Małgorzata DOMAN, Ryszard DOMAN*

DYNAMIKA ZMIENNOŚCI STÓP PROCENTOWYCH WIBOR I WIBID

Wstęp

Zmienność ceny, rozumiana jako warunkowa wariancja zwrotu, jest jedną z najważniejszych wielkości, charakteryzujących instrumenty finansowe. Stanowi podstawowy wskaźnik dynamiki rynku i odgrywa kluczową rolę w teoretycznych modelach finansowych. W szczególności liczne modele wyceny instrumentów pochodnych zawierają zmienność instrumentu podstawowego jako główny parametr wpływający na cenę instrumentu pochodnego. Ta ogólna prawidłowość powinna dotyczyć również modeli wyceny opcji na stopy procentowe. Opcje na stopy procentowe, na rozwiniętych rynkach finansowych, stanowią zdecydowaną większość wszystkich kontraktów opcyjnych. Podstawowym zastosowaniem tych opcji jest oczywiście redukcja ryzyka stopy procentowej. Wycena kontraktów opcyjnych na stopy procentowe jest o wiele trudniejsza niż w przypadku opcji na akcje, indeksy, kursy walutowe czy na kontrakty terminowe na te instrumenty. Bierze się to stąd, że korzystanie z różnych wariantów wzoru Blacka-Scholesa jest w przypadku opcji na stopę procentową niepoprawne metodologicznie[1]. Wzór Blacka-Scholesa zawiera bowiem poziom stopy procentowej jako parametr.

Intensywny w ostatnich dwóch dekadach rozwój instrumentów pochodnych zależnych od stopy procentowej znalazł swoje odbicie we wzroście liczby modeli, mających na celu uchwycenie charakterystycznych zachowań stóp procentowych. Wiele z tych modeli opisuje za pomocą skomplikowanych wzorów analitycznych procesy generujące dane realizujące się w postaci notowań stóp procentowych. Mówiąc ogólnie i skrótowo, dynamikę stopy procentowej, jako procesu stochastycz-

* Ryszard Doman, Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. A. Mickiewicza.

[1] D. Gątarek, R. Maksymiuk, *Wycena i zabezpieczenie pochodnych instrumentów finansowych*, Wydawnictwo K.E. LIBER, Warszawa 1998.

nego z czasem ciągłym, modeluje się za pomocą stochastycznych równań różniczkowych, w których zmienność stopy procentowej występuje jako współczynnik funkcyjny przy różniczce standardowego ruchu Browna[2].

Występująca w wielu teoretycznych modelach wyceny zmienność stopy procentowej jest ciągłym procesem stochastycznym. Jednak praktyczne zastosowania tych modeli wymagają dyskretnych oszacowań zmienności. Jednym z możliwych sposobów ich uzyskania jest wykorzystanie popularnych i szeroko stosowanych w badaniach szeregów finansowych modeli uogólnionej autoregresyjnej heteroskedastyczności warunkowej GARCH[3].

W niniejszej pracy podjęto próbę opisu dynamiki stóp procentowych WIBOR i WIBID za pomocą tych właśnie modeli. Rozważane będą stopy procentowe o różnych okresach, od stóp over-night do jednorocznych. Wykorzystując oszacowania uzyskane za pomocą modeli GARCH dopasowanych do szeregów procentowych zmian logarytmicznych poziomu stóp procentowych, przestawiono opis dynamiki zmienności wymienionych stóp procentowych. Uzyskane wyniki dostarczają ważnych informacji jakościowych, które mogą być przydatne do weryfikacji istniejących modeli stóp procentowych oraz przy budowaniu nowych modeli adekwatnych do specyficznej dynamiki polskiego rynku finansowego.

1. Zmienność instrumentów finansowych

Określmy procentowy zwrot logarytmiczny z rozważanego instrumentu finansowego w chwili t, za pomocą wzoru $r_t = 100\ (\ln P_t - \ln P_{t-1})$, gdzie P_t jest ceną tego instrumentu w chwili t. Oznaczmy przez $\mathcal{F}_{t-1}$ zbiór informacji na temat procesu zwrotów dostępnych w chwili $t-1$. Wtedy zmienność σ_t^2 instrumentu finansowego w momencie t zdefiniowana jest jako:

$$\sigma_t^2 = E\left(\left(r_t - E\left(r_t \mid \mathcal{F}_{t-1}\right)\right)^2 \mid \mathcal{F}_{t-1}\right).$$

Zmienność σ_t^2 jest zatem wariancją warunkową zwrotu r_t względem zbioru informacji $\mathcal{F}_{t-1}$. W tej pracy przez P_t rozumiemy poziom analizowanej stopy procentowej w dniu t. Zatem zmienność stopy procentowej definiujemy jako wariancję warunkową procentowej logarytmicznej zmiany jej poziomu.

---

[2] T. Bielecki, M. Rutkowski, *Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging*, Springer, Berlin 2002; M. Musiela, M. Rutkowski, *Martingale Methods in Financial Modeling*, Springer, Berlin 1997.

[3] Por. A. Zhou, *Modeling the Volatility of the Heath-Jarrow-Morton Model: a Multifactor GARCH Analysis*, Journal of Empirical Finance 9, 2002, s. 35-36.

2. Modele GARCH

Zdefiniowana w poprzednim punkcie zmienność instrumentów finansowych jest wielkością, która sama ewoluuje w czasie. Najbardziej popularny i jednocześnie bardzo skuteczny sposób jej estymowania polega na zastosowaniu szerokiej klasy modeli GARCH.

Uogólniony model autoregresyjnej heteroskedastyczności warunkowej wprowadzony przez Bollersleva[4], oznaczany przez GARCH(p, q), opisuje się równaniami

$$y_t = r_t - E(r_t \mid \mathcal{F}_{t-1}), \tag{1}$$

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t, \tag{2}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2, \tag{3}$$

gdzie ε_t jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie ze średnią zero i wariancją jeden ($\varepsilon_t \sim$ iid (0, 1)), $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$ oraz $\beta_j \geq 0$. Szereg y_t tworzą reszty modelu średniej warunkowej, a zmienność σ_t^2 w dniu t zależy od wartości kwadratu zwrotu w dniach poprzednich i od swoich opóźnionych wartości. W najprostszym modelu tego typu, GARCH(1, 1), w równaniu (3) występuje tylko kwadrat zwrotu i zmienność z poprzedniego dnia.

Jeśli o występujących w równaniach (2) zmiennych ε_t założymy, że mają rozkład normalny, to rozkład warunkowy zmiennej y_t jest normalny ze średnią zero i wariancją σ_t^2. Niemniej jednak rozkład bezwarunkowy nie jest normalny i charakteryzuje się wartością kurtozy większą niż 3.

Wśród powszechnie opisywanych faktów, dotyczących własności empirycznych finansowych szeregów czasowych, bardzo często wymienia się również podwyższoną kurtozę rozkładów warunkowych. Jest to szczególnie wyraźne w przypadku szeregów zmian stóp procentowych. Lepsze dopasowanie modeli GARCH w takich wypadkach zapewnia zaproponowane przez Bollersleva[5] zastosowanie standaryzowanego rozkładu t Studenta z ν stopniami swobody jako alternatywnego rozkładu zmiennej ε_t. Jest to rozkład symetryczny o gęstości danej wzorem:

$$g(z) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\sqrt{\pi(\nu-2)}\Gamma(\nu/2)} \left(1 + \frac{z^2}{\nu-2}\right)^{-(\nu+1)/2}, \tag{4}$$

[4] T. Bollerslev, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics 31, 1986, s. 307-327.

[5] T. Bollerslev, *A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*, Review of Economics and Statistics 69, 1987, s. 542-547.

gdzie $\Gamma(\cdot)$ jest standardową funkcją gamma. Rozkład ten przy liczbie stopni swobody dążącej do nieskończoności jest zbieżny do standaryzowanego rozkładu normalnego. Dla $\nu > 4$, standaryzowany rozkład t Studenta ma moment rzędu czwartego równy $\frac{3(\nu-2)}{\nu-4}$. Kurtoza rozkładu warunkowego zmiennej y_t jest więc większa niż w przypadku rozkładu normalnego innowacji ε_t. Parametr stopni swobody, ν, nie musi być określony z góry, lecz jest estymowany wraz z pozostałymi parametrami modelu.

Spośród innych stosowanych rozkładów innowacji ε_t do najbardziej popularnych należy wprowadzony w roku 1991 przez Nelsona[6] uogólniony rozkład błędu GED. Jego funkcja gęstości wyraża się wzorem:

$$f(z) = \frac{\nu \exp\left(-\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{z}{\lambda}\right|^{\nu}\right)}{\lambda \cdot 2^{(\nu+1)/\nu}\Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)}, \tag{5}$$

gdzie

$$\lambda = \left\{\frac{2^{-2/\nu}\Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{\nu}\right)}\right\}^{1/2}.$$

Dla $\nu = 2$, zachodzi równość $\lambda = 1$ i (5) jest gęstością standardowego rozkładu normalnego. Przy $\nu < 2$, rozkład GED ma ogony grubsze, a przy $\nu > 2$ cieńsze niż standardowy rozkład normalny.

W praktycznych zastosowaniach związanych z modelowaniem danych o wysokiej częstotliwości dość często występuje sytuacja, gdy suma estymowanych współczynników α_i oraz β_j w standardowym modelu GARCH jest bliska jeden, tzn.

$$\sum_{i=1}^{q}\alpha_i + \sum_{j=1}^{p}\beta_j \approx 1.$$

Zgodnie z terminologią pochodzącą z pracy Engle'a i Bollersleva[7], model GARCH (p, q), w którym

$$\sum_{i=1}^{q}\alpha_i + \sum_{j=1}^{p}\beta_j = 1,$$

[6] D.B. Nelson, *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, Econometrica 59, 1991, s. 347-370.

[7] R.F. Engle, T. Bollerslev, *Modeling the Persistence of Conditional Variances*, Econometric Reviews 5, 1986, s. 1-50.

nazywa się zintegrowanym (IGARCH). Jeśli y_t jest generowany przez proces IGARCH, to wariancja bezwarunkowa zmiennej y_t jest nieskończona, a zatem proces y_t nie jest kowariancyjnie stacjonarny. Może być on jednak ściśle stacjonarny. Proces IGARCH cechuje persystencja, czyli trwały wpływ obecnej zmienności na jej prognozy.

Bezpośrednie zależności pomiędzy zwrotem instrumentu finansowego a zmieniającym się w czasie ryzykiem, mierzonym wariancją warunkową, czyli w przyjętej tu terminologii zmiennością, opisuje przedstawiony w 1987 roku przez Engle'a, Liliena i Robinsa[8] model GARCH-M. Pozwala on na modelowanie występującej w licznych teoriach finansowych bezpośredniej zależności pomiędzy wielkością zwrotu a ryzykiem. Zaproponowany model włącza do równania średniej warunkowej zmiennej reprezentującej zwrot, funkcję, której argumentem jest zmienność.

W tej pracy rozważany jest model GARCH-M (p, q) postaci

$$r_t = a_0 + \sum_{k=1}^{m} a_i r_{t-k} + \sum_{k=1}^{s} b_k x_{k,t} + c\sigma_t^2 + y_t, \tag{6}$$

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t, \tag{7}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2, \tag{8}$$

Parametr c, zgodnie ze jego interpretacją ekonomiczną, nosi nazwę parametru premii za ryzyko. Czasami do równania (6) zamiast wariancji warunkowej zwrotu wprowadza się jego warunkowe odchylenie standardowe.

Modele z rodziny GARCH są uważane za jedno z najskuteczniejszych narzędzi modelowania zmienności. Dodatkowym argumentem na rzecz ich stosowania przy próbach dyskretyzacji i empirycznej weryfikacji ciągłych modeli matematyki finansowej jest ich związek z procesami dyfuzji[9].

3. Opis danych

Badanie zmienności stóp procentowych przeprowadzamy dla szesnastu szeregów procentowych logarytmicznych zmian poziomu stóp procentowych WIBOR

[8] R. F. Engle, D. M. Lilien , R. P. Robins, *Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model*, Econometrica 55, 1987, s. 525-542.

[9] T. G. Andersen, T. Bollerslev, *Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts*, International Economic Review 39, 1998, s. 885-905.

i WIBID. Szeregi czasowe wykorzystywane w pracy pochodzą z naszej własnej bazy danych, opracowanej przez nas na podstawie plików surowych notowań uzyskanych za pośrednictwem serwisu Akcje.net. Zestawienie informacji na temat okresów, z których pochodzą dane, znajduje się w tabeli 1, a ich statystyki opisowe w tabeli 2.

Tabela 1

Zestawienie analizowanych szeregów dziennych logarytmicznych zmian stóp procentowych WIBOR i WIBID oraz spreadu WIBOR/WIBID

Nazwa szeregu	Okres	Liczba obserwacji	Nazwa szeregu	Okres	Liczba obserwacji
WIBID 1M	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113	WIBOR 1M	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113
WIBID 1Y	03.01.2001 – – 06.06.2003	597	WIBOR 1Y	03.01.2001 – – 06.06.2003	597
WIBID 3M	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113	WIBOR 3M	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113
WIBID 6M	03.02.1997 – – 06.06.2003	1585	WIBOR 6M	03.02.1997 – – 06.06.2003	1585
WIBID 9M	03.01.2001 – – 06.06.2003	597	WIBOR 9M	03.01.2001 – – 06.06.2003	597
WIBID ON	03.01.2001 – – 06.06.2003	597	WIBOR ON	03.01.2001 – – 06.06.2003	597
WIBID SW	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113	WIBOR SW	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113
WIBID TN	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113	WIBOR TN	03.01.1995 – – 06.06.2003	2113

Źródło: Opracowanie własne.

Szeregi procentowych logarytmicznych zmian poziomu stóp procentowych mają nieco inne statystyki opisowe niż większość szeregów finansowych. Średnia jest bliska zeru w przypadku stóp procentowych, odpowiadających okresom krótszym niż 9 miesięcy, z wyjątkiem stóp ON. Odchylenia standardowe szeregów zmian w zasadzie rosną ze skracaniem się okresu stopy procentowej. Wszystkie szeregi wykazują znaczną skośność. Dla szeregów odpowiadających dłuższym terminom jest ona lewostronna, a w przypadku stóp TN i ON – prawostronna. Kurtoza jest bardzo wysoka, zwłaszcza w odniesieniu do zmian stóp procentowych WIBID.

Tabela 2

Statystyki opisowe analizowanych szeregów dziennych logarytmicznych zmian stóp procentowych WIBOR i WIBID oraz spreadu WIBOR/WIBID

Szereg	Średnia	Odchylenie standardowe	Maksimum	Minimum	Skośność	Kurtoza
WIBID 1Y	-0,2248	0,7523	5,4621	-5,2347	-0,5412	14,343
WIBID 9M	-0,2225	0,7678	5,5244	-4,5521	-0,2763	13,081
WIBID 6M	-0,0922	0,6466	3,8715	-4,9624	-1,4231	16,160
WIBID 3M	-0,0775	0,8447	6,1875	-10,016	-1,7880	25,823
WIBID 1M	-0,0747	1,3814	25,940	-25,644	-1,3772	131,26
WIBID SW	-0,0731	2,4771	24,453	-23,183	-1,4828	30,541
WIBID TN	-0,0709	8,1968	105,72	-86,02	0,9830	43,702
WIBID ON	-0,2105	51,639	911,38	-724,42	4,6059	229,53
WIBOR 1Y	-0,2221	0,7759	5,5752	-5,4067	-0,1709	17,723
WIBOR 9M	-0,2209	0,7370	5,1293	-4,4089	-0,2951	13,006
WIBOR 6M	-0,0926	0,7146	4,5611	-5,8451	-0,4990	16,868
WIBOR 3M	-0,0796	0,9536	6,2153	-10,764	-0,5925	21,833
WIBOR 1M	-0,0771	1,3058	11,866	-18,819	-1,1195	38,411
WIBOR SW	-0,0752	2,4537	17,961	-18,242	0,5569	17,881
WIBOR TN	-0,0735	5,5591	47,584	-48,307	0,8849	18,503
WIBOR ON	-0,2081	10,516	77,148	-57,536	0,4306	13,112

Źródło: Opracowanie własne.

4. Zmienność stóp procentowych WIBOR i WIBID

Spośród badanych szeregów zmian stóp procentowych pięć nie poddaje się opisowi za pomocą modeli z rodziny GARCH. Przeprowadzone przed podjęciem modelowania analizy własności statystycznych wykazały, że zmiany poziomu stopy WIBID 1Y nie wykazują efektu autoregresyjnej heteroskedastyczności warunkowej (ARCH). Mimo że w szeregu zmian poziomu WIBOR 1Y efekt ten wydaje się istnieć, nie udało się dobrze dopasować żadnego z próbowanych modeli. Podobna sytuacja zaistniała dla szeregów zwrotów stóp procentowych WIBID 3M, WIBOR SW i WIBID SW. Pozostałe szeregi zmian poziomu stopy procentowej dają się dość dobrze modelować za pomocą modeli GARCH. W tabelach 3-7 podajemy parametry dopasowanych modeli, a rysunki 1-7 przedstawiają wyestymowane zmienności stóp procentowych.

Do szeregów zwrotów stóp WIBOR 6M oraz WIBID 6M, opisujących zmiany poziomu sześciomiesięcznych stóp procentowych, zostały dopasowane mo-

dele IGARCH-M(1, 1) (tabela 3). Współczynniki przy zmienności występującej w równaniu średniej są ujemne. Zatem mamy do czynienia z ujemną premią za ryzyko. Zwraca uwagę niska liczba stopni swobody w rozkładzie błędu. Okresy podwyższonej zmienności stóp procentowych dla kredytów i depozytów z reguły pokrywają się, choć zmienność w przypadku WIBOR przyjmuje z reguły wyższe wartości (rysunki 1 i 2). Dynamika obu szeregów jest typową dynamiką szeregu finansowego. Wartości zmienności są porównywalne z tymi, które zwykle uzyskuje się dla indeksów i akcji, przy czym jednak dość regularnie występują też okresy bardzo niskiej zmienności.

Tabela 3

Parametry modeli dopasowanych do szeregów zwrotów stóp procentowych WIBOR 6M i WIBID 6M

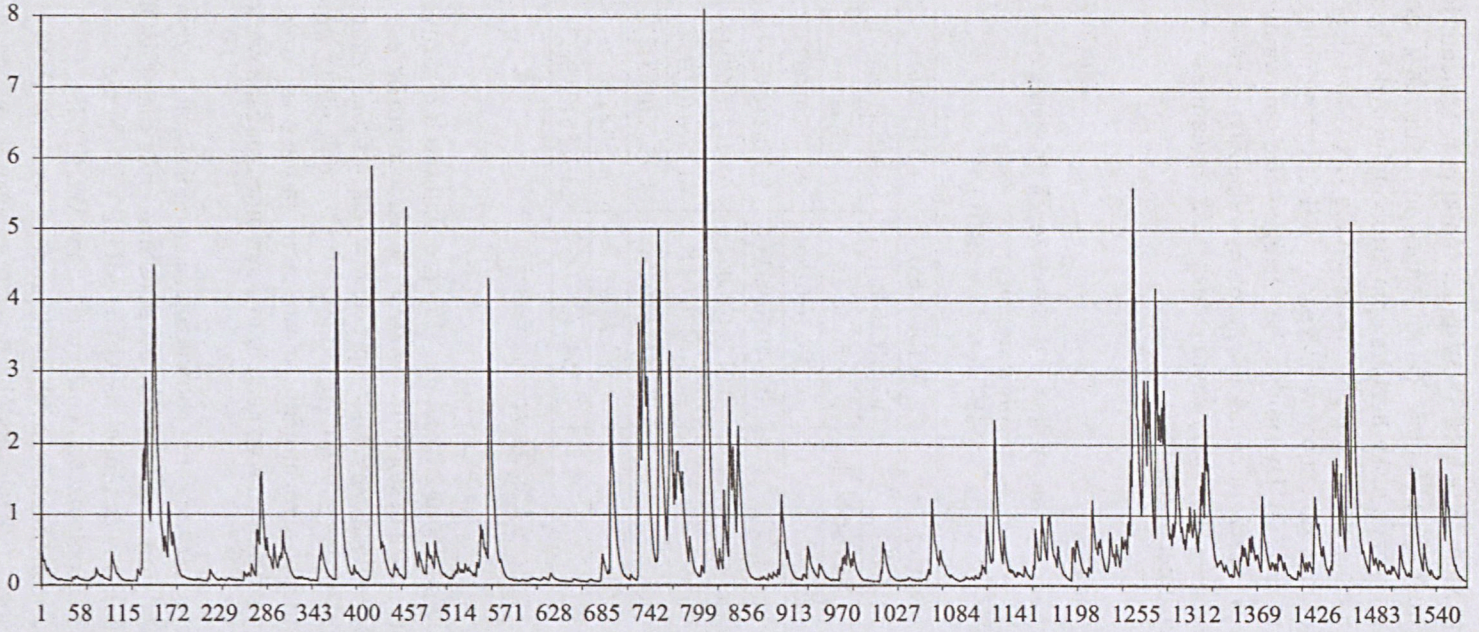
Szereg	WIBOR 6M	WIBID 6M
Model	IGARCH-M(1, 1)	IGARCH-M(1, 1)
Rozkład błędu	*t* Studenta	*t* Studenta
a_0	0,0462 (0,0156)	0,0448 (0,0099)
a_1	0,1950 (0,0233)	0,1762 (0,0239)
ω	0,0129 (0,0054)	0,0029 (0,0011)
c	-0,2104 (0,0377)	-0,1526 (0,0338)
α_1	0,2328 (0,0461)	0,1768 (0,0313)
β_1	0,7672	0,8232
DF	2,5593 (0,0743)	2,7355 (0,0905)

Źródło: Opracowanie własne.

Porównanie poziomu zmienności stóp procentowych o różnych okresach pokazuje, że zmienność ta stopniowo wzrasta ze skracaniem okresu stopy procentowej. Dla sześciomiesięcznych stóp procentowych, wartości zmienności nie przekraczają 8, trzymiesięcznych – 26, jednomiesięcznych – 60. (Zwracamy uwagę na to, że przez zmienność rozumiemy tu wariancję warunkową, a nie jej pierwiastek). Natomiast w pozostałych wypadkach, maksymalne osiągane wartości zmienności sięgają 1000.

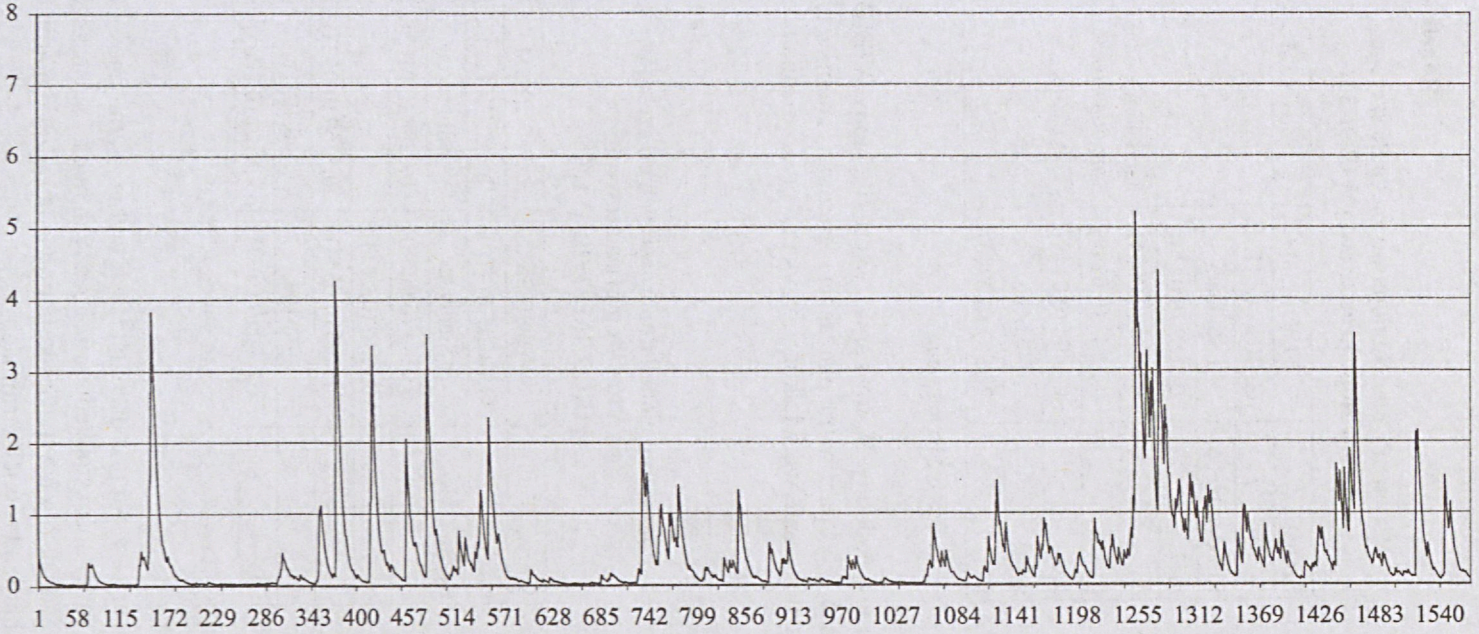
Stopy trzymiesięczne łamią obowiązującą na ogół regułę, że dynamika stóp procentowych kredytów i depozytów jest podobna. O ile dla WIBOR 3M udało się dość dobrze dopasować model IGARCH-M(1, 1), o tyle nie znaleziono żadnego modelu GARCH, opisującego zmienność stopy WIBID 3M.

Zmienność jednomiesięcznych stóp procentowych WIBOR i WIBID opisuje się za pomocą różnych modeli, ale obraz dynamiki widoczny na wykresach



Rys. 1. WIBOR 6M. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH-M

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 2. WIBID 6M. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH-M

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 4

Parametry modelu dopasowanego do szeregu zwrotów stopy procentowej WIBOR3M

Szereg	WIBOR 3M	WIBID 3M
Model	IGARCH-M (1, 1)	Modelu nie udało się dopasować
Rozkład błędu	*t* Studenta	
a_1	0,0562 (0,0233)	
ω	0,0195 (0,0084)	
c	-0,1143 (0,0148)	
α_1	0,3495 (0,0148)	
β_1	0,6505	
DF	2,7907 (0,0946)	

Źródło: Opracowanie własne.

(rysunki 4-5) jest podobny. W równaniu zwrotu dla stopy WIBID 1M nie występuje zmienność, gdyż parametr *c* okazał się nieistotny. Zatem, w tym wypadku nie ma bezpośredniego wpływu wielkości ryzyka na poziom zmiany.

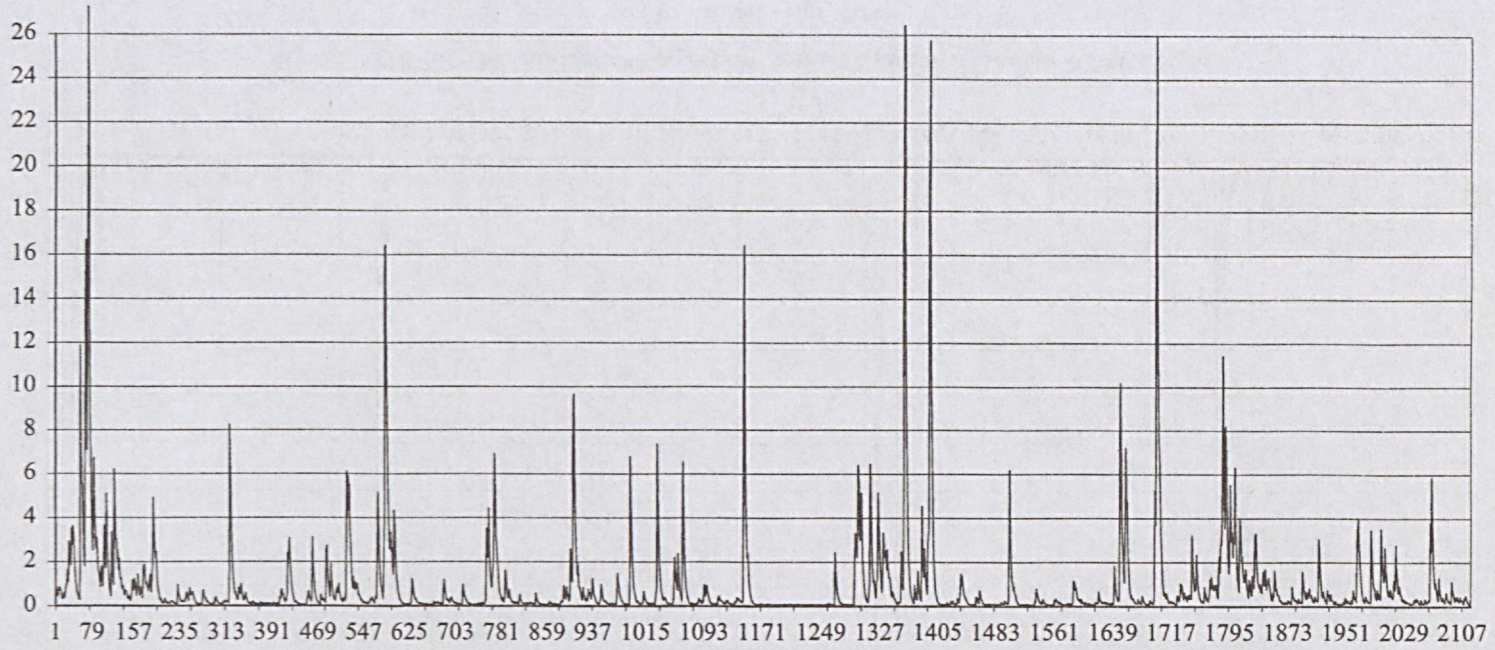
Tabela 5

Parametry modeli dopasowanych do szeregów zwrotów stóp procentowych WIBOR 1M i WIBID 1M

Szereg	WIBOR 3M	WIBID 3M
Model	IGARCH-M (1, 1)	IGARCH (1, 1)
Rozkład błędu	*t* Studenta	*t* Studenta
ω	0,0144 (0,0068)	0,0298 (0,0112)
c	-0,1146 (0,0153)	
α_1	0,3896 (0,0544)	0,5369 (0,0523)
β_1	-0,6104	0,4631
DF	2,7750 (0,0792)	2,8301 (0,0965)

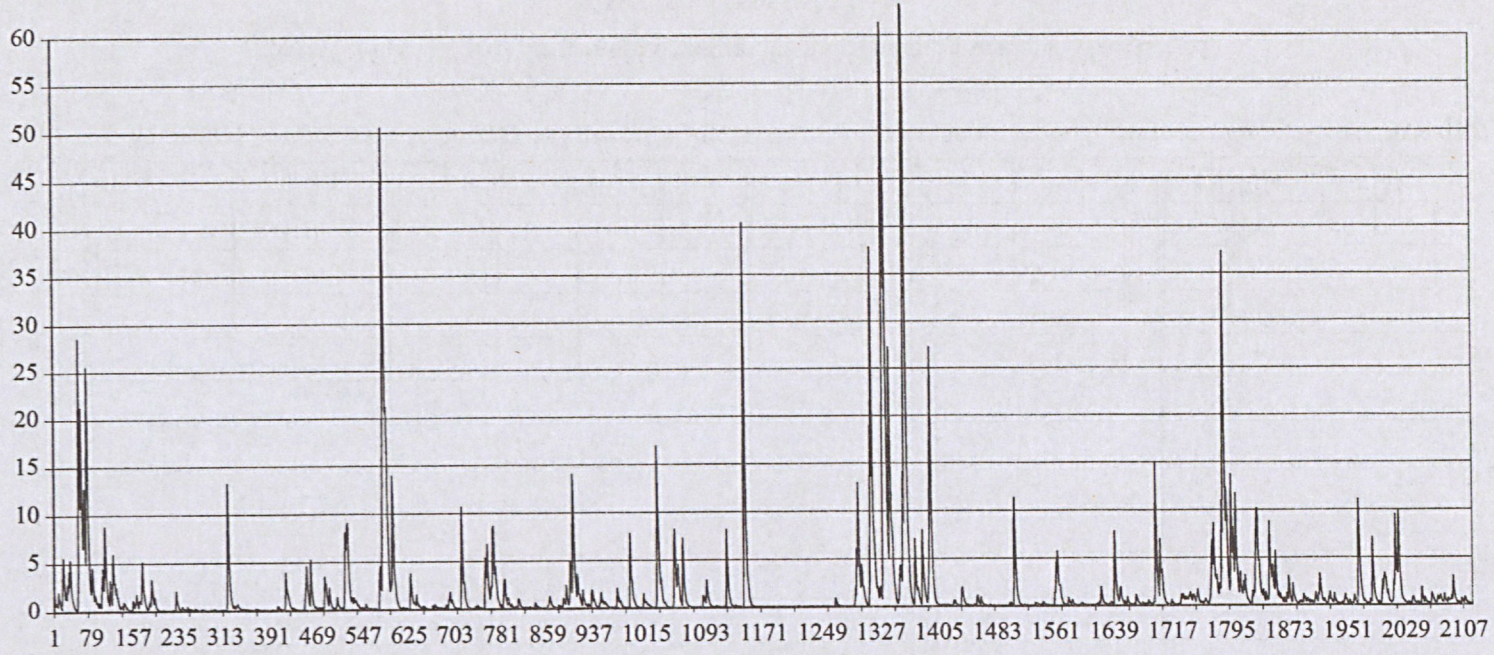
Źródło: Opracowanie własne.

Analiza rysunków 4-5 przedstawiających wykresy zmienności uświadamia, że choć poziom zmienności stóp jednomiesięcznych mieści się jeszcze w rozsądnych granicach, to jednak typ ich dynamiki odpowiada raczej dynamice stóp dla lokat i kredytów o bardzo krótkich terminach.



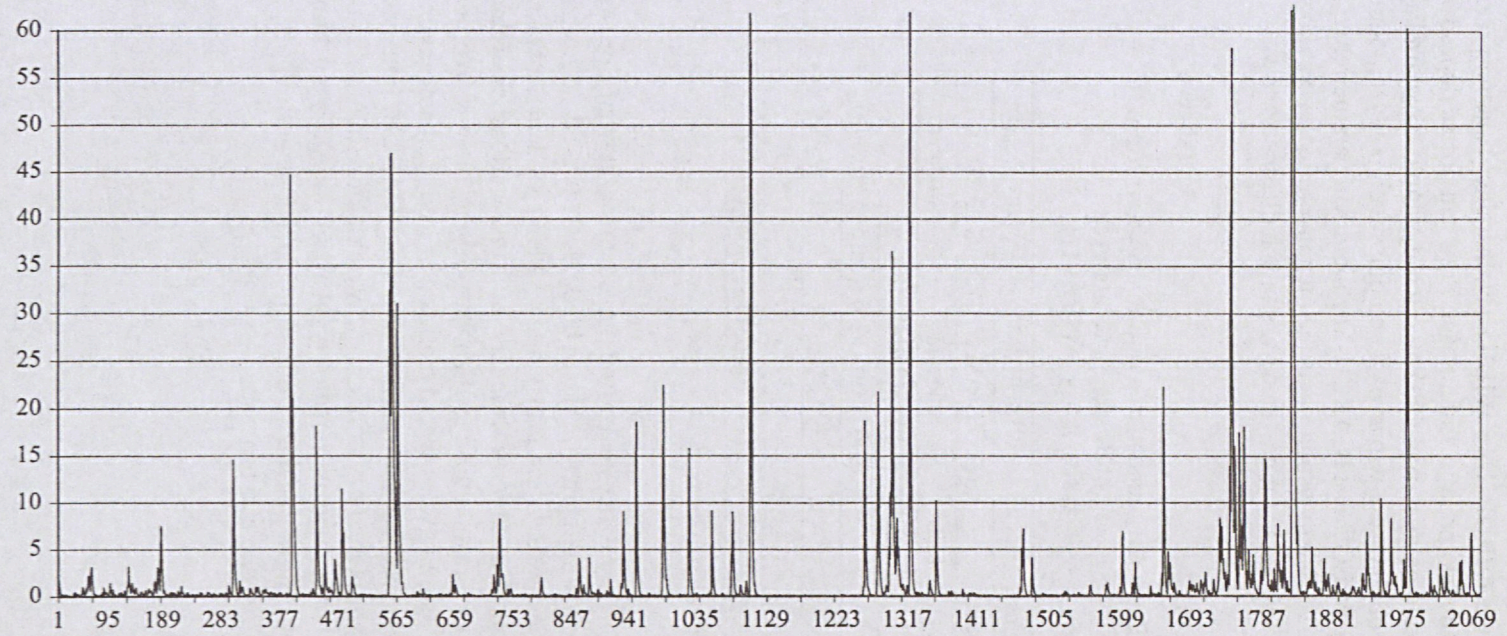
Rys. 3. WIBOR 3M. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH-M

Ź r ó d ł o: Opracowanie własne



Rys. 4. WIBOR 1M. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH-M

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 5. WIBID 1M. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH

Źródło: Opracowanie własne

Stopy procentowe WIBOR TN i WIBID TN charakteryzuje na przemian bardzo wysoki i bardzo niski poziom zmienności. Przy tym postać dopasowanych do nich modeli wskazuje na duże podobieństwo ich dynamiki z dynamiką stóp jednomiesięcznych. Podobnie jak w przypadkach opisanych powyżej, odpowiednim modelem dla stopy WIBOR jest IGARCH-M z ujemnym parametrem c, a dla stopy WIBID, IGARCH. Zatem wspomniana już ujemna premia za ryzyko występuje w stopach kredytowych, a nie pojawia się w stopach dla depozytów.

Tabela 6

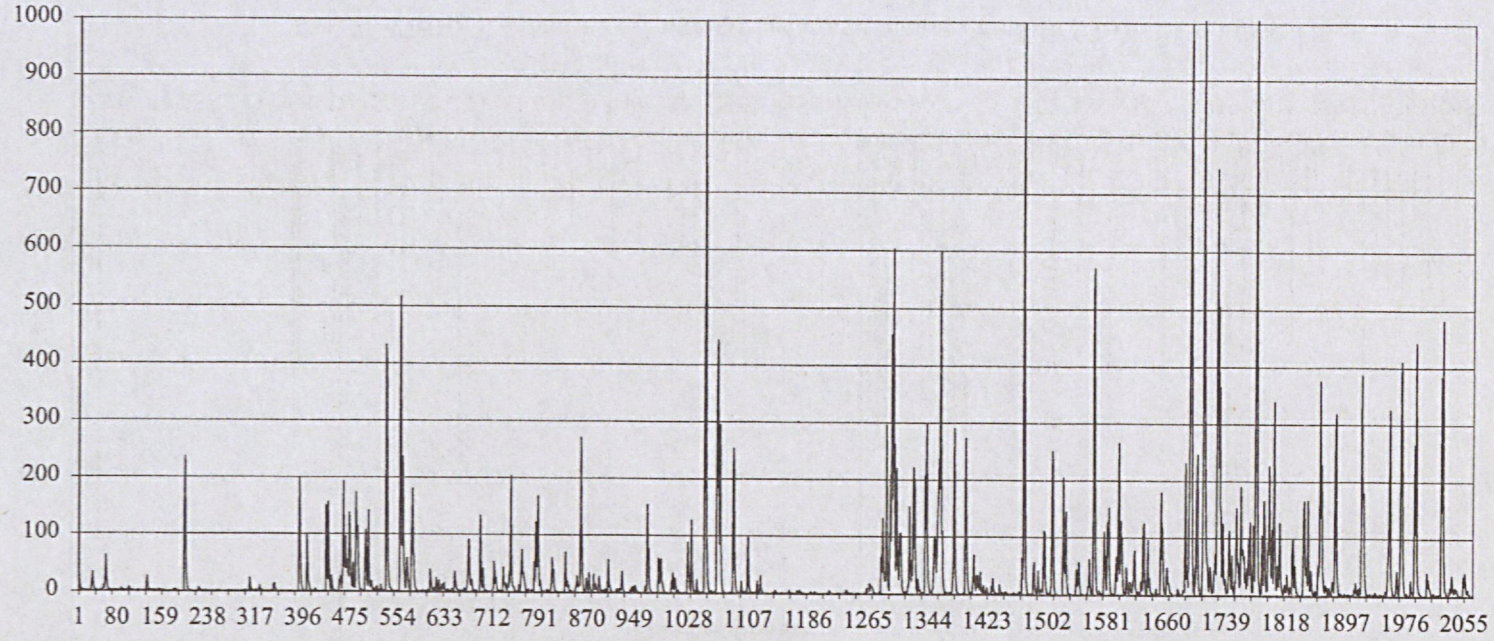
Parametry modeli dopasowanych do szeregów zwrotów stóp procentowych WIBOR TN i WIBID TN

Szereg	WIBOR 3M	WIBID 3M
Model	IGARCH-M (1, 1)	IGARCH (1, 1)
Rozkład błędu	*t* Studenta	*t* Studenta
c	-0,1059 (0,0145)	
ω	0,4031 ((0,1524)	0,5958 (0,2407)
α_1	0,6423 (0,0460)	0,6841 (0,0432)
β_1	0,3577	0,3159
DF	2,7237 (0,0631)	2,6537 (0,0603)

Źródło: Opracowanie własne.

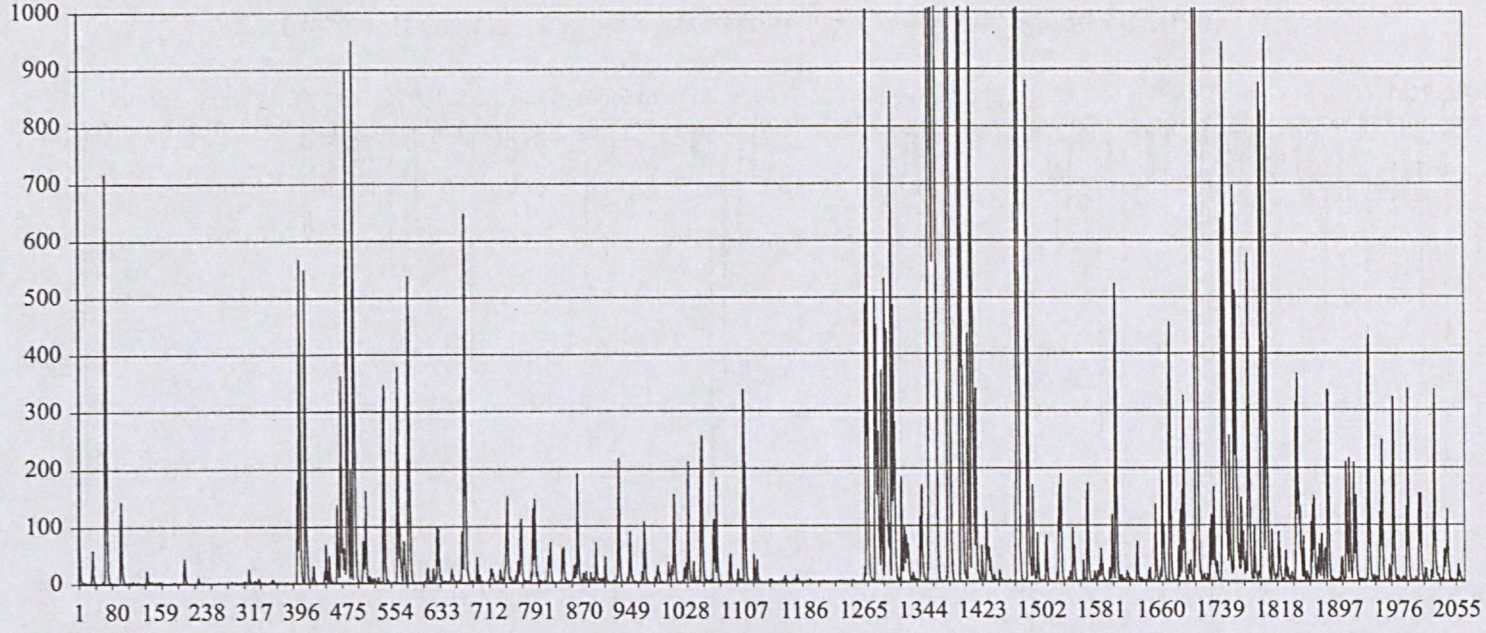
Stopa WIBOR ON wyróżnia się spośród innych, nieoczekiwanie prostym modelem GARCH(1, 1) z normalnym rozkładem błędu. Jest rzeczą dość zaskakującą, że gorsze dopasowanie dawał w tym przypadku rozkład *t* Studenta, zwłaszcza jeżeli spojrzymy na rysunk 8, na którym widoczne są liczne wartości ekstremalne.

Ogólnie rzecz biorąc, zmienność analizowanych w tej pracy stóp procentowych charakteryzuje się bardzo gwałtowną dynamiką. Wśród zastosowanych tu modeli zmienności przede wszystkim występują modele IGARCH, opisujące szeregi o nieograniczonej wariancji bezwarunkowej. Wyniki, które tu uzyskano, wskazują po pierwsze na bardzo wysoki poziom ryzyka związanego z polskimi stopami procentowymi, a po drugie – na duże trudności, jakich należy się spodziewać przy modelowaniu tego ryzyka jako procesu.



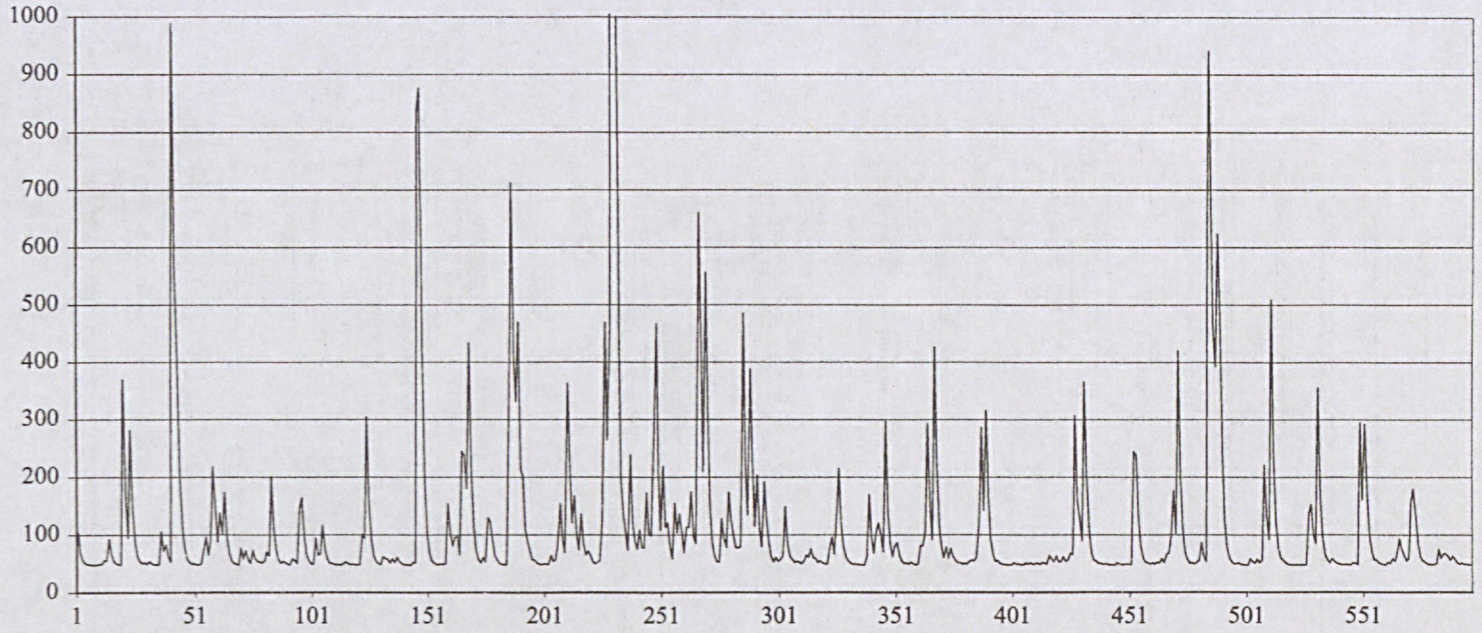
Rys. 6. WIBOR TN. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH-M

Źródło: Opracowanie własne



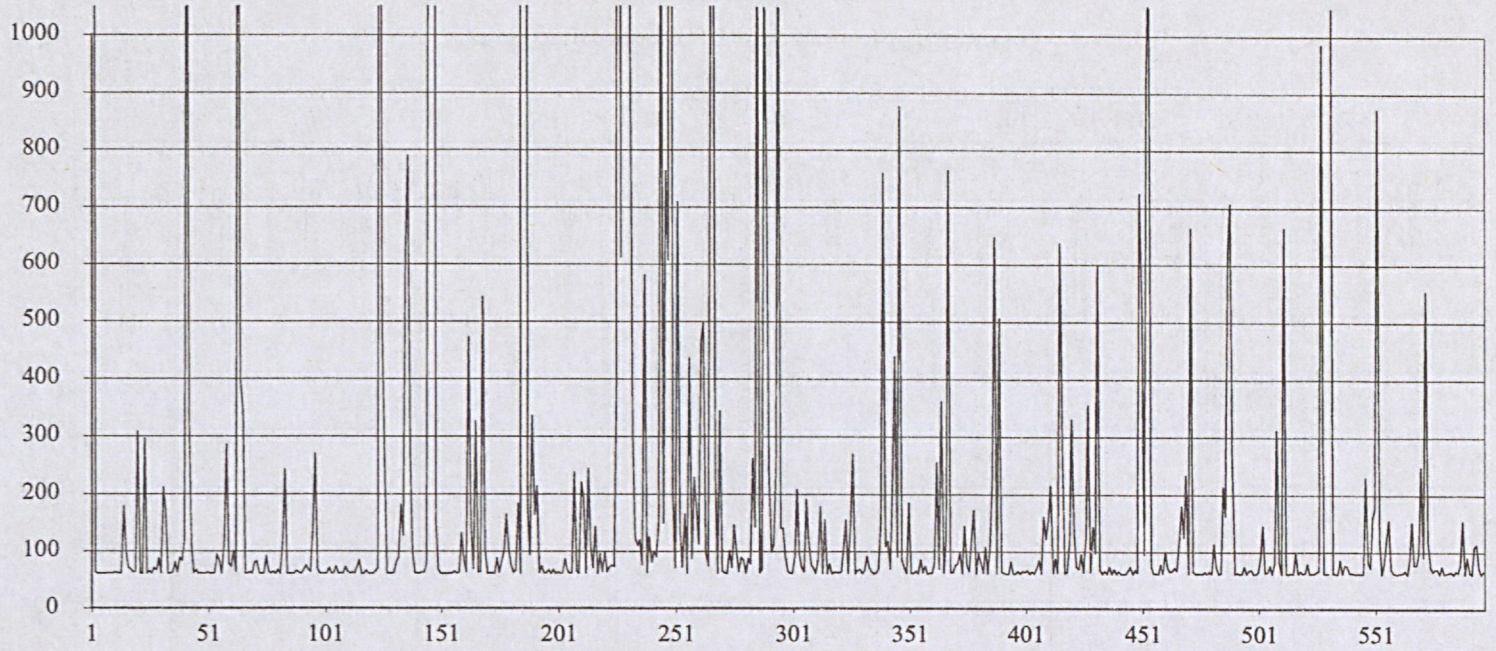
Rys. 7. WIBID TN. Zmienność wyestymowana za pomocą modelu IGARCH

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 8. Zmienność stopy procentowej WIBOR ON

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 9. Zmienność stopy procentowej WIBID ON

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 7

Parametry modeli dopasowanych do szeregów zwrotów stóp procentowych WIBOR ON i WIBID TN

Szereg	WIBOR 3M	WIBID 3M
Model	IGARCH-M (1, 1)	IGARCH (1, 1)
Rozkład błędu	Normalny	GED
a_1	-0,1965 (0,0607)	
ω	29,5675 (10,102)	61,220 (15,106)
α_1	0,4093 (0,1631)	0,9989 (0,0006)
β_1	0,3812 90,0665)	0,0011
DF		0,5260 (0,0427)

Źródło: Opracowanie własne.

Podsumowanie

Zmienność stopy procentowej należy do bardziej znaczących parametrów występujących w teoretycznych modelach finansowych. Powinna ona odgrywać istotną rolę przede wszystkim w modelach wyceny opcji na stopę procentową. Dynamika stopy procentowej opisywana jest przeważnie jako proces stochastyczny z czasem ciągłym, przy specyfikacji którego zakłada się znajomość procesu, opisującego zmienność. Jednak zastosowanie tego typu modeli w praktyce z reguły wymaga dyskretnych oszacowań analizowanych wielkości. Jednym z możliwych sposobów estymowania nieobserwowalnej zmienności stóp procentowych jest zastosowanie modeli uogólnionej autoregresyjnej heteroskedastyczności warunkowej, tzw. modeli GARCH.

Przeprowadzona przez nas analiza pokazała, że modele GARCH mogą stanowić użyteczne narzędzie modelowania zmienności stóp procentowych. Uzyskane w pracy wyniki pokazują, że fluktuacje poziomu zmienności badanych stóp procentowych w czasie są gwałtowne i w związku z tym ryzyko stopy procentowej jest na polskim rynku finansowym duże. Tym większego znaczenia nabierają wszelkie próby empirycznego szacowania zmienności. Porównanie poziomu zmienności stóp procentowych o różnych okresach dowodzi, że zmienność ta stopniowo wzrasta ze skracaniem okresu stopy procentowej i o ile dla stóp sześciomiesięcznych mieści się w zasadzie w granicach typowych dla instrumentów finansowych, o te dla stóp o krótszym okresie przyjmuje ekstremalnie wysokie wartości. Nie wszystkie szeregi stóp procentowych dają się modelować za pomocą modeli z wybranej przez nas rodziny GARCH. Stopy jednoroczne i dziewięciomiesięczne wymagają znale-

zienia innego podejścia do modelowania zmienności. Być może bardziej skuteczne okazałyby się tutaj, konkurencyjne w stosunku do modeli GARCH, modele zmienności stochastycznej lub modele przełącznikowe[10].

Bibliografia

Andersen T. G., Bollerslev T., *Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts*, International Economic Review 1998, 39

Bielecki T. R., Rutkowski M., *Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging*, Springer, Berlin 2002

Bollerslev T., *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics 1986, 31

Bollerslev T., *A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*, Review of Economics and Statistics 1987, 69

Engle R. F., Bollerslev T., *Modeling the Persistence of Conditional Variances*, Econometric Reviews 1986, 5

Engle R. F., Lilien D. M., Robins R. P., *Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model*, Econometrica 1987, 55

Gątarek D., Maksymiuk R., *Wycena i zabezpieczenie pochodnych instrumentów finansowych*, Wydawnictwo K. E. LIBER, Warszawa 1998

Gray S. F., *Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process*, Journal of Financial Economics 1996, 42

Nelson D. B., *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, Econometrica 1991, 59

Musiela M., Rutkowski M., *Martingale Methods in Financial Modeling*, Springer, Berlin 1997

Zhou A., *Modeling the Volatility of the Heath-Jarrow-Morton Model: a Multifactor GARCH Analysis*, Journal of Empirical Finance 2002, 9

DYNAMICS OF THE VOLATILITY OF WIBOR AND WIBID INTEREST RATES

Summary

The article studies volatility of WIBOR and WIBID interest rates meant as the conditional variance of their percentage logarithmic changes. In order to model the volatility, models from GARCH family are used. The obtained results show violent fluctuations in time of

[10] Por. S. F. Gray, *Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process*, Journal of Financial Economics 42, 1996, s. 27-62.

the level of investigated volatilities and a large degree of interest rate risk implied by that on the Polish financial market. In most cases the fitted model feature in unbounded unconditional variance. Volatility of 9-month and 1-year interest rates fails to be modeled by means of GARCH family models.

BIBLIOTEKA AE