Spis treści

Przedmowa 7

I **Logika** (*K. Piasecki, Z. Świtalski*) 9

1. Rachunek zdań 9
2. Funkcja zdaniowa i kwantyfikatory 16
3. Logika wielowartościowa 22

II **Zbiory** (*K. Piasecki, Z. Świtalski*) 25

1. Zbiory i działania na zbiorach 25
2. Iloczyn kartezjański 35
3. Liczebność zbiorów skończonych 37

III **Zbiory rozmyte** (*K. Piasecki*) 41

1. Podstawowe pojęcia 41
2. Liczby rozmyte 46

IV **Teoria grafów** (*K. Piasecki, Z. Świtalski*) 51

1. Podstawowe pojęcia teorii grafów 51
2. Macierzowe ujęcie grafów 60
3. Drogi Eulera i Hamiltona 65
4. Drzewa 70
5. Przepływy w sieciach 74

V **Relacje** (*K. Piasecki, Z. Świtalski*) 79

1. Pojęcie relacji. Sposoby opisu relacji 79
2. Własności relacji. Dziedzina i przeciwdziedzina. Funkcja . . 85
3. Działania na relacjach 89
4. Relacje równoważności 95
5. Relacje porządkujące 100

VI PODSTAWY ALGEBRY LINIOWEJ (*J. Abtowa, K. Piasecki*) . . . 112

1. Algebra macierzy 112
2. Przestrzenie wektorowe 125
3. Operacje elementarne 133
4. Rząd macierzy 138
5. Macierz odwrotna 141
6. Określoność formy kwadratowej 144

VII MODELE LINIOWE (*K. Piasecki*) 148

1. Układy równań liniowych 148
2. Układy nierówności liniowych 158
3. Zadanie programowania liniowego 172
4. Modele przepływów międzygałęziowych 176

VIII CIĄGI LICZBOWE (*J. Abtowa*) 186

1. Definicja ciągu i sposoby jego określania 186
2. Własności ciągu liczbowego 189
3. Granica ciągu liczbowego 194
4. Własności granicy 197
5. Liczba Nepera 202

IX ELEMENTY MATEMATYKI FINANSOWEJ (*K. Piasecki*) 206

1. Procent składany 206
2. Dyskontowanie 210
3. Fundusze składane 213
4. Wewnętrzna stopa zwrotu 221
5. Umarzanie kredytu 226

X FUNKCJA JEDNEJ ZMIENNEJ (*K. Piasecki*) 231

1. Funkcja jako szczególny przypadek relacji – pojęcia podstawowe 231
2. Funkcja rzeczywista jednej zmiennej – pojęcia podstawowe . . 236
3. Elementarne funkcje jednej zmiennej 244
4. Granica funkcji 252
5. Ciągłość funkcji 259
6. Asymptoty funkcji 265

XI RACHUNEK RÓŻNICZKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ (*K. Piasecki*) 272

1. Definicja pochodnej 272
2. Reguła de L'Hospitala 285
3. Badanie monotoniczności funkcji 292

4. Badanie wypukłości funkcji 294
5. Poszukiwanie ekstremów lokalnych 297
6. Punkty przegięcia 303
7. Wartość najmniejsza i największa funkcji określonej na przedziale domkniętym 305
8. Badanie zmienności funkcji 308

XII ZASTOSOWANIA EKONOMICZNE FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ (*T. Różański*) 312
1. Ekonomiczna interpretacja pochodnej funkcji 312
2. Elastyczność funkcji 316
3. Krzywe Törnquista 318
4. Tempo wzrostu funkcji 324

XIII RACHUNEK CAŁKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ Z ZASTOSOWANIAMI (*J. Abtowa, K. Piasecki*) 332
1. Całki nieoznaczone 332
2. Całki oznaczone 351
3. Całki niewłaściwe 359
4. Geometryczna interpretacja całki oznaczonej 362
5. Zastosowanie całek oznaczonych do szacowania zasobów . . 366

XIV ANALIZA FUNKCJI WIELU ZMIENNYCH (*J. Abtowa, K. Piasecki*) . 371
1. Funkcje wielu zmiennych 371
2. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych 381
3. Rachunek marginalny funkcji wielu zmiennych 401
4. Krzywe obojętności i substytucja 407
5. Ekstrema lokalne 418
6. Ekstrema warunkowe – metoda mnożników Lagrange'a . . 422

XV RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA (*K. Piasecki*) 431
1. Pojęcie prawdopodobieństwa 431
2. Aksjomatyka teorii prawdopodobieństwa 435
3. Prawdopodobieństwo warunkowe 441
4. Zmienna losowa 447
5. Słabe prawa wielkich liczb 468
6. Centralne twierdzenie graniczne 472
7. Prawdopodobieństwo subiektywne 478
8. Probabilistyczny problem decyzyjny 480

Dodatek A. Tablice statystyczne 484

Dodatek B. Pojęcia i umiejętności z zakresu programu nauczania matematyki w szkole średniej, których znajomość jest konieczna lub zalecana przy korzystaniu z podręcznika 494

PRZEDMOWA

Podstawą przedstawianej Czytelnikowi książki są moje wykłady pt. „Zastosowania matematyki w zarządzaniu" wygłaszane – począwszy od roku akademickiego 1991/92 – dla studentów pierwszego roku wydziału zarządzania Akademii Ekonomicznej w Poznaniu. Nadrzędnym celem postawionym sobie przez autorów jest prezentacja tych działów matematyki, które znajdują swe zastosowanie we wspomaganiu zarządzania gospodarką. Powstała w ten sposób książka jest przeznaczona dla szerokiego grona studentów pierwszego roku kierunków zarządzania i marketingu uczelni ekonomicznych.

Specyfika grona Czytelników, do których jest adresowana książka, oraz jej tematyka i charakter – podręcznik kursowy – wyznaczyły autorom założenia, jakie powinna spełniać prezentowana praca.

Konieczne wydaje się tutaj ilustrowanie prezentowanego aparatu matematycznego przez przykłady zastosowań tego instrumentarium w opisach systemów ekonomicznych i przy wspomaganiu czynności zarządczych. Istotnym zadaniem wydaje się dowiedzenie studentowi poszukującemu wiedzy przydatnej w zarządzaniu celowości zapoznania się z formalnym aparatem matematycznym. Przytaczane przykłady powinny z jednej strony pokazywać szeroką paletę różnorodnych możliwości zastosowań matematyki w zarządzaniu i ekonomii, a z drugiej strony – zawierać treści ekonomiczne na tyle proste, że ich lektura nie przysporzy kłopotów początkującym adeptom wiedzy ekonomicznej, jakimi są studenci pierwszego roku.

Połączenie w jedną całość treści opisujących formalny aparat matematyczny z treściami opisującymi możliwości pozamatematycznych zastosowań tego aparatu wymaga określenia proporcji, w jakich mają być połączone obydwa rodzaje wiedzy. W sytuacji gdy podręcznik jest skierowany do Czytelnika poszukującego przede wszystkiem wiedzy utylitarnej, a nie formalnej, wydaje się, że należy się kierować zasadą minimum instrumentarium matematycznego przy maksimum możliwości opisu i rozwiązywania modeli zarządczych lub ekonomicznych. Z punktu widzenia odbiorcy,

do którego jest adresowana książka, zasada ta oznacza minimum nakładów przy maksimum zysków. Ze względu na potrzeby poznawcze minimalizacja aparatu formalnego nie może odbywać się kosztem zatarcia jednoznaczności opisu formalnego i trywializacji pojęć formalnych lub pominięcia poszczególnych – stosowanych w zarządzaniu – dyscyplin matematyki. Możliwa jest zatem jedynie minimalizacja zaprezentowanego instrumentarium matematycznego w obrębie poszczególnych działów matematyki.

Zaadresowanie książki do studentów kierunków zarządzania skłania do silniejszego zaakcentowania działów matematyki dyskretnej oraz analizy matematycznej funkcji niegładkich. Stąd większą uwagę poświęcono grafom i relacjom oraz modelom dyskretnym.

Zamiarem autorów było sprostanie tym wymaganiom. Ocenę, w jakim stopniu nam się to udało, pozostawiamy nauczycielom korzystającym w swej pracy dydaktycznej z prezentowanej książki oraz najbardziej zainteresowanym – studentom uczącym się z tego podręcznika.

Poszczególne rozdziały tej książki zostały napisane przez grupę współpracujących ze sobą pracowników Katedry Badań Operacyjnych Akademii Ekonomicznej w Poznaniu. Poszczególne elementy wykładu były dyskutowane na forum seminarium prowadzonego w tej katedrze. Autorzy pragną w tym miejscu podziękować swoim kolegom z katedry za przekazane uwagi i sugestie. Szczególnie gorące podziękowania pragnę tutaj złożyć Panu Profesorowi Edmundowi Ignasiakowi, który to otoczył powstającą książkę i zespół autorski życzliwą, przyjacielską opieką. Opiece tej zawdzięczamy inspirację i możliwość ukończenia naszej książki.

Krzysztof Piasecki