mówi o udziale i-tego dobra w indeksie wolumenu Divisii dla całej grupy. równanie (37) opisuje ten udział jako wielokrotność (θ_i/θ_A) indeksu wolumenu plus składnik substytucji, analogicznie jak we wzorze (21). Zaletą równania (37) jest to, że pozwala ono koncentrować uwagę badacza na interesującej go grupie dóbr. Równanie (37) można nazwać warunkowym równaniem popytu na i-te dobro w grupie dóbr i usług S_A. Zaś równanie (21) można nazwać bezwarunkowym równaniem popytu.

Zauważmy, że zmiany warunkowego udziału i-tego dobra można opisać wzorem:

$$d\left(\frac{w_i}{W_A}\right) = \frac{w_i}{W_A} d(\ln p_i) + \frac{w_i}{W_A} d(\ln q_i) - \frac{w_i}{W_A} d(\ln W_A M). \tag{38}$$

Z powyższego wzoru wynika, że na zmiany warunkowego udziału wydatków na i-te dobro wpływają zmiany składnika cenowego, składnika ilościowego oraz składnika wyrażającego zmiany w wydatkach ogółem w grupie dóbr S_A.

Zaletą kolejnego rozpatrywania równań popytu dla grup dóbr i usług, a następnie warunkowych równań popytu wewnątrz grup jest możliwość postępowania dwustopniowego. Najpierw wykorzystujemy równanie (31) dla rozdzielenia wydatków ogółem na grupy wydatków, następnie wykorzystujemy warunkowe równania popytu (37) dla rozdzielenia wydatków w grupie dóbr na poszczególne dobra należące do tej grupy.

Zauważmy jednak, że zarówno równanie (31), jak i (37) zapisane są w postaci deterministycznej. Przechodząc do postaci stochastycznej równania (31), mamy:

$$W_A d(\ln Q_A) = \theta_A d(\ln Q) + \Phi \theta_A d\left(\ln \frac{P'_A}{P'}\right) + E_A, \tag{39}$$

gdzie E_A – jest składnikiem losowym dla grupy dóbr S_A równym sumie ε_i, $i \in S_A$. Składniki losowe ε_i posiadają wielowymiarowy rozkład normalny o wartości przeciętnej równej zeru, w sytuacji rozkładu decyzji (4), zaś wariancja E_A wynosi:

$$\operatorname{var}(E_A) = \delta^2 \theta_A (1 - \theta_A), \tag{40}$$

a kowariancja:

$$\operatorname{cov}(E_A, E_B) = -\delta^2 \theta_A \theta_B \tag{41}$$

Warunkowe równanie popytu (37) w wersji stochastycznej zapisujemy jako:

$$\frac{w_i}{W_A} d(\ln q_i) = \frac{\theta_i}{\theta_A} d(\ln Q_A) +$$

$$+ \frac{\Phi \theta_A}{W_A} \sum_{j \in S_A} \frac{\theta_{ij}}{\theta_A} d\left(\ln \frac{p_j}{P'_A}\right) + \varepsilon_{Ai}. \tag{42}$$

Równania (39) oraz (42) mogą być wykorzystane do oszacowania parametrów funkcji gęstości (4) rozkładu decyzji konsumpcyjnych co do rozmieszczenia środków pieniężnych na poszczególne grupy dóbr i usług oraz na poszczególne dobra i usługi w grupach. Prowadzi to do znalezienia hierarchii decyzji dotyczących zaspokojenia potrzeb konsumpcyjnych.

Na zakończenie należy sformułować uwagi dotyczące szacowania parametrów systemu wydatków typu Stone'a oraz systemu różniczkowych równań popytu. Liniowe systemy wydatków oraz rozszerzone systemy wydatków typu Stone'a były wielokrotnie szacowane i wykorzystane do analizy i prognozowania struktury konsumpcji w Polsce[10]. W pracy [15] B. Suchecki i A. Welfe podają np. wyniki estymacji rozszerzonego liniowego systemu wydatków w Polsce w latach 1960-1978. Z tablicy 2.1 na str. 34 można wywnioskować, że hierarchia krańcowych udziałów grup wydatków w całym systemie wydatków (hierarchia wartości θ_i) jest następująca:

1) żywność (0,2198),
2) dobra nietrwałe (0,1999),
3) napoje alkoholowe (0,1381)
4) odzież i obuwie (0,1188),
5) dobra trwałe (0,1180),
6) pozostałe dobra (0,0684),

[10] Por. A. Romejko [9], [10]; B. Suchecki [14]; B. Suchecki i A.Welfe [15].

7) usługi niematerialne (0,0437),
8) wyroby tytoniowe (0,0164).

Wydaje się również, że, dysponując wynikami badań budżetów rodzinnych za odpowiedni okres, można pokonać wszystkie przeszkody numeryczne i estymacyjne, by można było efektywnie oszacować parametry różniczkowych równań popytu dla grup dóbr i usług oraz parametry warunkowych równań popytu w grupach. Prowadziłoby to do efektywnego określenia parametrów funkcji gęstości rozkładu decyzji konsumenta i tym samym do poznania rozkładu hierarchii zaspokojania potrzeb konsumpcyjnych.

BIBLIOGRAFIA

[1] Divisia F.: L'indice monetaire et la theorie de la monnaie. Revue d'Economie Politique 39(1925).
[2] Domański R.: Potrzeby jako podstawa planowania społeczno-gospodarczego, „Ekonomista" 4(1980).
[3] Jewstigniejewa L.: Kształtowanie potrzeb w rozwiniętym społeczeństwie socjalistycznym. Warszawa PWE 1979.
[4] Klein L.R., Rubin H.: A Constant Utility Index of the Cost of Living, Review of Economic Studies, 15(1948).
[5] Łustacz E.: Potrzeby – użyteczność – zadowolenie w teorii ekonomii. Warszawa PWE 1981.
[6] Maslow A.H.: Teoria hierarchii potrzeb. W: Problemy osobowości i motywacji w psychologii amerykańskiej. Warszawa PWN 1964.
[7] Pohorille M.: Potrzeby, podział, konsumpcja. Warszawa PWE 1985.
[8] Reykowski J.: Z zagadnień psychologii motywacji. Warszawa PZWS 1970.
[9] Romejko A.: Wielowymiarowy model wydatków ludności. Studia i Prace Statystyczne nr 7. Warszawa GUS 1971.
[10] Romejko A.: Wyniki badań wydatków ludności za pomocą modelu liniowego w wersji dynamicznej. "Wiadomości Statystyczne" 6(1975).
[11] Sadowski W.: Decyzje i prognozy. Warszawa PWE 1981.
[12] Stone R.: Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand, "Economic Journal" 64 (1954).
[13] Stone R.: Matematyka w naukach społecznych. Warszawa PWE 1970..

[14] Suchecki B.: Kompletne modele popytu konsumpcyjnego. W: Modele popytu konsumpcyjnego i równowagi rynkowej. Ekonometryczne modele rynku. Analiza, prognozy, symulacja. Pod red. W. Welfe. T.3. Warszawa PWE 1982.

[15] Suchecki B., Welfe A.: Popyt i rynek w warunkach nierównowagi. Warszawa PWE 1988.

[16] Theil H.: A Theory of Rational Random Behaviour. JASA 69(1974).

[17] Theil H.: System-Wide Explorations in International Economic, Input-Output Analysis and Marketing Research. North-Holland Amsterdam 1980.

[18] Theil H.: The System-Wide Approach to Microeconomics. Chicago Univ. of Chicago Press 1979.

[19] Theil H.: The Theory of Rational Random Behaviour and Its Application to Demand Analysis. European Economic Review 6 (1975).