Jerzy Marcinkowski

PROBLEM POMIARU RYZYKA INWESTYCYJNEGO I WPŁYW JEGO PERCEPCJI NA KSZTAŁTOWANIE SIĘ CEN AKCJI

Powszechnie wykorzystywanymi miernikami ryzyka akcji i portfela są wariancja i odchylenia standardowe stopy zwrotu. Posługiwanie się tymi miernikami jest uzasadnione w przypadku, gdy rozkład stóp zwrotu jest rozkładem normalnym lub co najmniej symetrycznym, a odchylenia in plus i in minus realizowanych stóp zwrotu od oczekiwanej stopy zwrotu są postrzegane przez inwestora w sposób symetryczny.

Postulowana normalność stóp zwrotu wynika z wielu założeń [3, 8, 12], z których nie wszystkie są całkowicie realistyczne. Stanowi ona fundament modelu wyceny dóbr kapitałowych CAPM. Zbyt duża restrykcyjność części założeń oraz badania empiryczne [2,9,12,15,17,20] wydają się poddawać w wątpliwość normalność rozkładu stóp zwrotu, a w tym samym celowość posługiwania się odchyleniem standardowym jako miernikiem ryzyka.

Wiele badań prowadzonych głównie przez zwolenników psychologii behawioralnej [13, 14] podważa powszechnie przyjmowane założenie istnienia „racjonalnego" inwestora, którego przyjęcie jest niezbędne dla zdefiniowania efektywnego rynku [8]. Efektywność rynku stanowi warunek konieczny (ale nie dostateczny) tak wygodnej normalności stóp zwrotu. Badania empiryczne dowodzą, że reakcje inwestorów na napływające informacje są opóźnione oraz pojawiają się po przekroczeniu przez bodziec pewnej wartości progowej, co może tłumaczyć zjawisko długookresowej pamięci systemu oraz występowanie formacji badanych przez analizę techniczną. Reakcje te nie są, jak postuluje się formułując hipotezę efektywnego rynku, natychmiastowe i liniowe, a percepcja dodatnich i ujemnych odchyleń stóp zwrotu od stopy oczekiwanej jest zupełnie odmienna. Wynika stąd, że nawet w przypadku rozkładów symetrycznych posługiwanie się odchyleniem standardowym nie jest w pełni uprawnione.

W artykule omawia się, wykorzystując model Vagi [23], problem mierników ryzyka inwestycyjnego w przypadku gdy są spełnione i kiedy nie są spełnione założenia modelu CAPM. Rozważa się także kwestię wpływu percepcji ryzyka inwestycyjnego na decyzje podejmowane przez inwestorów oraz dynamikę cen w akcji. W szczególności omawia się problem wpływu postrzegania ryzyka na ta-

kie zjawiska jak długookresowa pamięć systemu [7,19,20] oraz zjawiska występowania cykli [19,20].

1. Model Vagi

Hipoteza rynku koherentnego Vagi przybiera postać nieliniowego modelu statystycznego. Zakłada się, że rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu zmienia się w czasie w zależności od czynników fundamentalnych określających gospodarcze otoczenie rynku i wielkości „emocjonalnego obciążenia", tj. poziomu „myślenia grupowego" wśród inwestorów. Zmiana siły oddziaływania tych czynników przejawia się w zmianie kształtu funkcji gęstości prawdopodobieństwa stóp zwrotu określającej sposób zachowania się rynku.

Inspiracją dla Vagi była teoria naśladownictwa społecznego opracowana przez Callana i Shapiro [4], którzy z kolei wzorowali się na modelu Isinga (1974) koherentnego zachowania się cząstek w namagnetyzowanym żelazem pręcie. Callan i Shapiro wyróżnili trzy typy zachowań:

- w opinii publicznej brak zgodności: jednostki reagują w sposób niezależny od siebie,
- następuje polaryzacja opinii publicznej na dwa przeciwstawne obozy: zachowania chaotyczne,
- nastroje publiczne są jednolite: zachowania mają charakter koherentny.

Zasługą Vagi było „przełożenie" pojęcia opinii publicznej na nastroje rynku. Informacje napływające do opinii publicznej w modelu Vagi określają otoczenie rynku (czynniki fundamentalne).

Według Vagi rynek może znajdować się w jednej z czterech faz:

1° Błądzenie przypadkowe. Inwestorzy działają niezależnie od siebie, a napływające informacje szybko znajdują odzwierciedlenie w cenach.

2° Faza przejściowa (przejście fazowe). Wzrastający poziom myślenia grupowego powoduje wzrost wpływu nastroju rynku na ceny akcji. Obciążenie wywołane nastrojem powoduje, że wpływ informacji może utrzymywać się przez dłuższy czas.

3° Faza chaotyczna. Pojawia się w przypadku, gdy na rynku występuje wysoki poziom myślenia grupowego, ale neutralność czynników fundamentalnych wywołuje gwałtowne zmiany cen w odpowiedzi na napływające informacje.

4° Faza rynku koherentnego. Pozytywne bądź negatywne wiadomości fundamentalne połączone z wysokim poziomem myślenia grupowego sprawiają, że rynek może stać się koherentny – pojawiają się wyraźne trendy rosnące lub malejące.

Zachowania koherentne wynikają ze wzajemnych oddziaływań między elementami systemu, zmniejszając stopień jego nieuporządkowania. W przypadku cen

akcji przejawia się to w występowaniu trendów. Obserwujemy wówczas nakładanie się na proces losowy (proces błądzenia losowego) pewnych regularnych zachowań, co w kategoriach statystycznych oznacza, że zmiany cen przybierają postać obciążonego błądzenia przypadkowego. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma w tym przypadku „grube" ogony, odbiegając swoim kształtem od rozkładu normalnego.

Relacja między ryzykiem a (oczekiwanym) zyskiem jest kombinacją nastroju rynku i sytuacji fundamentalnej (połączenie analizy fundamentalnej z analizą techniczną).

Nastrój rynku decyduje o reakcji inwestorów na napływające informacje determinując przebieg cen akcji. Nastrój rynku, nieliniowość reakcji oraz pojawianie się reakcji po przekroczeniu przez bodziec (napływ informacji) wartości progowej stanowi uzasadnienie występowania formacji badanych przez analizę techniczną. Sygnały generowane przez analizę fundamentalną nie pozwalają na zbytnie odchylenie się ceny akcji od jej wewnętrznej wartości, przeciwdziałajac takim tendencjom, za które odpowiedzialny jest „nastrój" rynku.

Teoria naśladownictwa społecznego, a w ślad za nią model Vagi, poddają w wątpliwość koncepcję racjonalnego inwestora, niezbędną dla zdefiniowania pojęcia rynku efektywnego i stanowiącą kluczowe założenie w modelu CAPM. Nie oznacza to, że inwestorzy zawsze zachowują się nieracjonalnie, lecz że w pewnych okresach (brak zgodności zachowań opinii publicznej) zachowania inwestora mogą być z rozsądnym przybliżeniem wyjaśniane na podstawie koncepcji racjonalnego inwestora, a w innych nie. Model Vagi nie kwestionuje w ogóle koncepcji inwestora racjonalnego, stwierdza jedynie, że jej zakres stosowalności jest ograniczony do pewnych szczególnych okresów kształtowania się cen akcji. Oznacza to, że powszechnie akceptowane mierniki ryzyka, takie jak wariancja czy odchylenie standardowe, mogą być stosowane w ograniczonym okresie, tj. w fazie nieobciążonego błądzenia przypadkowego. Ich stosowanie w przypadku, gdy rynek nie znajduje się w fazie nieobciążonego błądzenia przypadkowego, może prowadzić do rozmijania się tak mierzonego ryzyka z subiektywnymi odczuciami inwestorów. Drugą, nie mniej istotną konsekwencją może być niewłaściwa konstrukcja portfela, zakładająca relację między ryzykiem mierzonym odchyleniem standardowym a oczekiwaną stopą zwrotu przyjmowaną w modelu Markowitza. W fazie nieobciążonego błądzenia przypadkowego nie musi być prawdą twierdzenie, że wyższą stopę zwrotu można uzyskać jedynie „kosztem" większego ryzyka portfela mierzonego odchyleniem standardowym. Do sygnalizowanego tutaj wstępnie problemu powrócimy w dalszej części artykułu.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$p(r)$ – prawdopodobieństwo, że roczna stopa zwrotu jest równa r,

k – stopień nasilenia zachowań stadnych (koherentnych),

h – obciążenie fundamentalne,
n – liczba stopni swobody systemu (liczba uczestników rynku).

W modelu Vagi funkcja gęstości prawdopodobieństwa wyraża się wzorem:

$$p(r) = \frac{1}{c} \cdot Q(r) \exp\left(2 \int_{-1/2}^{r} k(y)\, Q(y) dy \right), \tag{1.1}$$

gdzie:

$$K(r) = \sin \mathrm{h}(kr + h) - 2r \cos \mathrm{h}(kr + h),$$

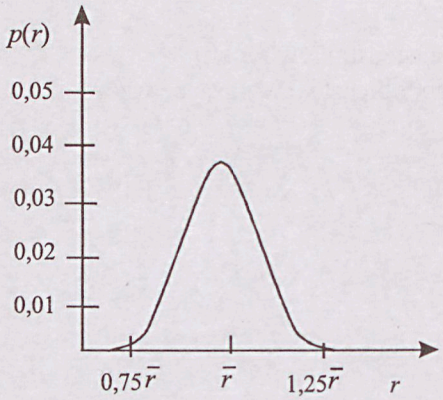
$$Q(r) = \frac{1}{n} \cdot \cos \mathrm{h}(kr + h) - 2r \sin \mathrm{h}(kr + h), \tag{1.2}$$

$$1/c = \int_{-1/2}^{1/2} Q^{-1}(r) \exp\left(2 \int_{-1/2}^{r} K(y) Q(y) dy \right) dr.$$

Nadając parametrom odpowiednie wartości, otrzymujemy postaci funkcji gęstości jak na rys. 1.

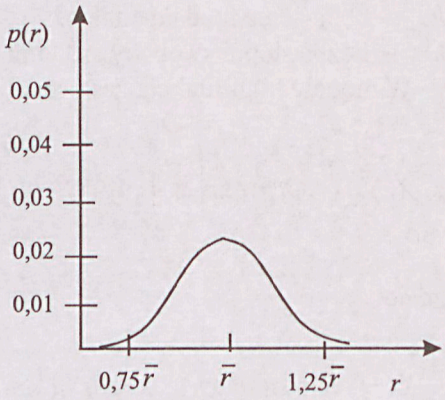
Parametry n, k, h wpływają na kształt (typ i parametry) funkcji gęstości prawdopodobieństwa $p(r)$.

Wartością krytyczną dla k jest 2. Dla $k = 1{,}8$ przy $h = 0$ $p(r)$ jest funkcją gęstości rozkładu normalnego [23]. Gdy k dąży do 2, przy $h = 0$ wykres funkcji gęstości ulega poszerzeniu i spłaszczeniu, przypominając rozkład paretowski. Informacja nie ulega natychmiastowemu wytłumieniu, na wykresie cen akcji pojawiają się trendy – wzrasta persystencja szeregu, której siłę można określić dokonując analizy R/S i wyznaczając wykładnik Hursta [19]. Gdy k przekracza wartość krytyczną równą 2, funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma dwa maksima. Ceny akcji mają tendencję do stałego wzrostu lub do spadku, istnieje niewielkie prawdopodobieństwo małych oscylacji cen wokół wartości oczekiwanej. Rynek jest niestabilny, szczególnie przy neutralnych informacjach fundamentalnych, podatny na napływające, niekiedy nieistotne informacje, które mogą wywołać nieoczekiwane i niewspółmierne do ich znaczenia zmiany tendencji rynkowych. Zmiana w otoczeniu fundamentalnym sprawia, że rozkład staje się asymetryczny – lewoskośny dla $h < 0$ (rynek niedźwiedzia) bądź prawoskośny dla $h > 0$ (rynek byka). Poziom zachowań stadnych wpływa na typ bessy lub hossy. Jeżeli h różni się niewiele od 0, to dla k przekraczającego wartość krytyczną równą 2 otrzymujemy rozkłady dwumodalne, o jednym wyraźnie zaznaczonym maksimum. Wzrost wartości bezwzględnej h prowadzi (przy tym samym k) do rozkładu jednomodalnego, prawo lub lewoskośnego. Im h będzie przybierało większą wartość bezwzględną, tym rozkład będzie



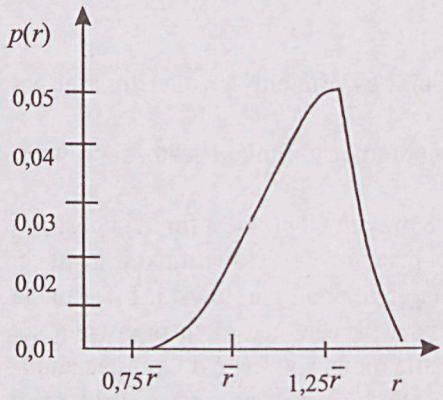
a) Rynek efektywny

Zmiany cen określa proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego (ruch Browna). Neutralne sygnały fundamentalne ($k = 1,8$, $h = 0$)
($\bar{r}$ – oszacowanie oczekiwanej rocznej stopy zwrotu)



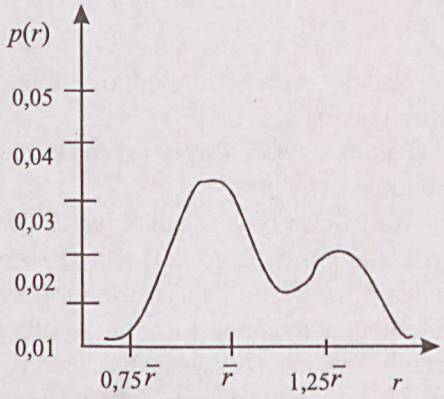
b) Rynek nieefektywny

Przejście niestabilne przy neutralnych informacjach fundamentalnych ($k = 2, h = 0$)



c) Rynek koherentny

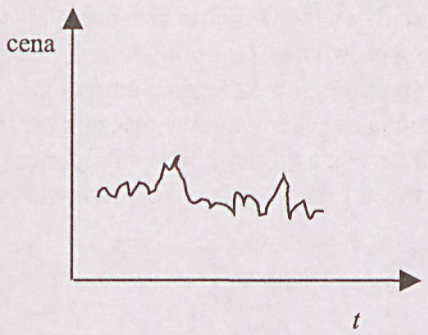
Zachowania stadne przy silnie pozytyw-nych informacjach fundamentalnych ($k = 2,2$, $h = 0,2$).
Przy silnie negatywnych informacjach fundamentalnych ($h = -0,2$) otrzymujemy rozkład lewostronnie asymetryczny



d) Rynek chaotyczny

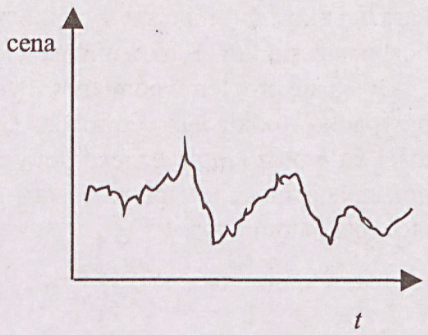
Zachowanie stadne przy lekko negatywnych informacjach fundamentalnych ($k = 2,2$, $h = -0,005$).
Przy nieznacznie pozytywnych informacjach fundamentalnych ($h = 0,005$) maksimum globalne $p(r)$ leży w pobliżu $1,25\,\bar{r}$. Istnienie dwóch maksimów wynika z faktu, że ceny akcji albo mają tendencję do wzrostu, albo do spadku, w zależności od napływających informacji fundamentalnych

Rys. 1. Graficzna ilustracja hipotezy koherentnego rynku. Przejście od nieobciążonego błądzenia przypadkowego do zachowań stadnych



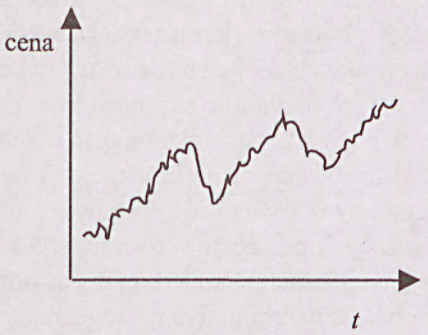
a) Błądzenie przypadkowe

Losowe zmiany cen. Trudno obserwowalne trendy. Ceny mają tendencję do powrotu do średniej. Im bardziej skupiony rozkład – nie byłby on już wtedy rozkładem normalnym – tym „gładszy" wykres



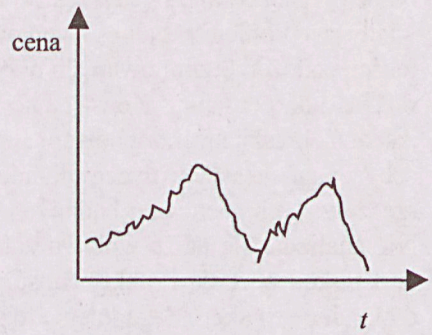
b) Obciążone błądzenie przypadkowe

Zmiany quasi-losowe. Odchylenia od stanu równowagi są wytłumione w mniejszym stopniu – tym mniejszym, im bardziej spłaszczony rozkład $p(r)$. Tendencja do powstawania lokalnych trendów i formacji



c) Rynek koherentny (byka)

Rynek byka. Siła rynku zależy od stopnia skośności rozkładu $p(r)$. Im mniej skupiony rozkład, tym wykres bardziej „postrzępiony". Im dłuższy lewy ogon, tym większe prawdopodobieństwo spadków przy ogólnej tendencji wzrostowej



d) Rynek chaotyczny

Ceny mają tendencję do spadków lub wzrostów. Stopień „postrzępienia" wykresu zależy od stopnia skupienia rozkładu wokół lokalnych maksimów

Rys. 2. Przebieg cen akcji w zależności od postaci rozkładu $p(r)$

bardziej skośny (silniejszy rynek byka lub niedźwiedzia). Wartość n określająca liczbę uczestników rynku, nie ma większego wpływu na kształt $p(r)$.

Dyskusję problemu pomiaru ryzyka inwestycyjnego w każdym z omówionych przypadków odkładamy do rozdz. 2, podobnie jak zagadnienie wyznaczania wartości k i h oraz empirycznego potwierdzenia przedstawionej koncepcji. Kończąc prezentację modelu Vagi, przedstawiamy na rys. 2 przebiegi cen akcji odpowiadające rozkładom z rys. 1.

2. Problem pomiaru ryzyka inwestycyjnego

W literaturze poświęconej zagadnieniom inwestycji giełdowych proponuje się szereg mierników wielkości ryzyka i przedstawia wiele propozycji konstrukcji portfeli sprowadzających się w istocie do wyboru kombinacji oczekiwanej wartości stopy zwrotu z portfela i jego ryzyka mierzonego najczęściej odchyleniem standardowym (wariancją) przy różnych kryteriach optymalizacji. W celu wyboru optymalnej kombinacji wykorzystuje się najczęściej funkcję użyteczności. Stosunkowo rzadko omawiany jest problem zasadności wykorzystywania wybranego miernika ryzyka w kontekście założeń przyjmowanych przy konstrukcji modeli zdających sprawę z dynamiki zmian cen akcji. Konstruując mierniki ryzyka, przyjmuje się ponadto wiele założeń określających zachowanie inwestora zakładając, że zachowuje się on w sposób racjonalny (aksjomatyczna definicja inwestora racjonalnego), nie biorąc pod uwagę rzeczywistych zachowań badanych empirycznie przez psychologię behawioralną. Nie analizuje się także wpływu założeń dotyczących percepcji ryzyka na sposób konstrukcji portfela i efektywność proponowanych strategii inwestycyjnych oraz dynamikę cen akcji. Zagadnienie to stanie się obecnie przedmiotem naszego zainteresowania. Najpierw omówimy problem mierników ryzyka w przypadku rynku efektywnego. Następnie przedstawimy to zagadnienie w przypadku, gdy rynek znajduje się w pozostałych fazach opisywanych przez model Vagi.

Koncepcję wariancji możliwych stóp zwrotu jako miernika ryzyka portfela wylansował Markowitz formułując nowoczesną teorię portfelową. Stosowanie wariancji zakłada normalność stóp zwrotu. Stopy zwrotu mogą być opisane przez proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego, jeżeli stopy zwrotu akcji w kolejnych okresach są realizacjami identycznych niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym. Jeżeli nawet stopy zwrotu akcji mają rozklad zbliżony do rozkładu normalnego, to stopy zwrotu z portfela, na mocy twierdzenia Lindeberga, mają rozkład normalny.

Jeżeli stopy zwrotu z akcji podlegają błądzeniu przypadkowemu będąc niezależnymi zmiennymi losowymi o dowolnym rozkładzie, to ich suma, zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym, będzie mieć rozkład w przybliżeniu normalny.

Rozważmy ciąg zmiennych losowych $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ o dystrybuantach $F_1(x), \ldots, F_n(x), \ldots$. O zmiennych losowych zakładamy, że mają skończone wartości oczekiwane m_i i skończone, różne od 0 wariancje $\sigma_i^2 (i = 1,\ldots, n,\ldots)$.

Niech

$$\eta_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n,$$
$$M_n = m_1 + \ldots + m_n, \tag{2.1}$$
$$B_n^2 = \sigma_1^2 + \ldots + \sigma_n^2,$$

oraz

$$\zeta_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} (\xi_k - m_k)}{B_n}. \tag{2.2}$$

Mówimy, że ciąg zmiennych losowych $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ spełnia warunek Lindeberga, jeżeli dla każdej liczby rzeczywistej $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{B_n^2} \sum_{k=1}^{n} \int_{|x-m_k|>\varepsilon B_n} (x - m_k)^2 \, dF_k(x) = 0 . \tag{2.3}$$

Warunek ten – ogólnie rzecz mówiąc – powinien być spełniony dla każdego ciągu takich zmiennych losowych niezależnych, których wartości „mocno" koncentrują się wokół wartości oczekiwanej.

Twierdzenie Lindeberga – Fellera [10]:
Jeżeli ciąg niezależnych zmiennych losowych $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ o dystrybuantach $F_1(x), \ldots, F_n(x), \ldots$ spełnia warunek Lindeberga, to ciąg dystrybuant zmiennych losowych (2.2) jest zbieżny do dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0, 1)$.

Z powyższego twierdzenia wynika zachodzenie następującej ważnej postaci twierdzenia centralnego.

Twierdzenie Lindeberga – Levy'ego [10]:
Jeżeli niezależne zmienne losowe $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ o identycznych rozkładach mają skończoną wartość oczekiwaną m i skończoną wariancję σ^2, to ciąg dystrybuant zmiennych losowych

$$\zeta_n = \frac{\eta_n - n \cdot m}{\sigma\sqrt{n}} \tag{2.4}$$

jest zbieżny do dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0,1)$.

Przytoczyliśmy te klasyczne twierdzenia, aby pokazać jak silne założenia trzeba przyjąć, aby uzasadnić normalność stóp zwrotu, a więc (konsekwentnie) zasadność wykorzystywania wariancji jako miary ryzyka. Korzystając z wariancji jako

miary ryzyka zakłada się, że inwestor tak samo ocenia odchylenia in plus oraz in minus realizowanej faktycznie stopy zwrotu od jej wartości oczekiwanej. Jeżeli to założenie nie będzie spełnione, tj. gdy odchyleniom in minus będzie przypisywana większa waga niż odchyleniom in plus, to wariancja w ogólnym przypadku nie będzie właściwą miarą ryzyka, nawet w przypadku rozkładów symetrycznych, w szczególności w przypadku rozkładu normalnego.

Posługiwanie się wariancją jako miernikiem ryzyka jest bardzo istotne w modelu CAPM. Jedno z założeń przyjmowanych w tym modelu mówi, że inwestorzy są w stanie dokonać wyboru pomiędzy poszczególnymi portfelami na podstawie dwóch charakterystyk: oczekiwanej stopy zwrotu i wariancji.

Inwestor jest w stanie dokonać wyboru wyłącznie na podstawie ww. charakterystyk, jeżeli spełniony jest co najmniej jeden z dwóch warunków [12]:
1° rozkłady stóp zwrotu portfeli są rozkładami (w przybliżeniu) normalnymi,
2° użyteczność portfela U jest kwadratową funkcją jego wartości V.

W przypadku rozkładu normalnego oczekiwana stopa zwrotu i wariancja, w przeciwieństwie do innych rozkładów, całkowicie określają ten rozkład, co pozwala na podstawie znajomości tylko tych dwóch parametrów dokonywać porównań pomiędzy rozkładami (do tego sprowadza się porównywanie portfeli).

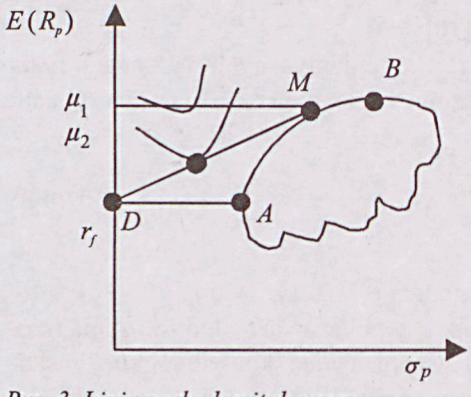
Jeżeli użyteczność jest kwadratową funkcją jego wartości, to

$$U = a_0 + a_1 V + a_2 V^2 \qquad a_1 > 0,\ a_2 < 0. \tag{2.5}$$

Wówczas, po elementarnych przekształceniach [11], uzyskujemy następujący związek między oczekiwaną użytecznością $E(U)$ a wartością portfela V:

$$E(U) = a_0 + a_1 E(V) + a_2 (V)^2 + a_2 \sigma^2 (V)^2, \tag{2.6}$$

a zatem jeżeli inwestora cechuje kwadratowa funkcja użyteczności, to użyteczność portfela zależy tylko od jego wartości oczekiwanej i wariancji.



M – portfel rynkowy, r_f – stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka, $\overset{\frown}{AB}$ – zbiór portfeli efektywnych (niezdominowanych). Jeżeli $E(U)$ jest funkcją kwadratową, to krzywe obojętności przybierają postać taką jak na rysunku. Inwestor wybiera portfel leżący na odcinku $\overline{DM}$ o stopie zwrotu równej μ_2

Rys. 3. Linia rynku kapitałowego

Założenia te są niezbędne dla wykazania, że inwestorzy, podejmując decyzje, będą dokonywać wyboru ze zbioru portfeli efektywnych. Jeżeli założymy, że oczekiwania inwestorów w stosunku do rozkładów stóp zwrotu są jednorodne, a ich horyzont inwestycyjny jest identyczny, tzn. jeżeli wszyscy widzą ten sam pocisk Markowitza, to każdy z nich powinien, w zależności od parametrów funkcji użyteczności, wybierać jeden z portfeli należących do zbioru portfeli efektywnych (wyznaczony przez punkt styczności krzywej obojętności z krzywą $\widehat{AB}$), a jeżeli istnieje walor wolny od ryzyka, jeden z portfeli leżących na linii rynku kapitałowego $\widehat{DM}$ (wyznaczony przez punkt styczności krzywej obojętności z odcinkiem $\widehat{DM}$). Każdy z inwestorów widzi ten sam pocisk Markowitza, jeżeli do oszacowania stopy zwrotu i odchylenia standardowego wykorzystuje dane historyczne z tego samego okresu.

Wybór jednego z portfeli efektywnych nie gwarantuje, że w przyszłości inwestor osiągnie stopę zwrotu równą tej, która została oszacowana na podstawie danych historycznych. W długim czasie średnia stopa zwrotu – o ile zmiany cen akcji są dane przez proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego – będzie zbliżona do oczekiwanej stopy zwrotu, co wynika z twierdzenia centralnego. Stwierdzenie to będzie prawdziwe tylko wtedy, gdy rozkład cen akcji będzie dany przez niezależne zmienne losowe o rozkładzie normalnym o parametrach niezmienniczych względem czasu. Jest to założenie mało realistyczne, więc powoływanie się na centralne twierdzenie graniczne przy uzasadnianiu słuszności strategii opartej na teorii portfelowej Markowitza jest często kwestionowane. Gdyby to założenie było spełnione, to odchylenie standardowe decydowałoby o prędkości zbieżności średniej realizowanej stopy zwrotu do stopy oczekiwanej przy wydłużaniu horyzontu inwestycji. W krótkiej perspektywie czasowej realizowane stopy zwrotu z portfela mogą znacząco odchylać się od stopy oczekiwanej – miernikiem rozproszenia realizowanych stóp zwrotu wokół oczekiwanej stopy zwrotu jest odchylenie standardowe. Niemniej jednak możemy oczekiwać, że nawet w tym przypadku wybrany portfel będzie cechować optymalna (tj. cechująca portfele efektywne) kombinacja stopy zwrotu i ryzyka, o ile portfel, który był portfelem efektywnym po wyznaczeniu nowego pocisku Markowitza na podstawie nowych danych, nie oddali się zbytnio od granicy efektywnej.

Teoria portfelowa Markowitza wyjaśnia, dlaczego dywersyfikacja pozwala na zmniejszenie ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym, a model CAPM tłumaczy, jak powinni zachować się inwestorzy, gdyby byli racjonalni. W tym celu niezbędne jest przyjęcie założenia o typie rozkładów stóp zwrotu: istotna jest tutaj symetria rozkładu (wraz z założeniem o jednakowym traktowaniu odchyleń in plus i in minus od wartości oczekiwanej), możliwość jednoznacznego określenia rozkładu przez $E(X)$ i $D^2(X)$ (co umożliwia porównywanie rozkładów na podstawie tylko tych parametrów) oraz skończoność wariancji (spełnienie warunku Lindeberga).

2.1. Problem typu rozkładu stóp zwrotu

Badania empiryczne [3, 15, 18, 20], również te przeprowadzone na polskim rynku kapitałowym, dowodzą, że rozkład stóp zwrotu nie musi być stabilny w czasie oraz że nie spełnia (czy, mówiąc ostrożniej, nie zawsze spełnia) założenia normalności [15, 24, 25].

Inspirację dla Vagi stanowił zapewne nie tylko model Callana i Shapiry, ale też wyniki badań empirycznych podważające normalność rozkładów stóp zwrotu oraz zjawisko polegające na zależnej od czasu reakcji rynku na napływające informacje, co pozostaje w sprzeczności z koncepcją efektywności rynku, która wymaga normalnego rozkładu stóp zwrotu. Jeżeli stopa zwrotu akcji cechuje się rozkładem z „pogrubionymi" ogonami (zob. przejście niestabilne, rys. 1b) mogą pojawić się trudności dwojakiego rodzaju. Po pierwsze, rozkład ten może mieć skończoną wariancję, ale ze względu na zbyt małą koncentrację stóp zwrotu wokół wartości oczekiwanej nie jest spełniony warunek Lindeberga, co implikuje, że zmienna losowa, będąca sumą niezależnych zmiennych losowych o skończonych, ale dużych wariancjach, nie musi mieć rozkładu (asymptotycznie) normalnego. Oznacza to, że nie jest możliwe skonstruowanie portfela, którego rozkład stóp zwrotu jest normalny, a więc mający tę własność, że może być jednoznacznie określony przez wartość oczekiwaną i wariancją. Po drugie, rozkład stóp zwrotu akcji może nie mieć skończonej wariancji (np. rozkład Cauchy'ego, stabilne rozkłady paretowskie), co implikuje niespełnienie warunku Lindeberga, a rozkład sumy zmiennych w ogóle może nie mieć skończonej wariancji. W obu przypadkach wariancja (odchylenie standardowe) z oczywistych powodów nie może być miernikiem ryzyka.

Funkcja charakterystyczna rozkładu Pareto dana jest wzorem:

$$\log f(t) = i\mu t - \gamma|t|^{\alpha}\left(1 + i\beta\left(\frac{t}{|t|}\right) tg\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right), \tag{2.7}$$

gdzie:
μ – średnia,
γ – regulowany parametr skali,
β – miara asymetrii rozkładu ($-1 \leq \beta \leq 1$),
α – miara „spiczastości" rozkładu.

Jeżeli $\beta = 0$, rozkład jest rozkładem symetrycznym, dla $\beta > 0$ – prawostronnie asymetrycznym, dla $\beta < 0$ – lewostronnie asymetrycznym. Im $|\beta|$ jest bliższe jedności, tym bardziej asymetryczny rozkład.

Rozkład cechuje skończona wariancja dla $\alpha = 2$. Jeżeli α zawiera się w przedziale (0,2) wariancja rozkładu jest nieokreślona (nieskończona). W przypadku gdy $1 < \alpha \leq 2$ średnia jest stabilna, w przypadku gdy $0 < \alpha \leq 1$ – niestabilna.

Podstawiając $\alpha = 2$, $\beta = 0$, otrzymujemy:

$$\log f(t) = i\mu t - \gamma t_2, \tag{2.8}$$

tj. funkcję charakterystyczną rozkładu normalnego $N\left(\mu, \sqrt{2\gamma}\right)$.

Wyznaczona na podstawie próbki wariancja może być miarą ryzyka, jeżeli $\alpha = 2$, tj. zmiany cen akcji opisane są przez proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego.

Decydując się na wybór jednego z portfeli należących do zbioru portfeli efektywnych, inwestor nie ma pewności, jaką stopę zwrotu uzyska w przyszłości. Przy założeniu niezmienniczości stóp zwrotu względem czasu może oczekiwać, że w przypadku inwestycji średnioterminowej uzyska stopę zwrotu zbliżoną do stopy oczekiwanej, przy zmienności nie odbiegającej zbytnio od zmienności wyznaczonej na podstawie danych historycznych. Konstruując portfel Markowitza nie mamy pewności, jaką stopę zwrotu uda się uzyskać w następnym okresie. Niemniej jednak, zakładając (względną) niezmienniczość rozkładu stóp zwrotu w czasie, możemy oczekiwać, że będziemy znajdować się blisko tzw. granicy efektywnej – tj. optymalnej kombinacji wartość oczekiwana – ryzyko mierzone odchyleniem standardowym. Świadomość, że założenia dotyczące stóp zwrotu nie są dokładnie spełnione, zaowocowała szeregiem procedur mających na celu konstrukcję w miarę efektywnych portfeli. Sprowadzają się one do iteracyjnego wyznaczania pocisku Markowitza na podstawie nowo napływających danych i takich modyfikacji struktury portfela, które sprawiają, że znajdujemy się blisko granicy efektywnej.

2.2. Problem wyboru miary ryzyka w przypadku rynku efektywnego i nieefektywnego

Jeżeli założenia dotyczące stóp zwrotu nie są spełnione – w przypadku, gdy rynek znajduje się w fazie chaotycznej bądź koherentnej – to oszacowania stopy zwrotu i ryzyka uzyskane na podstawie analizy szeregów czasowych stóp zwrotu nie pozwalają oczekiwać, że w przyszłości akcja (portfel) będzie zachowywać się podobnie. Nie jest już prawdą, że wyższą stopę zwrotu możemy uzyskać decydując się na poniesienie większego ryzyka. W fazie koherentnej możemy uzyskiwać wysokie stopy zwrotu przy relatywnie małej zmienności. Czynnikiem istotniejszym od dywersyfikacji wydaje się w tym przypadku ogólna tendencja zmian cen akcji. Stąd też wynika popularność metod – np. analizy R/S – mających na celu identyfikację ogólnych zmian tendencji rynkowych.

Zgodnie z hipotezą efektywności rynku ceny akcji powinny odzwierciedlać wszystkie informacje, które są zawarte we wcześniejszych notowaniach cen. W zależności od formy efektywności rynku (klasyfikacja form efektywności została podana przez Famę [9]) ceny odzwierciedlają informacje zawarte we wcześniejszych notowaniach (hipoteza o słabej efektywności rynku), informacje zawarte nie

tylko w szeregach czasowych cen akcji, ale także pozostałe informacje dostępne publicznie (hipoteza o średniej efektywności rynku), wszystkie informacje – tj. także informacje poufne i publicznie niedostępne (hipoteza o silnej efektywności rynku). Jeżeli hipoteza o (słabej) efektywności rynku jest prawdziwa, to rynek będzie rozpoznawał i antycypował, a więc unieważniał, jakiekolwiek prawidłowości pojawiające się w szeregu czasowym cen akcji. Jeżeli np. inwestorzy zauważyli występowanie tzw. efektu stycznia, to, antycypując ten efekt, będą kupować akcje, wcześniej doprowadzając do zaniku efektu, tym bardziej, że część inwestorów, korzystając z tego efektu, będzie starała się sprzedać akcje na początku stycznia w celu realizacji oczekiwanych zysków, tym samym obniżając cenę akcji. Z przytoczonego rozumowania wynika, że przewidywanie przyszłego przebiegu cen akcji na podstawie wcześniejszych obserwacji nie będzie możliwe, co implikuje niezależność zmian cen akcji. Tak więc efektywność rynku implikuje, że zmiany cen akcji mogą być opisane przez proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego (o ile stopy zwrotu w kolejnych okresach nie są skorelowane), co udowodnił Samuelson (1970), ale nie odwrotnie. Hipoteza efektywnego rynku zakłada, że inwestorzy reagują szybko i liniowo na napływające informacje. Pojawianie się trendów i innych formacji można tłumaczyć dwojako: informacje docierają w sposób nieregularny lub reakcje na napływ nowych informacji mają charakter nieliniowy, tj. reakcja występuje albo po upływie pewnego czasu, albo też po przekroczeniu przez strumień informacji poziomu krytycznego. Oznacza to m.in., że percepcja ryzyka nie jest niezmienna względem czasu oraz że inwestorzy, dokonując wyboru portfela, nie kierują się miernikiem ryzyka, jakim jest odchylenie standardowe. Gdyby wszyscy inwestorzy zachowywali się racjonalnie – tak jak utrzymuje hipoteza o słabej efektywności rynku – to żaden z nich nie mógłby być w dłuższym czasie lepszy od rynku, tj. skonstruować portfel dający wyższą stopę zwrotu przy małej zmienności mierzonej odchyleniem standardowym. W długiej – gdyż w krótkiej możliwość osiągnięcia ponadprzeciętnych zysków wynika z własności nieobciążonego ruchu Browna – średnia zrealizowana stopa zwrotu w przypadku krótkiego horyzontu inwestycji może znacząco odchylać się od stopy oczekiwanej. Im dłuższy horyzont inwestycyjny, tym prawdopodobieństwo, że średnia zrealizowana stopa zwrotu odchyli się o nie mniej niż pewną stałą od stopy oczekiwanej, jest mniejsze.

Nieliniowość reakcji inwestorów – a więc wynikająca z niej inna percepcja ryzyka – stanowi metodologiczne uzasadnienie prób konstrukcji portfeli „lepszych" od rynku, a ze statystycznego punktu widzenia stanowi uzasadnienie występowania rozkładów o pogrubionych ogonach, implikując nieefektywność rynku.

Podstawowym problemem, z jakim spotykamy się w przypadku stosowania dowolnej miary ryzyka, jest jej stabilność w czasie. W przypadku ruchu Browna $\sigma_T = \sqrt{T}\sigma$, gdzie T jest liczbą okresów, a σ – odchyleniem standardowym w danym okresie σ_T – w T-okresach. Badania empiryczne wskazują, że zmienność mie-

sięczna i kwartalna jest wyższa niż powinna być w stosunku do zmienności rocznej, natomiast zmienność dzienna – niższa, co stanowi jeden z dowodów na to, że rozkład stóp zwrotu nie jest rozkładem normalnym. Wynika stąd, że miara ryzyka, jakim jest odchylenie standardowe, nie spełnia postulatu niezmienności względem czasu i może być ona (o ile ma skończone wartości) przydatna dla inwestorów o długim horyzoncie inwestowania. Ponadto w przypadku stabilnych nakładów paretowskich prawdopodobieństwo, że w danym interwale czasowym zrealizowana stopa zwrotu odchyli się od stopy oczekiwanej o akceptowaną maksymalnie wartość, jest większe aniżeli w przypadku rozkładu normalnego i to tym większe, im bardziej leptokurtotyczna jest funkcja gęstości prawdopodobieństwa. Do tego problemu powrócimy przy omawianiu wniosków z badań nad rzeczywistymi, a nie postulowanymi sposobami zachowania się inwestorów.

Leptokurtotycznej funkcji rozkładu stóp zwrotu odpowiada wykres przebiegu cen akcji, na którym są widoczne tendencje do pojawiania się trendów, a ogólnie – przebiegów cen, które są lokalnie (tj. w pewnych zazwyczaj krótkich okresach czasu) zróżnicowane. Oznacza to nieadekwatność, przynajmniej dla inwestorów o krótkim czasie inwestowania, posługiwania się jednym miernikiem ryzyka, a ogólnie – strategią nie biorącą pod uwagę zmian dynamiki cen w czasie.

Rozkłady o pogrubionych ogonach pojawiają się, gdy przebieg zmian w czasie można opisać korzystając z procesów ARCH (autoregresyjnych procesów stochastycznych) [6] bądź też zależności deterministycznej danej przez funkcję nieliniową, uzależniającą ceną akcji w momencie od jej cen w okresach poprzednich, na którą ewentualnie nakłada się proces losowy [np. 5, 19].

Feigenbaum (1978) dowiódł, że wszystkie modele sekwencyjne postaci [4,17]:

$$x_{n+1} = F(x_n, a, b, \ldots), \tag{2.9}$$

gdzie x – wartość zmiennej w okresie t; a, b, ... – parametry,
w przypadku, w którym $F(x)$ jest wklęsłą funkcją kwadratową, są jakościowo identyczne z modelem

$$x_{n+1} = 4bx_n(1 - x_n), \tag{2.10}$$

który jest równaniem procesu logistycznego.

Zmiana wartości parametru b w równaniu (2.10) prowadzi do jakościowych zmian przebiegu x_n [5].

Określenie „jakościowo identyczny" zostało użyte w znaczeniu zdefiniowanym w teorii chaosu [5, 19].

Oznacza to, że zmiany parametrów kontrolnych systemu mogą prowadzić do zmian w zachowaniu się cen, prowadząc do zróżnicowanych w czasie ich przebiegów. Parametrami kontrolnymi mogą być nastrój inwestorów oraz czynniki natury

fundamentalnej. Powstaje wtedy problem natury metodologicznej – na ile stosowanie miar ryzyka wywodzących się ze statystyki jest uzasadnione dla opisu ryzyka w przypadku hipotezy, że zmiany cen dane są przez równanie (2.9).

Należy w tym miejscu podkreślić, że model Vagi jest modelem statystycznym, i w tych kategoriach opisywane są zmiany cen akcji, co nie przesądza, jaki mają one „naprawdę" charakter – tj. czy są one opisywane przez modele typu ARCH, czy też procesy deterministyczne z ewentualną komponentą losową.

W wielu badaniach ujawniono, że nie istnieje jeden powszechnie akceptowany sposób postrzegania ryzyka. Na przykład badania Edwardsa [11, 13, 22] wskazują na to, że wymiarem ryzyka jest możliwość poniesienia straty, co oznacza, że większe znaczenia przypisuje się możliwości poniesienia straty niż realizacji zysku.

Badania psychologiczne sugerują, że czynnikami wpływającymi na postrzeganie ryzyka są między innymi: bezpośredniość kontra opóźnienie konsekwencji, katastrofalność kontra chroniczność negatywnych konsekwencji, kontrolowalność negatywnych następstw zdarzeń, dobrowolność ponoszenia ryzyka, wyobrażalność przyczyn i negatywnych skutków.

2.3. Własności wybranych miar ryzyka a typ rozkładu stóp zwrotu

Z rozważań przeprowadzonych w poprzednim rozdziale wynika konieczność dokonania analizy i adekwatności stosowania wybranych miar ryzyka w zależności od typu rozkładu stop zwrotu akcji i portfela.

Liczną grupę mierników ryzyka korzystających ze statystycznych własności rozkładu zmiennej losowej można sklasyfikować, wykorzystując trójparametrową rodzinę miar ryzyka wprowadzoną przez B. K. Stone'a w roku 1973. Ogólną postać formuły można zapisać następująco:

$$r(w,k,A)=\left(\int_{-\infty}^{A}|x-w|^{k}dF(x)\right)^{1/k}, \tag{2.11}$$

gdzie w jest postulowanym poziomem zmiennej (np. stopą zwrotu), względem którego mierzy się odchylenie, k ($k>0$) jest parametrem odpowiedzialnym za wpływ małych i dużych odchyleń od nominalnego poziomu na ryzyko całkowite, A jest parametrem wyznaczającym zakres, po którym dokonuje się uśrednienia odchyleń od poziomu postulowanego. Im większa wartość k, w tym większym stopniu karane są odchylenia od wartości postulowanej.

Łatwo zauważyć, że szczególnymi przypadkami miar Stone'a są:
odchylenie standardowe:

$$r(\mu,2,\infty)=\left(\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^{2}dF(x)\right)^{1/2}, \tag{2.12}$$

odchylenie semistandardowe:

$$r(\mu,2,\mu)=\left(\int_{-\infty}^{\mu}(x-\mu)^2 dF(x)\right)^{1/2}, \tag{2.13}$$

i odchylenie absolutne:

$$r(\mu,1,\infty)=\int_{-\infty}^{\infty}|x-\mu|dF(x). \tag{2.14}$$

Jeżeli dla zmiennej losowej X określimy zmienną losową uciętą:

$$Y(\omega)=\min\{X(\omega),\mu\},$$

to

$$r(\mu,2,\mu)F_x=r(\mu,2,\infty)F_y, \tag{2.15}$$

gdzie F_x i F_y oznaczają odpowiednio dystrybuanty zmiennych losowych X i Y.

W literaturze rozważa się wiele miar ryzyka uwzględniających fakt rozpatrywania rozkładów o „grubych ogonach". Stosunkowo nową propozycją jest miara ryzyka stanowiąca adaptację metody ważonych momentów probabilistycznych:

$$E_{pq}=E\left\{xF(x)^p\left(1-F(x)\right)^q\right\}=\int_{-\infty}^{\infty}xF(x)^p\left(1-F(x)\right)^q f(x)dx. \tag{2.16}$$

Parametry p i q pozwalają na uwzględnienie wagi ogonów rozkładu przy wyznaczaniu wartości ryzyka.

Podjęto również próbę formalizacji spostrzeżenia, że percepcja odchyleń dodatnich i ujemnych od postulowanej wartości (niekoniecznie wartości oczekiwanej) jest asymetryczna. Jedną z propozycji jest podejście Kijamy i Ohnishi oparte na k-tym momencie centralnym rozkładu ($k > 1$):

$$r_{k1}(x)=\left(\int_{-\infty}^{\infty}|x-\mu|^k f(x)dx\right)^{1/k}. \tag{2.17}$$

Istota pomysłu sprowadza się do rozdzielenia (2.17) na dwie sumy:

$$r_{k2}(x)=\left(c_1\int_{\mu}^{\infty}(x-\mu)^k f(x)dx\right)^{1/k}+\left(c_2\int_{-\infty}^{\mu}(\mu-x)^k f(x)dx\right)^{1/k}, \tag{2.18}$$

gdzie c_1 i c_2 są dodatnimi stałymi odzwierciedlającymi niesymetryczny sposób percepcji odchyleń in plus i in minus od μ. Dla $c_1 = c_2$ (2.18) przechodzi w (2.17).

Uogólniając, przez miarę ryzyka w finansach będziemy rozumieć funkcjonał $\rho : X \rightarrow [0, \infty)$, określony dla zmiennej losowej X o następujących własnościach:

$(R1)$ $\rho(X) \geq 0$,

$(R2)$ $\rho(\lambda X) \geq \lambda \rho(X)$ dla $\lambda \geq 0$,

$(R3)$ $\rho(X + Y)\ \lambda \geq \rho(X) + \rho(Y)$,

$(R4)$ $\rho(X + \lambda) \leq \rho(X)$ dla każdego λ.

Aksjomat $(R2)$ oznacza, że podwojenie potencjalnych odchyleń od wartości postulowanej przejawia się dwukrotnym zwiększeniem ryzyka. Zakłada się liniowość percepcji ryzyka jako funkcji odchyleń. Aksjomat $(R3)$ odzwierciedla efekt dywersyfikacji portfela.

Zaprezentowane funkcjonalne podejście [1] do kwantyfikacji ryzyka sprowadza się do porównania pary rozkładów przez porównanie ich miar. Przyjmijmy, że zmienne losowe R_p, R_q są zmiennymi, których realizacje określają realizowane stopy zwrotu z portfeli p i q. Załóżmy, co nie zmniejsza ogólności rozważań, że $E(R_p) = E(R_q)$.

Definicja 2.1: Powiemy, że portfel p jest lepszy od q jeżeli $\rho(R_p) \leq \rho(R_q)$.

Definicja 2.2: Powiemy, że miary ρ_1 i ρ_2 są izomorficzne, jeżeli generują to samo uporządkowanie portfeli. Powiemy, że są globalnie izomorficzne, jeżeli są izomorficzne niezależnie od typu rozkładu, a lokalnie izomorficzne, jeżeli generowane uporządkowania są identyczne dla wybranych klas rozkładów.

Globalna izomorficzność implikuje lokalną, implikacja odwrotna nie jest prawdziwa. Wariancja i odchylenie standardowe są globalnie izomorficzne, co wynika z silnej monotoniczności funkcji kwadratowej. Wariancja i semiwariancja, podobnie jak odchylenie i semiodchylenie standardowe, są lokalnie izomorficzne, gdyż generują te same uporządkowania tylko dla rozkładów symetrycznych.

Rozważmy klasyczny problem wyznaczania portfela R_p o minimalnej wariancji $D^2(R_p)$ i nie mniejszej od postulowanej r^* oczekiwanej stopie zwrotu. O ile $r^* \in \langle \mu_1, \mu_2 \rangle$, (zob. rys. 2.1) to rozwiązanie optymalne następującego zadania:

$$D^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{cov}_{ij} x_i x_j \rightarrow \min, \tag{2.19}$$

$$\sum_{j=1}^{n} E(R_j) x_j \geq r^*, \tag{2.20}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \tag{2.21}$$

$$x_j \geq 0, j = 1,...,n, \tag{2.22}$$

gdzie x_j oznacza udział j-tej akcji w portfelu, wyznacza jeden z portfeli należących do zbioru portfeli efektywnych. Geometrycznie, optymalne rozwiązanie zadania oznacza, że spośród wszystkich portfeli o danej oczekiwanej stopie zwrotu wybieramy portfel o najmniejszej wariancji.

Jeżeli miary ryzyka są globalnie izomorficzne, to minimalizacja wykorzystująca każdą z nich prowadzi do otrzymania tego samego portfela ze zbioru portfeli efektywnych.

W przypadku miar lokalnie izomorficznych stwierdzenie to zachowuje swą ważność tylko dla wybranych klas rozkładów. W przypadku wariancji i semiwariancji otrzymamy ten sam zbiór portfeli efektywnych, o ile rozkłady będą symetryczne – niekonieczne normalne, ale o skończonej wariancji.

Miary ryzyka oparte na pomiarze zmienności nie zawsze adekwatnie odzwierciedlają problemy związane z zagrożeniem dla inwestora będące konsekwencją inwestycji. Często istotna jest informacja o prawdopodobieństwie, z którym stopa zwrotu będzie nie mniejsza od minimalnej akceptowanej stopy R_L – co jest równoważne pytaniu, z jakim prawdopodobieństwem wartość inwestycji nie spadnie poniżej minimalnego poziomu.

Oznaczając przez m_p i ρ_p wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe portfela p, korzystając z nierówności Czebyszewa, otrzymujemy:

$$P\left(\left|R_p - m_p\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma_p^2}{\varepsilon^2}. \tag{2.23}$$

Dokonując podstawienia:

$$e = m_p - R_L$$

i przyjmując $R_p - m_p < 0$, uzyskujemy:

$$P\left(\left|R_p - m_p\right| \geq m_p - R_L\right) = P(-R_p + m_p - m_p + R_L \geq 0) =$$
$$= P(R_p \leq R_L) \leq \frac{\sigma_p^2}{\left(m_p - R_L\right)^2}. \tag{2.24}$$

Prawa strona nierówności (2.24) określa prawdopodobieństwo (a mówiąc dokładniej jego oszacowanie z góry), z którym stopa zwrotu portfela p będzie nie większa od minimalnej akceptowanej. Kryterium pozwala na eliminację części portfeli, nie prowadząc jednakże do jednoznacznego wyboru portfela w jakimś sensie efektywnego. W praktyce zastosowanie tego kryterium sprowadza się do zawężenia pocisku Markowitza (i zbioru portfeli efektywnych) przez eliminację portfeli nie speł-

niających (2.24). Kryterium to (w przeciwieństwie do kryterium Roya) nie wymaga normalności stóp zwrotu.

Słabość podanego kryterium (i kryteriów pochodnych, np. Kataoki) polega na niewykorzystywaniu całej informacji o rozkładzie. Rozkład normalny jest w pełni określony przez wartość oczekiwaną i wariancję, co nie jest prawdą w przypadku pozostałych rozkładów. Wykorzystując nierówność Czebyszewa, tracimy więc dużą część istotnej informacji.

Rozważmy dwa rozkłady o tej samej wartości oczekiwanej i wariancji – jeden symetryczny, drugi prawoskośny. Wartość prawej strony (2.24) będzie dla obu rozkładów ta sama, zatem portfele, których stopy zwrotu opisane są przez te rozkłady, zostaną albo zaakceptowane, albo odrzucone, a jednak inwestor wybierze portfel o prawoskośnym rozkładzie stopy zwrotu – zwłaszcza, jeżeli inwestuje długookresowo. Kryterium oparte na nierówności Czebyszewa nie pozwoli na dokonanie sensownego wyboru – gdyż podaje tylko oszacowanie z góry akceptowanego prawdopodobieństwa. Ponadto jest ono zbyt restrykcyjne, prowadząc do odrzucenia portfeli, dla których rzeczywiste prawdopodobieństwo tego, że zrealizowana stopa zwrotu będzie nie mniejsza od wymaganej, nie przekracza wyznaczonej wartości.

Podstawowym problemem wydaje się nieuwzględnianie w analizie ryzyka w sposób jawny czynnika czasu i informacji o skośności rozkładu. Czas w sposób niejawny pojawia się we wzorach na ryzyko portfela. Jeżeli stopy zwrotu mają rozkład normalny, to, co łatwo udowodnić – odchylenie standardowe rośnie proporcjonalnie do pierwiastka z długości okresu. Gdy np. szacujemy odchylenie standardowe na podstawie portfeli tygodniowych, to chcąc otrzymać odchylenie standardowe tego portfela w okresie miesiąca, mnożymy otrzymany wynik przez 2, tj. $\sqrt{4}$. Jeżeli stopy zwrotu nie są opisane przez nieobciążony ruch Browna, a np. rozkład z pogrubionymi ogonami, to przyrost ten będzie szybszy. Nie uwzględniając w sposób jawny długości horyzontu inwestycyjnego, narażamy się na popełnienie następujących błędów. Jeżeli horyzont inwestycji jest równy długości okresu, na podstawie którego szacowano wariancje, to nie popełniamy błędów. Jeżeli tak nie jest, to wariancja wymaga przeszacowania. Jeżeli dokonamy przeszacowania przyjmując założenie, że stopy zwrotu są opisane przez proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego, a tak nie jest, to przeszacowanie prowadzi do popełniania błędów systematycznych. Jeżeli procentowe błędy systematyczne będą te same w przypadku każdego portfela, to wzajemne położenia portfeli tworzących pocisk Markowitza nie ulegnie zmianie – pocisk Markowitza zostanie tylko nieco spłaszczony lub rozciągnięty – ale zbiór portfeli efektywnych nie ulegnie zmianie. Jeżeli jednak stopy zwrotu poszczególnych portfeli będą opisywane przez różne rozkłady, to przeszacowanie doprowadzi do wzajemnego przemieszczenia portfeli, a więc zmodyfikuje zbiór portfeli efektywnych.

Skośność rozkładu powoduje także wiele komplikacji. Rozważmy w tym celu dwa portfele należące do pocisku Markowitza. Niech jeden z nich będzie portfe-

lem efektywnym, drugi – nieefektywnym o tej samej stopie zwrotu. W przypadku gdy oba portfele mają normalne rozkłady stóp zwrotu, wybieramy portfel efektywny. Gdyby jednak stopy zwrotu z portfela nieefektywnego były dane przez rozkład prawoskośny, a efektywnego przez rozkład normalny, wybór nie byłby wcale oczywisty. Za lepszą inwestycję mogłaby zostać uznana inwestycja w portfel nieefektywny, gdyż skośność rozkładu sugeruje tendencję wzrostową wartości portfela. Jest to bardzo istotny problem w przypadku, gdy rynek, a przynajmniej niektóre akcje, a więc i portfele, nie znajdują się w fazie nieobciążonego błądzenia przypadkowego.

Dotychczasowe rozważania miały na celu analizę własności wybranych miar ryzyka. Podano warunki, których spełnienie prowadzi do wyboru przy zastosowaniu omawianych miar jednego z portfeli efektywnych. Pokazano także, kiedy optymalnym wyborem nie musi być portfel efektywny. Krótko przedyskutowano problem czasu w analizie wyboru optymalnego portfela. Na podstawie dotychczasowych rozważań można postawić tezę, że miernik ryzyka powinien uwzględniać w sposób jawny problem czasu i skośności, a ogólniej – braku normalności rozkładu.

Dotychczasowa dyskusja nad problemem pomiaru ryzyka koncentrowała się na statystycznych zagadnieniach związanych z charakterem rozkładu stóp zwrotu akcji.

Oprócz tradycyjnych mierników ryzyka, wywodzących się ze statystycznego podejścia do badania czasowych szeregów stóp zwrotu, proponuje się wykorzystanie miar ryzyka bazujących na fraktalnym charakterze rynku. Wymiar fraktalny mierzy stopień „postrzępienia" wykresu cen akcji, określając z pewnym przybliżeniem jak duże mogą być w danym przedziale czasowym maksymalne co do wartości bezwzględnej (logarytmiczne) stopy zwrotu. W [23] przedstawiono propozycję wyznaczania wymiaru fraktalnego oraz bezpośredniego jego powiązania z maksymalną logarytmiczną stopą zysku (straty). Związek ten przybiera następującą postać:

$$\frac{\overline{r}_T}{\overline{r}_1} \cong T^{2-\Delta(\Gamma)}, \tag{2.25}$$

gdzie:

$\overline{r}_T$ – średnia maksymalna t-okresowej logarytmicznej stopy zwrotu,

$\overline{r}_1$ – średnia logarytmiczna jednookresowych stóp zwrotu,

$\Delta(\Gamma)$ – wymiar fraktalny.

Wielkości $\overline{r}_T$ wyznacza się znajdując maksymalne zanotowane logarytmiczne stopy zwrotu r_i w okresach $1, ..., t, t+1, ..., 2t, ..., t(T-1)+1, ..., tT$, wyznaczając następnie średnią arytmetyczną r_i. W przypadku gdy rozważany szereg byłby losowy, to jego wymiar fraktalny jest równy 1.5.

Wzór ten ma bardzo interesującą interpretację dzięki połączeniu wielkości ryzyka z horyzontem czasowym inwestycji. Operowanie maksymalnymi co do wartości bezwzględnej stopami zwrotu pozwala zorientować się, jakie jest ryzyko od-

chyleń nie większych od akceptowanych w zależności od długości horyzontu inwestycyjnego, przy założeniu niezmienności względem czasu wartości wymiaru fraktalnego stóp zwrotu.

3. Problem weryfikacji hipotezy Vagi

Hipoteza rynku koherentnego Vagi pozwala spojrzeć z szerszej perspektywy na problem percepcji i pomiaru ryzyka inwestycyjnego, nie kwestionując zasadności korzystania z miar ryzyka akceptowanych na gruncie teorii portfelowej Markowitza i modelu CAPM, stwierdzając jedynie, że ich stosowalność jest ograniczona do jednej z faz w której znajduje się rynek.

Zasadniczym problemem jest możliwość weryfikacji hipotezy Vagi sprowadzająca się do zaproponowania procedury pozwalającej na wyznaczenie wartości parametrów k oraz h. Vaga, przyjmując minimalistyczną, a być może realistyczną postawę, proponuje wyznaczenie nie konkretnych wartości parametrów, ale stwierdzenie, czy przyjmują one wartości neutralne ($k = 2$, $h = 0$), czy też odchylają się od nich in plus lub in minus, poddając badaniu wiele wskaźników nastroju.

W oryginalnej propozycji Vaga szacuje wartość przyjmowaną przez czynnik fundamentalny na podstawie analizy polityki systemu rezerwy federalnej. Parametr h przyjmuje wartość dodatnią w przypadku dwukrotnego rozluźnienia w ciągu sześciu miesięcy polityki monetarnej, a ujemną w przypadku dwukrotnego zwiększenia jej restrykcyjności w tym samym okresie. Rozluźnienie polityki monetarnej skutkujące obniżeniem stóp procentowych stanowi pozytywny sygnał dla inwestorów, gdyż zmniejsza atrakcyjność lokowania kapitału w bony i obligacje skarbowe, a zwiększa podaż pieniądza, pozwalając żywić nadzieję na poprawę sytuacji finansowej spółek, a tym samym wzrost cen akcji. Zwiększenie restrykcyjności polityki monetarnej oddziaływuje w sposób przeciwny.

Sygnały nastroju rynku oparte są na wskaźniku A/D oraz stosunku wolumenu spółek rosnących i malejących. Co najmniej dwukrotne wystąpienie proporcji 9:1 na rzecz spółek malejących, po którym następuje jej odwrócenie, uznaje się za równoznaczne z przyjęciem przez h wartości dodatniej. Sygnałem, że $h < 0$ jest wystąpienie trzy lub więcej razy proporcji 9:1 na rzecz spółek malejących. Każdy sygnał zachowuje ważność przez pół roku, o ile wcześniej nie pojawi się sygnał przeciwny.

Zaproponowane przez Vagę sposoby wyznaczania przedziałów, w których zawierają się wartości parametrów k i h, są w pewnym stopniu konwencjonalne. Vaga testował swoją teorię, traktując wartość czynnika fundamentalnego i sygnały nastroju rynku jako sygnały kupna i sprzedaży w zależności od tego, czy k i h przyjmowały wartości większe czy mniejsze od wartości neutralnych. Następnie po-

równywał strategię kupna i trzymania udziałów w funduszu indeksowym S&P 500 ze strategią przenoszenia środków pomiędzy akcjami a funduszem pieniężnym, uzyskując w drugim przypadku wyższą roczną stopę zwrotu przy niższym ryzyku mierzonym odchyleniem standardowym.

Interesującą propozycję przetestowania hipotezy Vagi na przykładzie polskiego rynku kapitałowego przedstawiono w [24].

Postępowaniu zaproponowanemu przez Vagę można postawić co najmniej dwa zarzuty. Po pierwsze, rynek antycypuje – niekiedy ze znacznym i zmiennym w czasie przyśpieszeniem – zmiany w polityce monetarnej, co w przypadku zastosowania sposobu wyznaczania wartości czynnika fundamentalnego przedstawionego w oryginalnej propozycji Vagi, spowoduje niewłaściwe jego oszacowanie: k przyjmuje postulowaną wartość wcześniej niż to sugeruje Vaga. Po drugie, oddziaływania czynnika fundamentalnego nie można sprowadzać do rozluźnienia bądź usztywnienia polityki monetarnej. Prowadzić to będzie do problemów natury metodologicznej i statystycznej przy podejmowaniu prób weryfikacji omawianej hipotezy.

Pierwszy problem można rozwiązać eksperymentując z różnymi opóźnieniami. Jeżeli na oddziaływanie czynnika fundamentalnego wpływają czynniki różne od polityki monetarnej, to może okazać się konieczna ich identyfikacja. W przeciwnym razie ich „zakłócający" wpływ może utrudnić weryfikację hipotezy potwierdzającej istotną rolę oddziaływań fundamentalnych, prowadząc do odrzucenia prawdziwej hipotezy.

Wskaźnik nastroju mierzy w praktyce bez opóźnień nastawienie inwestorów, które znajduje wyraz w podejmowanych przez nich decyzjach kupna/sprzedaży. Nie występuje więc w tym przypadku problem opóźnień, ponadto nie ma potrzeby identyfikacji wszystkich czynników wpływających na nastrój rynku, gdyż jest on jednoznacznie określony przez nie budzące większych wątpliwości mierniki zachowań.

W pracy [15] przedstawiono wyniki badań empirycznych rozkładów prostych i logarytmicznych 1-, 4- i 8-tygodniowych stóp zwrotu z portfela rynkowego WIG w latach 1993–1999. Rozkłady te cechują się znaczną niestabilnością mierzoną wartością współczynnika asymetrii i wartością kurtozy. Niektóre z rozkładów są dwumodalne. Nawet czysto wizualna analiza histogramów zamieszczonych w [15] ukazuje, że rozkłady prostych i logarytmicznych 8-tygodniowych stóp zwrotu odbiegają, zwłaszcza w niektórych latach, od rozkładu normalnego. Rozkłady stóp zwrotu w latach 1993, 1994 wydają się dwumodalne (przypominając swym kształtem krzywą z rys. 1 d – co sugeruje nasilenie zachowań stadnych przy lekko negatywnych informacjach fundamentalnych – wydaje się to oddawać nastrój rynku w tym okresie), w roku 2000 jednomodalny i lewoskośny (co sugeruje silne zachowania stadne przy negatywnych informacjach fundamentalnych), w latach 1992 i 1999 rozkład jest prawoskośny (zachowania stadne przy pozytywnych informacjach fundamentalnych). Rozkłady te tylko w niektórych latach można uznać za rozkłady nie odbiegające od

rozkładu normalnego, co potwierdziły testy normalności wykorzystujące test χ Kwadrat, Shapiro – Wilka, skośności i kurtozy. W przypadku części rozkładów wyniki wymienionych testów nie były ze sobą zgodne. Przeprowadzone badania empiryczne wskazują, że przesłanki, którymi kierował się Vaga konstruując przedstawiony model, wydają się mieć pewne podstawy empiryczne. Analiza rozkładów wydaje się potwierdzać zmiany nastrojów na GPW w poszczególnych latach, określając – w kategoriach czysto jakościowych – poziom zachowań stadnych. Zwraca uwagę fakt, że w latach 1993–1994 rynek cechowała duża niestabilność i wrażliwość na nieistotne informacje typowe dla zachowań chaotycznych.

Nieco odmienne wyniki uzyskano analizując własności jednosesyjnych logarytmicznych stóp zwrotu w latach 1992–2000. Na rys. 5 przestawiono histogramy jednosesyjnych logarytmicznych stóp zwrotu z WIG w latach 1992–2000 z naniesionym rozkładem normalnym i poddano weryfikacji hiptezę o normalności rozkładu wykorzystując testy Kołmogorowa – Smirnova i Shapiro – Wilka. Dla porównania sporządzono histogramy 8-tygodniowych logarytmicznych stop zwrotu, które zamieszczono na rys. 6. Nieco odmienny kształt histogramów w porównaniu z tymi, które zostały zamieszczone w [15], wynika z różnic długości przedziałów klasowych. Zwraca uwagę fakt, że długość przedziału klasowego, wpływając na kształt histogramu, może wpłynąć na ocenę własności stóp zwrotu i przyporządkowanie rynkowi odpowiedniej fazy.

Jednosesyjne stopy zwrotu charakteryzują rozkłady nie odbiegające znacząco od normalnego, co nie jest już prawdą w przypadku stóp 8-tygodniowych. Różnice te są następstwem występowania quasi-cyklicznych zmian wartości WIG. Na histogramach z rys. 5 losowe zmiany wartości WIG nakładające się na zmiany bardziej regularne najwidoczniej powodują ich zamaskowanie, o czym mogą świadczyć duże wartości kurtozy.

W przypadku stóp jednosesyjnych hipotezę zerową mówiącą o normalności rozkładu można odrzucić dla roku 1997. W pozostałych przypadkach hipotezy tej nie można odrzucić, na co wskazują wartości *p-value* analizowanych statystyk. Wykorzystywane statystyki w części przypadków nie dają tych samych wyników – wynika to z faktu, że przy testowaniu hipotezy o normalności rozkładu korzystają z jego różnych własności. Problem ten ma istotne znaczenie metodologiczne, gdyż w przypadkach „wątpliwych" nie pozwala roztrzygnąć jednoznacznie kwestii, czy rozkład jest normalny, czy też nie, a więc czy zmiany cen można opisywać przy pomocy geometrycznego ruchu Browna. Współczynniki asymetrii i kurtoza też nie zawsze dają jednoznaczne wyniki.

Wartości współczynników skośności i kurtozy potwierdzają hipotezę, zgodnie z którą rozkład jednosesyjnych, a w szczególności 8-tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu z WIG nie jest rozkładem normalnym.

Nasuwa się pytanie, jakie stopy zwrotu należy wykorzystywać testując hipotezę Vagi. Wydaje się, że operowanie danymi surowymi, tj. szeregiem czasowym nie

poddanym obróbce wstępnej, może utrudnić weryfikację hipotezy Vagi. Z drugiej strony, obróbka szeregu poprzedzająca analizę, mająca na celu eliminację szumu, jest zawsze zabiegiem arbitralnym i może prowadzić do różnego rodzaju artefektów. Przykładem mogą być różne postaci histogramów uzyskiwane dla 1-, 4- i 8-tygodniowych prostych i logarytmicznych stóp zwrotu z WIG [15]. Problem ten wymaga dalszych badań.

Krótkiego wyjaśnienia wymaga interpretacja prawdopodobieństw Lilieforsa. Sprawdzian hipotezy dla testu Kolmogorowa – Smirnova, przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej, zgodnie z którą dane pochodzą z populacji o rozkładzie normalnym o znanej wartości oczekiwanej i odchyleniu standardowym, ma rozkład Kolmogorova. Jeżeli wartość sprawdzianu jest nie mniejsza od wartości krytycznej, to hipotezę zerową należy odrzucić. W praktyce nie znamy „prawdziwych" wartości wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego, więc musimy je wyznaczyć z próby. W tym przypadku test normalności przybiera postać złożonej hipotezy warunkowej: jak dalece jest prawdopodobne otrzymanie wartości sprawdzianu hipotezy nie mniejszej od „prawdziwej" – tj. takiej, jaką byśmy uzyskali, znając wartości parametrów w populacji. Jeżeli wartość sprawdzianu byłaby większa od „prawdziwej", to moglibyśmy odrzucić hipotezę zerową, pomimo że nie ma do tego podstaw. Prawdopodobieństwo, że zawyżona wartość sprawdzianu spowoduje błędne odrzucenie hipotezy zerowej dla danego poziomu istotności, określa się mianem prawdopodobieństwa Lilieforsa.

Wadą testu K–S jest to, że nie testuje on hipotezy, że dane pochodzą z populacji o rozkładzie normalnym, ale hipotezę, że pochodzą one z populacji o rozkładzie normalnym o znanej wartości oczekiwanej i wariancji.

Problemowi weryfikacji hipotezy normalności rozkładów poświęciliśmy tyle uwagi, gdyż jest to kluczowa kwestia przy wyborze strategii konstrukcji portfela i wyborze mierników ryzyka inwestycyjnego.

Jeżeli zmiany cen można opisać przy pomocy geometrycznego ruchu Browna danego równaniem:

$$\frac{dP}{P} = \mu\, dt + \sigma\, dz,$$
$$dz = \varepsilon\sqrt{dt}, \tag{3.1}$$

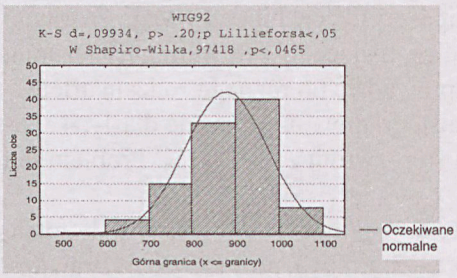
gdzie:

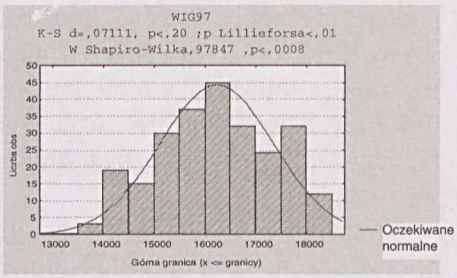
P – cena akcji (wartość portfela),

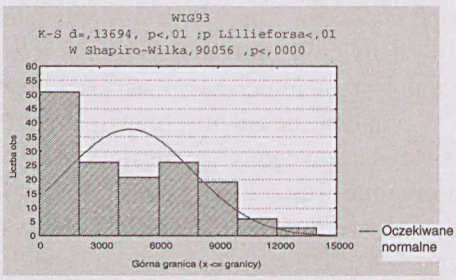
ε – proces stochastyczny, w którym zmienne są niezależnymi zmiennymi losowymi o standaryzowanym rozkładzie normalnym,

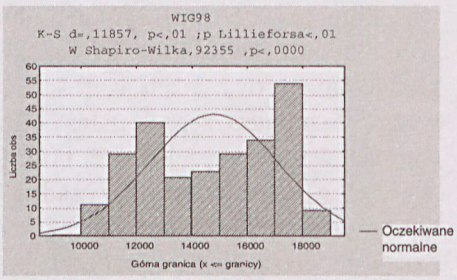
μ – parametr procesu oznaczający średnią,

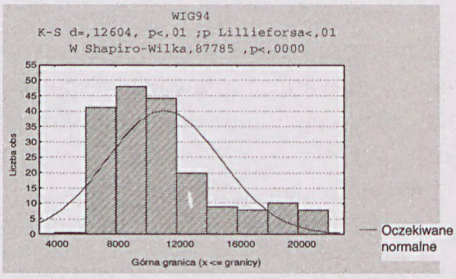
to ceny mają rozkład logarytmiczno-normalny, a logarytmiczne stopy zwrotu rozkład normalny.

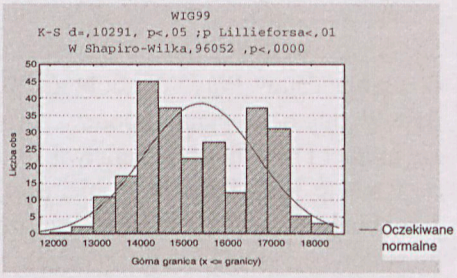


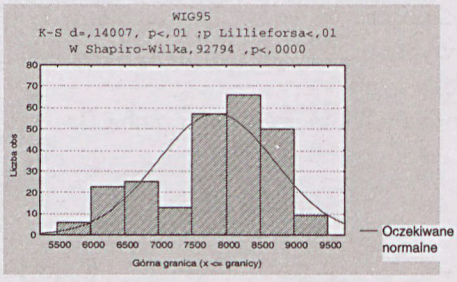


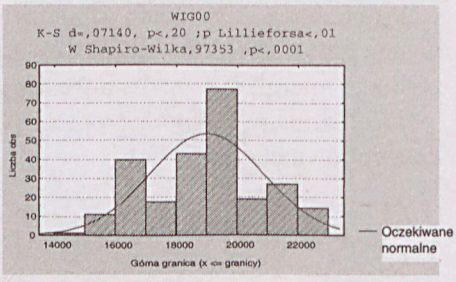


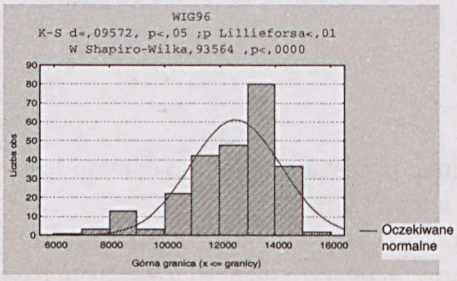




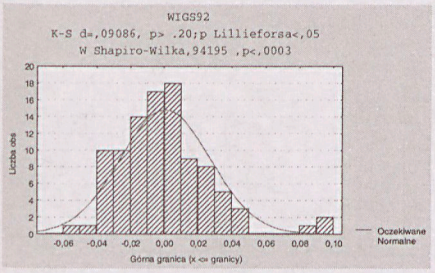


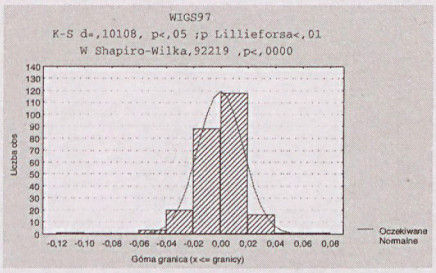


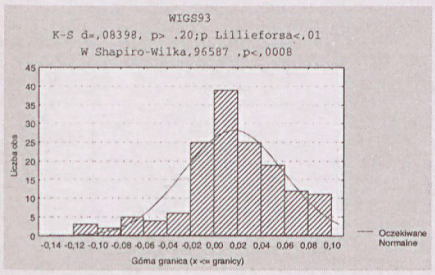


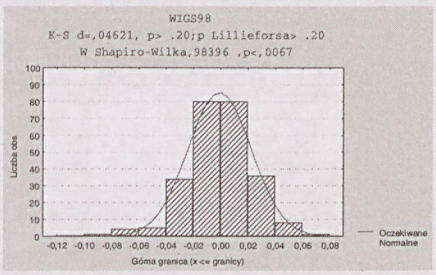


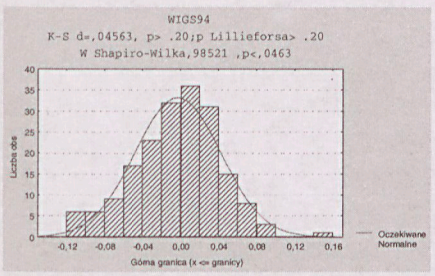
Rys. 4. Rozkłady wartości WIG w latach 1992–2000

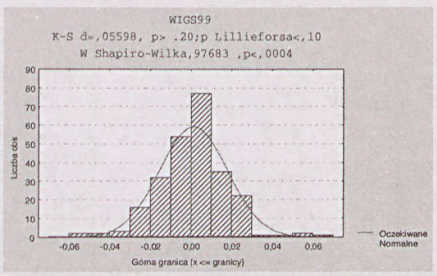


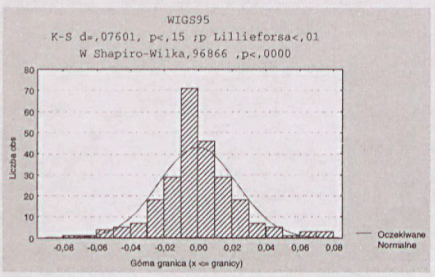


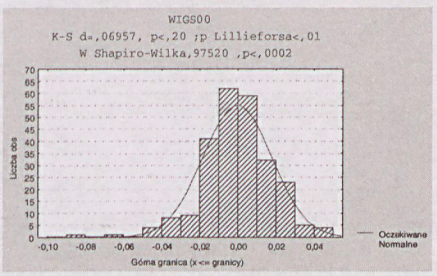


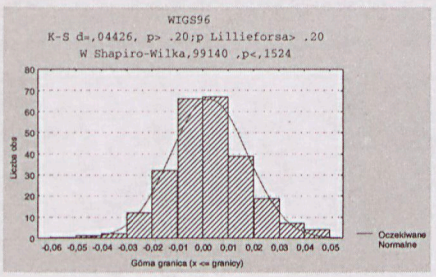




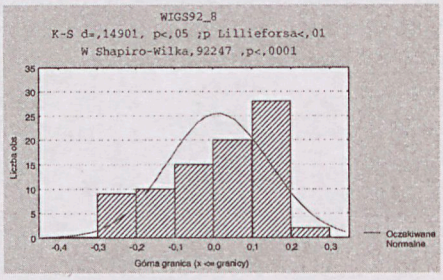


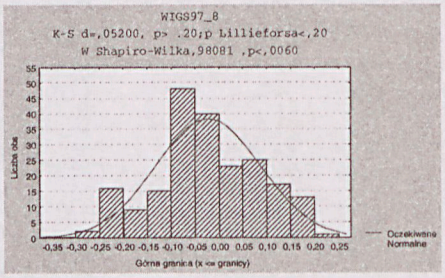


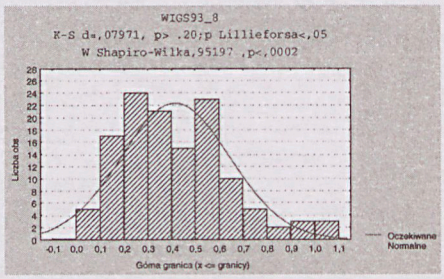


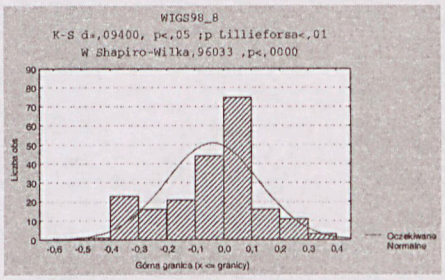


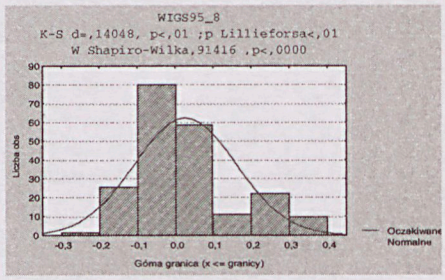
Rys. 5. Rozkłady jednosesyjnych logarytmicznych stóp zwrotu WIG w latach 1992–2000

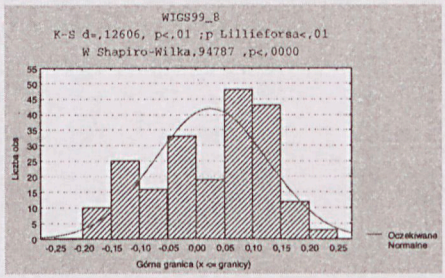


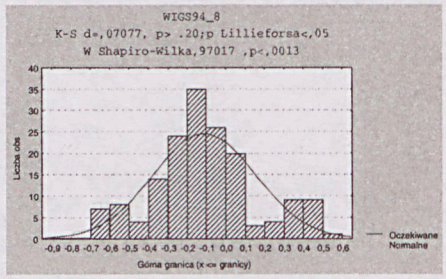


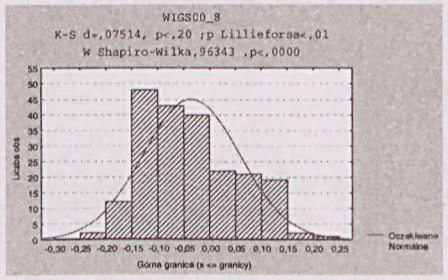


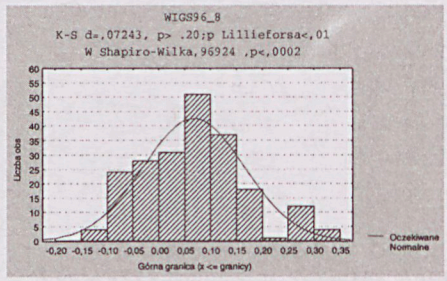












Rys. 6. Rozkłady 8-tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu WIG w latach 1992–2000

Gdyby zmiany cen były dane przez geometryczny ruch Browna, to niezależnie od długości horyzontu stopy zwrotu powinny mieć rozkład (w przybliżeniu) normalny.

W pracy dokonano analizy własności rozkładów stóp WIG w latach 1992–2000. Pozostawiamy osądowi czytelnika, na ile ich interpretacja wykorzystująca model Vagi jest zgodna z wiedzą (czynnik fundamentalny) i intuicją (nastrój rynku). Dokonana interpretacja ma charakter subiektywny i zależy od przyjęcia wielu zało-

Tabela 1

Wybrane statystyki opisowe charakteryzujące przebieg WIG w latach 1992–2000

	N	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch. std.	Wsp. zmienności	Skośność	Kurtoza
WIG92	100	878,47	635,3	1070,9	94,34	10,74%	–0,256	–0,099
WIG93	152	9214,50	1037,0	12818,1	3208,74	34,82%	0,606	–0,716
WIG94	188	11163,18	6716,2	20760,0	3728,84	33,40%	1,097	0,383
WIG95	249	7845,86	5904,7	9397,0	868,09	11,06%	–0,667	–0,510
WIG96	250	12561,58	7725,0	15078,7	1631,43	12,99%	–0,866	0,283
WIG97	249	16235,56	13619,8	18339,4	1122,27	6,91%	–0,123	–0,774
WIG98	250	14794,96	10473,7	18582,7	2314,23	15,64%	–0,168	–1,401
WIG99	249	15447,17	12591,1	18370,0	1292,35	8,37%	0,114	–1,099
WIG00	250	18996,19	14929,3	22868,4	1864,12	9,81%	–0,020	–0,726

•ródło : opracowanie własne.

Tabela 2

Wybrane statystyki opisowe charakteryzujące przebieg jednosesyjnych logarytmicznych stóp zwrotu WIG w latach 1992–2000

	N	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch. std.	Wsp. zmienności	Skośność	Kurtoza
WIG92	99	0,07%	–5,50%	9,14%	2,66%	2,47%	1,006	2,048
WIG93	151	1,65%	–10,19%	9,41%	4,26%	38,63%	–0,465	0,497
WIG94	187	–0,30%	–11,35%	14,78%	4,49%	6,64%	–0,221	0,277
WIG95	248	0,00%	–7,35%	7,46%	2,30%	0,20%	0,310	1,529
WIG96	249	0,25%	–4,47%	4,66%	1,50%	16,57%	0,222	0,475
WIG97	248	0,01%	–10,29%	6,83%	1,65%	0,41%	–0,949	6,913
WIG98	249	–0,06%	–9,97%	7,89%	2,32%	2,62%	–0,297	1,542
WIG99	248	0,13%	–5,68%	6,80%	1,67%	7,58%	0,099	1,967
WIG00	249	–0,02%	–8,47%	4,93%	1,81%	–1,37%	–0,453	2,079

•ródło : opracowanie własne.

Tabela 3

Wybrane statystyki opisowe charakteryzujące przebieg 8-tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu WIG w latach 1992–2000

	N	Średnia	Minimum	Maksimum	Odch. std.	Wsp. zmienności	Skośność	Kurtoza
WIG92_8	84	1,24%	–26,96%	24,0%	13,14%	9,47%	–0,550	–0,887
WIG93_8	128	41,56%	4,85%	106,61%	22,83%	182,08%	0,735	0,320
WIG94_8	164	–11,21%	–68,40%	50,67%	26,58%	42,18%	0,232	–0,005
WIG95_8	209	2,63%	–21,14%	36,07%	13,35%	19,68%	0,893	0,078
WIG96_8	210	6,73%	–12,19%	32,61%	9,83%	68,51%	0,432	0,026
WIG97_8	209	–2,30%	–25,65%	21,17%	10,90%	21,10%	–0,008	–0,521
WIG98_8	210	–3,86%	–44,23%	30,90%	16,45%	23,47%	–0,341	–0,246
WIG99_8	209	2,62%	–17,27%	22,04%	9,94%	26,38%	–0,392	–0,916
WIG00_8	210	–3,53%	–21,74%	21,38%	9,28%	38,07%	0,460	–0,611

• •ródło : opracowanie własne.

żeń, które mogą wydawać się arbitralne. Warto w tym miejscu poczynić jedną istotną uwagę. Podział analizowanego okresu na lata kalendarzowe jest wysoce konwencjonalny, gdyż zmiany kierunku oddziaływania czynnika fundamentalnego i czynnika nastroju mogą zachodzić w dowolnym momencie, co zniekształca otrzymane rezultaty. Sprawą otwartą pozostaje sposób identyfikacji okresów, w których rynek znajduje się w jednej z faz postulowanych przez Vagę.

Dowodów na znajdowanie się rynku w fazie niestabilnej i koherentnej dostarcza głównie analiza R/S oraz próby weryfikacji empirycznej tezy o fraktalnym charakterze rynku kapitałowego [17, 18]. Brak jest natomiast przekonywających dowodów na to, że zmiany cen akcji określone są przez proces nieobciążonego błądzenia przypadkowego. Pomimo krótkiego funkcjonowania GPW w Warszawie i braku szeregów czasowych o odpowiedniej długości, podjęto próby weryfikacji tezy o fraktalnym charakterze polskiego rynku kapitałowego, otrzymując wyniki zbliżone do rezultatów uzyskiwanych w badaniach nad dynamiką cen akcji na rozwiniętych giełdach o długiej historii [15, 24, 25].

4. Wnioski

Model Vagi, pomimo wciąż niedostatecznych testów potwierdzających jego przydatność do opisu zachowań rynku, stanowi bardzo interesującą propozycję intelektualną umożliwiającą szersze spojrzenie na problem percepcji i pomiaru ryzyka

inwestycyjnego. Pozwala on na bardziej kompleksowe spojrzenie na istotę charakteru zmian cen akcji, łącząc analizę statystyczną z realistycznym spojrzeniem na sposób zachowania się inwestora i uwzględniając wyniki badań psychologii behawioralnej. Analiza własności modelu sugeruje nieistnienie uniwersalnych mierników ryzyka – stosowane mierniki cechują się jedynie lokalną adekwatnością opisu percepcji ryzyka. Percepcja ryzyka ulega zmianie w zależności od fazy, w której znajduje się rynek, co w przypadku nieuwzględnienia tego zjawiska w momencie wyboru miernika ryzyka może prowadzić do braku jego adekwatności, a posługiwanie się nim przy wyborze strategii inwestycyjnej może powodować popełnianie błędów, szczególnie wtedy, gdy rynek znajduje się w fazie koherentnej bądź niestabilnej. Jednym z wniosków wypływających z analizy modelu jest konieczność uwzględnienia przy wyborze miernika ryzyka czasu inwestycji oraz wymogów dotyczących wymaganej płynności.

Literatura

[1] Adamczyk L., *Transformacje monotoniczne i niektóre problemy analizy ryzyka*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko '00*, red. T. Trzaskalik, Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Katowice 2000.

[2] Cootner P., *Comments on the Variation of Certain Speculative Prices*, w: *The Random Character of Stock Market Prices*, red. P. Cootner, MIT Press, Cambridge 1964.

[3] Cootner P. (red.), *The Random Character of Stock Market Prices*, MIT Press, Cambridge 1964.

[4] Callan E., Shapiro D., *A Theory of Social Imitation*, „Physics Today" 27, 1974.

[5] Devaney R. L., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley, Menlo Park, CA, 1989.

[6] Engle R., *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation*, „Econometrica" 50, 1982.

[7] Fama E.F., *Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis*, w: *The Random Character* ... op.cit.

[8] Fama E.F., *The Behavior of Stock Market Prices*, „Journal of Business" 38, 1965.

[9] Fama E. F., *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, „Journal of Finance" 25, 1970.

[10] Fisz M., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1969.

[11] Goszczyńska M., *Percepcja i akceptacja ryzyka. Psychologia i poznania*, PWN, Warszawa 1992.

[12] Haugen R.A., *Teoria nowoczesnego inwestowania*, Wig-Press, Warszawa 1996.

[13] Kahneman D., Tversky A., *On the Psychology of Prediction*, „Psychological Review" 80, 1973.

[14] Kahneman D., Tversky A., *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, „Science" 185, 1974.

[15] Konarzewska I., *Metody modelowania i prognozowania wartości instrumentów rynku kapitałowego*, w: *Modelowanie preferencji* ..., op.cit.

[16] Majewski S., *Przejście niestabilne HRK jako alternatywa dla hipotez efektywności rynku*, w: *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*, część 2, Międzyzdroje 21–23 września 2000, Materiały i Konferencje 53, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2000.

[17] Peters E., *Fractal Structure in the Capital Markets*, „Financial Analyst Journal", July/August 1989.
[18] Peters E., *Fractal Market Analysis*, Wiley, New York 1994.
[19] Peters E., *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, Wig-Press, Warszawa 1997.
[20] Scheinkman J.A., LeBaron B., *Nonlinear Dynamics and Stock Returns*, „Journal of Business" 62, 1989.
[21] Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, vol. 1, 2, Placet, Warszawa 1997.
[22] Tyszka T., *Psychologia zachowań ekonomicznych*, PWN, Warszawa 1997.
[23] Vaga T., *The Coherent Market Hypothesis*, „Financial Analyst Journal", December/Jauary1991.
[24] Ziemba D., *Zjawisko sezonowości i inne anomalia na rynkach kapitałowych*, w: *Rynek kapitałowy* ..., op.cit.
[25] Zwolankowska M., *Wykorzystanie wymiaru fraktalnego w ocenie ryzyka inwestycji giełdowych*, w: *Modelowanie preferencji a ryzyko'99*, część 1, red. T. Trzaskalik, Akademia Ekonomiczna, Katowice 1999.